

Département Hydraulique et Mécanique des Fluides
Option Eau et Environnement

Laure GERARD

Maîtres de Stage

Charles PERRIN
Lionel BERTHET

Stage de fin de 2^{ème} année :

Sensibilité des performances d'un modèle de prévision des crues au critère de calage



22 septembre 1992 : Crue de l'Ouvèze, Catastrophe de Vaison la Romaine, Photo MJ Tricart

Stage de 11 semaines effectué durant l'été 2010 au Cemagref d'Antony
Unité de recherche Hydrosystèmes et Bioprocédés (HBAN), Équipe hydrologie (HYDRO)

SOMMAIRE

SOMMAIRE	i
NOTATIONS UTILISÉES	iii
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT	v
INTRODUCTION	vi
<u>I/ Quelques aspects de la modélisation pluie-débit.....</u>	<u>1</u>
I/1- Contexte général	1
I/2- Utilité d'un modèle pluie-débit	1
I/3- Prise en compte des conditions antérieures	2
I/4- Les différents opérateurs d'un modèle pluie-débit.....	2
I/5- Nécessité d'un calage	2
I/6- Contrôle du modèle	2
<u>II/ Présentation du modèle de prévision adopté (modèle GRP)</u>	<u>3</u>
II/1- Principes spécifiques de la prévision	3
II/2- Intérêt du modèle GRP.....	3
II/3- Fonctionnement du modèle GRP	4
<u>III/ Critères de calage et d'évaluation des modèles.....</u>	<u>5</u>
III/1- Modification des critères quadratiques	5
III/1-a) Critères quadratiques.....	5
III/1-b) Décomposition du critère NSE	6
III/1-c) Exploitation du lien entre le critère de Nash-Sutcliffe et celui de persistance	6
III/2- Choix de critères de validation	7
III/3- Méthodologie d'application.....	8
<u>IV/ Résultats.....</u>	<u>9</u>
IV/1- En simulation	9
IV/1-a) Influence sur les critères de validation.....	9
IV/1-b) Influence sur les composantes du KGE et les paramètres du modèle.....	10
IV/1-c) Influence sur les forts débits	12

IV/2- En prévision	13
IV/2-a) Influence sur les critères de validation.....	13
IV/2-b) Influence sur les composantes et les paramètres du modèle.....	15
IV/2-c) Influence sur les forts débits	18
CONCLUSION	a
BILAN DE STAGE	b
BIBLIOGRAPHIE.....	c
ANNEXES	d
<i>Annexe 1 : Description du Cemagref et de l'équipe HYDRO.....</i>	<i>e</i>
<i>Annexe 2 : Résumé de l'analyse du critère NSE proposée par Gupta et al.(2009)</i>	<i>f</i>
<i>Annexe 3 : Lien entre le critère de Nash-Sutcliffe et celui de persistance.....</i>	<i>h</i>
<i>Annexe 4 : Adaptation de la décomposition de Gupta et al. (2009) au critère de persistance</i>	<i>i</i>
<i>Annexe 5 : Lecture d'une boîte à moustaches.....</i>	<i>j</i>

NOTATIONS UTILISÉES

Nous utiliserons les notations suivantes dans les parties II et III :

Partie II

E	: Évapotranspiration potentielle
En	: Évapotranspiration nette
Es	: Quantité d'eau retirée par évaporation du réservoir de production
P	: Pluie observée
Perc	: Percolation issue du réservoir de production
Pn	: Pluie nette
Pr	: Quantité d'eau atteignant au final la partie routage du modèle
Pr'	: Quantité d'eau ajustée permettant de passer au débit
Ps	: Partie de la pluie nette alimentant le réservoir de production
Q*	: Estimation intermédiaire du débit
Qh	: Sortie de l'hydrogramme, convolution des pluies antérieures par la clé de répartition donnée par l'hydrogramme discrétisé
Qprev	: Estimation finale du débit avec prise en compte des erreurs précédentes
R'	: Hauteur d'eau intermédiaire dans le réservoir de routage
R _k	: Hauteur d'eau au début du pas de temps k , dans le réservoir de routage
R _{k+1}	: Hauteur d'eau dans le réservoir de routage, à la fin du pas de temps k
S'	: Hauteur d'eau intermédiaire dans le réservoir de production
S _k	: Hauteur d'eau au début du pas de temps k , dans le réservoir de production
S _{k+1}	: Hauteur d'eau dans le réservoir de production, à la fin du pas de temps k
X1	: Coefficient d'ajustement permettant de prendre en compte les échanges du système avec l'extérieur
X2	: Temps de base de l'hydrogramme unitaire
X3	: Capacité du réservoir de routage

Partie III

α^2	: Rapport des variances entre les débits simulés ou prévus et ceux observés
β	: Biais, rapport des moyennes des débits simulés ou prévus et de ceux observés
β_n	: Erreur de bilan normée, différence des moyennes des débits simulés ou prévus et ceux observés normalisée par l'écart-type des débits observés
<i>CSI</i>	: Critical Success Index (Indice de succès critique)
<i>ED</i>	: Distance euclidienne à minimiser
F^2	: Erreur quadratique
<i>H</i>	: Délai de prévision (exprimé en nombre de pas de temps)
<i>KGE</i>	: Critère de Kling-Gupta
μ_{obs}	: Moyenne des débits observés
μ_{prev}	: Moyenne des débits prévus
μ_{sim}	: Moyenne des débits simulés
<i>n</i>	: Nombre total de pas de temps sur lequel on calcule le critère
<i>NSE</i>	: Critère de Nash-Sutcliffe
<i>PI</i>	: Critère de persistance
Q_i^{obs}	: Débit observé au pas de temps <i>i</i>
Q_i^{prev}	: Débit prévu au pas de temps <i>i</i>
Q_i^{sim}	: Débit simulé au pas de temps <i>i</i>
<i>r</i>	: Coefficient de corrélation linéaire entre Q^{sim} et Q^{obs} ou entre Q^{prev} et Q^{obs}
$\rho_H(Q^{obs})$: Auto-corrélation des débits observés à <i>H</i> pas de temps
σ_{obs}	: Écart-type des débits observés
σ_{prev}	: Écart-type des débits prévus
σ_{sim}	: Écart-type des débits simulés

RÉSUMÉ

Les modèles pluie-débit peuvent être utilisés pour diverses applications comme la simulation ou la prévision des débits. Dans les deux cas, ils font intervenir des paramètres qui ne peuvent être directement mesurés et qui doivent donc être calés en optimisant la valeur d'un critère numérique appelé fonction objectif, basé sur l'erreur du modèle.

Le critère de Nash et Sutcliffe (1970), basé sur l'erreur quadratique moyenne est très couramment utilisé comme fonction objectif. Sur la base d'une décomposition de ce critère en trois composantes faisant appel au biais, à la variance et au coefficient de corrélation, Gupta *et al.* (2009) ont proposé un nouveau critère de calage, davantage équilibré entre ces trois composantes, et qui permet de moins sous-estimer les forts débits.

Nous avons cherché à évaluer si l'avantage d'utiliser ce nouveau critère pour la simulation des débits était identique pour le cas spécifique de la prévision des crues. Des tests ont été réalisés avec le modèle hydrologique GRP sur un échantillon de 178 bassins versants français. Nos résultats confirment l'avantage d'utiliser le critère proposé par Gupta *et al.* (2009) en simulation, mais indiquent que ce critère n'est pas intéressant pour un objectif de prévision.

ABSTRACT

Rainfall-runoff models can be used for various applications like simulating or forecasting flows. In both cases, they involve parameters that cannot be directly measured and that must be calibrated by optimizing the value of a numerical criterion called the objective function, based on model error.

The criterion proposed by Nash and Sutcliffe (1970) based on the mean model square error is widely used as objective function. On the basis of a decomposition of this criterion into three components using the bias, variance and correlation coefficient, Gupta *et al.* (2009) proposed a new calibration criterion, more balanced between these three components, and that provides less underestimated high flow simulations.

We tried to evaluate whether the advantage of using this new criterion for flow simulation was the same in the specific case of flood forecasting. Tests were made with the GRP hydrological model on a set of 178 French catchments. Our results confirm the advantage of using the criterion proposed by Gupta *et al.* (2009) in simulation, but indicate that this criterion is not useful for a forecasting objective.

INTRODUCTION

On peut souvent entendre aux informations que des inondations ont provoqué des dégâts considérables et tué nombre de personnes. Ce fut encore le cas en juin 2010 dans le département du Var. Ces phénomènes, loin d'être extraordinaires, ont davantage de conséquences à l'heure actuelle car les hommes, en quête de plus d'espace, construisent leurs habitats dans le lit majeur des rivières.

Il devient alors nécessaire de prévoir l'élévation du niveau dans les cours d'eau, afin d'avertir rapidement les populations en cas de danger et ainsi, éviter les victimes et des dommages trop importants. Dans ce but, des institutions telles que le Cemagref, développent des modèles qui permettent, à partir des prévisions de pluie et des connaissances des pluies passées, de prévoir des débits et donc des hauteurs d'eau en un point du cours d'une rivière.

Ces modèles comportent un certain nombre de paramètres non directement mesurables et qui doivent donc être déterminés par calage. Pour cela, on fait appel à une fonction objectif, qui est un critère numérique que l'on essaie d'optimiser, mesurant l'écart entre les observations et les simulations.

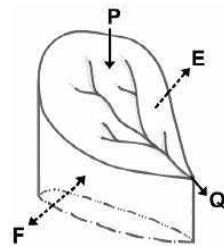
Un critère classiquement utilisé en hydrologie est le critère de Nash-Sutcliffe, basé sur l'erreur quadratique du modèle. En partant de ce critère, Gupta *et al.* (2009) ont proposé un nouveau critère de calage qui permet d'améliorer les simulations des forts débits.

Les objectifs de ce stage sont d'une part, de déterminer si un équivalent de ce critère peut être trouvé pour la prévision des débits et si, d'autre part, les résultats obtenus vont dans le même sens que ceux trouvés en simulation.

I/ Quelques aspects de la modélisation pluie-débit

I/1- Contexte général

L'un des objets d'étude de l'hydrologue est la détermination de la hauteur d'eau d'une rivière en un point de son cours, afin de faciliter l'usage de l'eau en période d'étiages (basses eaux) et de renforcer la protection des populations vis-à-vis de l'aléa de crues. La hauteur d'eau d'une rivière est en lien direct avec les pluies sur une surface déterminée –le bassin versant–, mais aussi avec les échanges souterrains d'eau qui s'effectuent avec les nappes profondes ou entre différents bassins versants (voir représentation schématique en Figure 1).



E: Évapotranspiration
 F : Échanges souterrains
 P : Précipitations
 Q : Débit du cours d'eau

Figure 1 : Flux s'appliquant au système étudié, défini par les limites topographiques du bassin versant en surface, et un cylindre vertical s'appuyant sur ces limites en profondeur

I/2- Utilité d'un modèle pluie-débit

Nous nous focaliserons par la suite sur l'enjeu primordial de la protection des populations, en développant l'aspect prévisionnel des crues qui peut se révéler salvateur pour nombre de vies. Or, la mesure directe du débit se montre parfois impossible lors d'événements extraordinaires. La difficulté principale qui se pose dès lors, est l'estimation du débit en fonction des précipitations, tout en prenant en compte l'évapotranspiration. Ceci nous permet ensuite de déterminer une hauteur d'eau prévisionnelle en un point d'un cours d'eau. Ainsi, la modélisation de la transformation de la pluie en débit est essentielle pour la prévision des crues. Ce type de modèle produit en sortie le débit et utilise en entrées la pluie et l'évapotranspiration potentielle (voir représentation schématique Figure 2). Cette dernière nous donnera accès à l'évapotranspiration réelle, comme on le développera lors de la description du modèle utilisé.

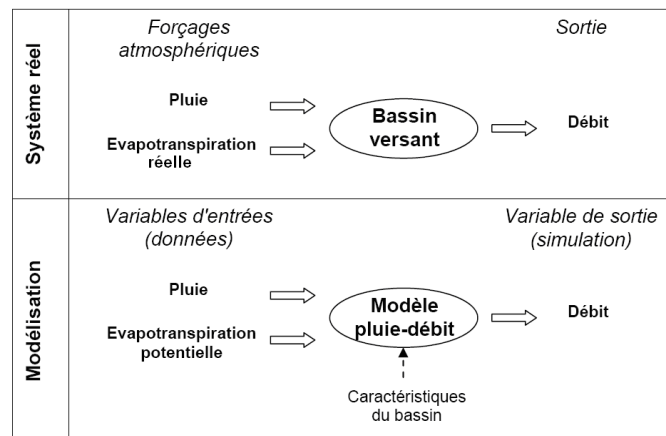


Figure 2 : Représentation schématique de la modélisation pluie-débit

I/3- Prise en compte des conditions antérieures

Il existe différents types de modélisation pluie-débit. La première approche est événementielle : le modèle représente un événement, sans tenir compte des conditions antérieures. La seconde approche est temporelle continue : le modèle fonctionne sur une durée permettant d'intégrer l'historique des conditions antérieures. C'est ce type de modèle qui sera utilisé par la suite. En effet, dans la transformation de la pluie en débit, les pluies précédentes influent, en général, sur la réponse du bassin, par l'intermédiaire de la saturation du sol par exemple.

I/4- Les différents opérateurs d'un modèle pluie-débit

Les modèles pluie-débit que l'on considère sont des assemblages de deux types d'opérateurs :

- La fonction de production ou de rendement permettant de répartir les précipitations entre celles qui alimenteront le débit, et celles qui seront stockées ou perdues par retour vers l'atmosphère ou par échanges souterrains ;
- La fonction de transfert ou routage permettant une répartition temporelle des précipitations. C'est elle qui lisse les variations de débits par rapport à celles des pluies et qui les retarde.

I/5- Nécessité d'un calage

Le modèle hydrologique adopté devra être calé afin d'identifier et de reconnaître certaines propriétés hydrologiques du bassin versant. En effet, la simplification de la réalité implique que certains, voire la totalité, des paramètres utilisés pour décrire le modèle, ne peuvent être reliés directement à des mesures de terrain, d'où la nécessité d'un calage. Ainsi, à partir de pluies, on déduit des estimations de débits que l'on compare aux débits observés, grâce à des critères appelés fonctions objectif. Le calage s'effectue sur une période où la pluie, le débit et l'évapotranspiration potentielle doivent être connus. En général, on considère une période d'une à plusieurs années afin de caler nos paramètres pour l'ensemble des saisons, sur des événements très différents.

I/6- Contrôle du modèle

Une fois les paramètres estimés, on doit ensuite valider le modèle en s'assurant de ses "bonnes" estimations. On compare donc une deuxième fois les débits calculés aux débits observés, avec un critère qui peut être différent de la fonction objectif utilisée lors du calage. On apprécie alors la qualité du modèle sur des échantillons de données qui n'ont pas servi à sa construction. La période de contrôle choisie doit être différente de la période de calage (Klemeš, 1986). On évalue ainsi la robustesse et la fiabilité du modèle.

On constate alors souvent que si le nombre de paramètres à caler est trop important, l'ajustement des simulations sur la réalité est très bon sur la période de calage, mais que le modèle se dégrade ensuite en période de contrôle.

II/ Présentation du modèle de prévision adopté (modèle GRP)

II/1- Aspects spécifiques de la prévision

La prévision des crues intègre des aspects qui lui sont propres et qui diffèrent d'une simple simulation (voir illustration à la Figure 3).

En mode simulation, le modèle dispose en entrée des pluies observées et on obtient à chaque pas de temps de calcul un débit simulé pour le pas de temps courant.

En mode prévision, on dispose en plus des débits observés jusqu'à l'instant de prévision, que l'on peut assimiler afin d'avoir des prévisions les plus proches possible de ce que sera la réalité. La prévision va alors permettre, à partir de ces observations passées et d'un éventuel scénario de pluies futures, de calculer les débits futurs sur la plage de prévision de longueur H .

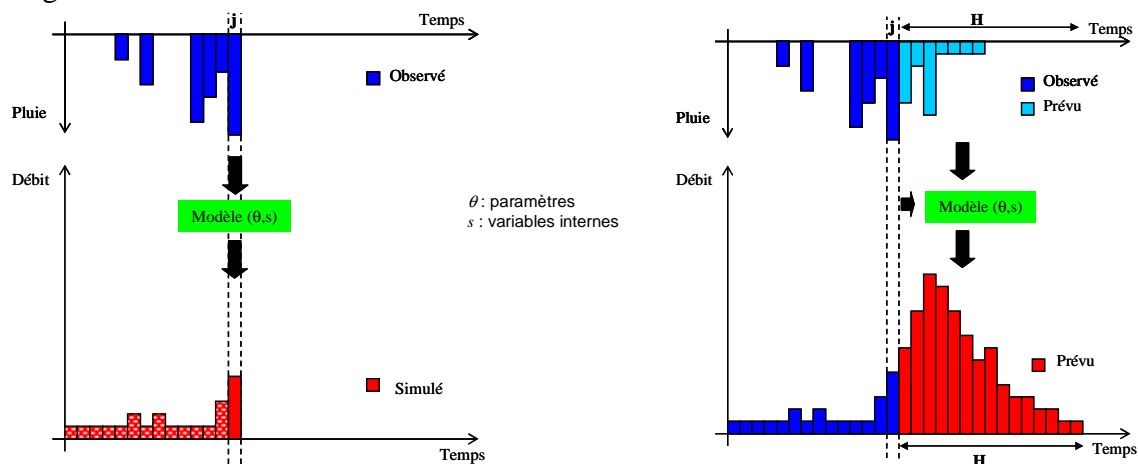


Figure 3 : Illustration des différences entre simulation et prévision

II/2- Intérêt du modèle GRP

Les modèles pluie-débit GR, développés par le Cemagref, ont pour avantage d'avoir un faible nombre de paramètres à caler. Cela évite les problèmes liés à la sur-paramétrisation et limite le manque de robustesse. De plus, ils n'ont besoin pour fonctionner, que des données continues de pluie et d'évapotranspiration potentielle.

Le modèle du Génie Rural pour la Prévision (GRP) utilise le débit observé comme une entrée. Il fait donc une mise à jour directe à partir de ce débit, sans passer par une juxtaposition de deux étapes indépendantes de simulation puis de mise à jour. Lors d'évaluations sur plusieurs centaines de bassins, ce modèle s'est révélé plus robuste que d'autres approches (Tangara, 2005 ; Berthet, 2010).

Le modèle GRP sera utilisé dans ce travail à la fois en simulation et en prévision, le mode simulation correspondant à ignorer la prise en compte du débit observé.

II/3- Fonctionnement du modèle GRP

Le schéma de fonctionnement, présenté Figure 4, est accompagné de formules pour plus de compréhension. Ces formules comportent des coefficients fixes qui, pour la plupart, sont déterminés empiriquement. Ici, nous adoptons les valeurs des coefficients déterminés par Berthet (2010) pour un pas de temps horaire. Les trois paramètres intervenant dans ce modèle sont :

- X1 (-) : le coefficient de correction de la pluie nette
- X2 (h) : le délai de l'hydrogramme unitaire (ou temps de base)
- X3 (mm) : la capacité du réservoir de routage

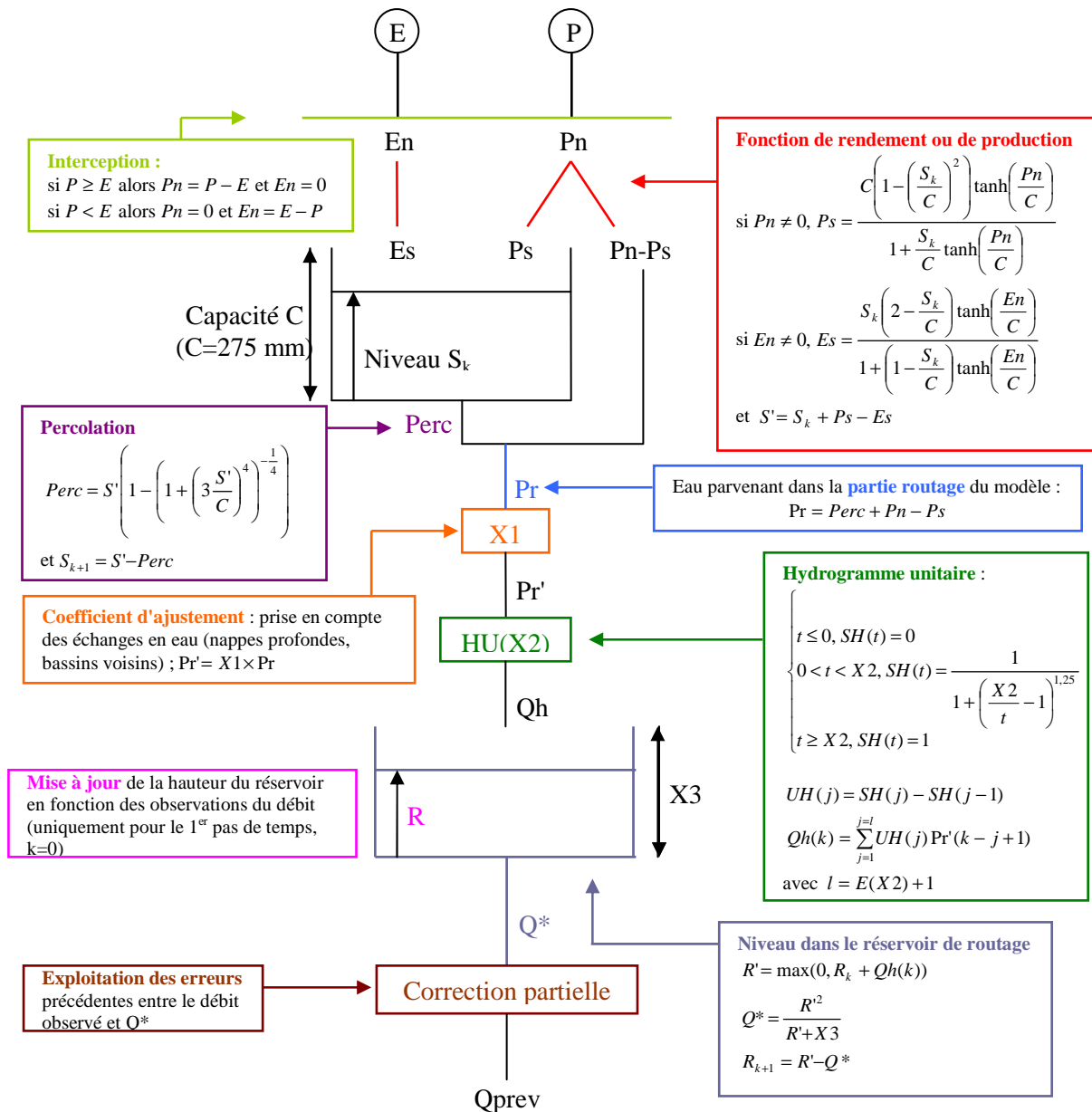


Figure 4 : Schéma explicatif du fonctionnement du modèle GRP de l'étape k à k+1 (pas de temps horaire)

III/ Critères de calage et d'évaluation des modèles

III/1- Modification des critères quadratiques

Le modèle GRP fait intervenir trois paramètres que l'on doit caler. Pour cela, nous cherchons à minimiser les écarts entre les débits prévus et ceux observés par l'optimisation d'une fonction objectif.

III/1-a) Critères quadratiques

Les critères quadratiques basés sur les moindres carrés sont ceux qui sont le plus traditionnellement employés dans le domaine de l'hydrologie. L'erreur quadratique s'écrit :

$$F^2 = \sum_{i=1}^n (Q_{obs,i} - Q_{sim,i})^2$$

où $Q_{obs,i}$ et $Q_{sim,i}$ sont les débits respectivement observé et simulé au pas de temps i , et n est le nombre total de pas de temps sur lequel on calcule le critère.

Un problème de ce critère vient du fait que l'erreur commise n'est pas intrinsèque : elle est d'autant plus grande que le débit moyen du bassin est élevé, ce qui rend la comparaison avec d'autres bassins versants difficile. Nash et Sutcliffe (1970) ont donc proposé de normaliser ce critère par la variance des débits observés :

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Q_i^{obs} - Q_i^{sim})^2}{\sum_{i=1}^n (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2}$$

Les résultats seront d'autant meilleurs que le critère NSE se rapproche de 1. Par comparaison avec d'autres critères, celui-ci a l'avantage d'être d'interprétation simple. En effet, s'il est positif, le modèle donne de meilleurs résultats qu'un modèle naïf donnant à chaque pas de temps un débit constant égal à la moyenne des débits observés ; s'il est négatif, c'est l'inverse.

En contexte de prévision, l'utilisation du critère NSE conduit très souvent à des valeurs élevées difficiles à interpréter. On utilise donc plutôt le critère de persistance défini par :

$$PI = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_{i+H}^{obs} - Q_{i+H}^{prev})^2}{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})^2}$$

avec Q_i^{prev} : le débit prévu au pas de temps i

H : le délai de prévision (exprimé en nombre de pas de temps)

La différence avec le critère de Nash-Sutcliffe réside dans le fait que l'on compare les performances du modèle à celles d'un autre modèle naïf, égal au débit observé à l'instant où est réalisée la prévision.

III/1-b) Décomposition du critère NSE

Gupta *et al.* (2009) ont proposé une modification du critère *NSE* qui améliore la performance des modèles pluie-débit en simulation et dont la démarche complète pourra être retrouvée en annexe 2. Ils décomposent le *NSE* en trois composantes comme suit :

$$NSE = -\beta_n - \alpha^2 + 2r\alpha$$

avec : $\alpha^2 = \frac{\sigma_{sim}^2}{\sigma_{obs}^2}$, rapport des variances des débits simulés σ_{sim}^2 et observés σ_{obs}^2

$$\beta_n = \frac{(\mu_{obs} - \mu_{sim})^2}{\sigma_{obs}^2}, \text{ erreur de bilan normée, } \mu_{obs} \text{ et } \mu_{sim} \text{ étant les moyennes des débits}$$

observés et simulés respectivement

$$r = \frac{1}{n} \sum \frac{(Q_i^{obs} - \mu_{obs})(Q_i^{sim} - \mu_{sim})}{\sigma_{obs}\sigma_{sim}}, \text{ coefficient de corrélation entre débits observés et simulés}$$

Ils proposent ensuite d'utiliser un critère de type distance euclidienne entre les valeurs prises par les trois composantes et leurs valeurs optimales. Ils introduisent alors un critère, baptisé critère de Kling-Gupta (*KGE*), qui est la différence entre 1 et cette distance euclidienne. L'objectif étant d'atteindre les valeurs optimales des composantes, la distance euclidienne doit tendre vers zéro et on cherche ainsi à maximiser le *KGE*, comme le montrent les équations ci-dessous :

$$KGE = 1 - ED$$

avec : $ED = \sqrt{(r-1)^2 + (\alpha-1)^2 + (\beta-1)^2}$

$$\beta = \frac{\mu_{sim}}{\mu_{obs}}, \text{ biais du modèle}$$

Ceci permet d'améliorer le calage des paramètres du modèle utilisé en simulation.

III/1-c) Exploitation du lien entre le critère de Nash-Sutcliffe et celui de persistance

Comme les critères de Nash-Sutcliffe et de persistance se ressemblent, nous souhaitons adapter cette nouvelle décomposition à la prévision et, par conséquent, au critère de persistance.

Berthet (2010) rappelle que le critère de persistance et celui de Nash-Sutcliffe (1970) sont liés par la relation suivante (dont on pourra trouver une démonstration en annexe 3) :

$$\frac{1 - NSE}{1 - PI} \approx 2(1 - \rho_H(Q^{obs}))$$

avec $\rho_H(Q^{obs})$ l'auto-corrélation des débits observés à H pas de temps, c'est-à-dire

$$\rho_H(Q^{obs}) = \frac{\text{cov}(Q_i^{obs}, Q_{i+H}^{obs})}{\text{Var}(Q^{obs})}, \text{ soit encore } \rho_H(Q^{obs}) = \frac{\sum (Q_{i+H}^{obs} - \mu_{obs})(Q_i^{obs} - \mu_{obs})}{\sum (Q_{i+H}^{obs} - \mu_{obs})^2}.$$

Or, comme on a, d'après Gupta *et al.* (2009), $NSE = -\beta_n - \alpha^2 + 2r\alpha$

on obtient donc : $PI \approx \frac{1 - 2\rho_H(Q^{obs}) + 2\alpha r - \alpha^2 - \beta_n^2}{2(1 - \rho_H(Q^{obs}))}$

Dans le cas où α , β_n et r tendent vers leurs valeurs optimales, c'est-à-dire $r=1$, $\alpha=1$, $\beta_n=0$, le critère de persistance tend lui aussi vers sa valeur optimale $PI=1$, indépendamment de la valeur prise par $\rho_H(Q^{obs})$. On peut interpréter le critère de persistance à travers ces trois indices, tout comme celui de Nash-Sutcliffe.

Ainsi, on peut employer le même nouveau critère, à savoir le *KGE*, qui repose sur la minimisation de la distance euclidienne des différentes composantes à leurs valeurs optimales. Cela revient à maximiser le critère *KGE*.

III/2- Choix de critères de validation

Nous avons sélectionné des critères de validation qui permettront de déterminer si oui ou non, la modification du critère de calage conduit à des prévisions de meilleure qualité :

- Le critère de persistance *PI* qui permet de quantifier les différences observées entre l'hydrogramme prévu et celui observé.
- Les trois composantes intervenant dans le critère *KGE* :
 - Le rapport des variances α des débits prévus et observés
 - Le biais β , qui est en fait le rapport des moyennes des débits prévus et observés
 - Le coefficient de corrélation r entre les débits prévus et observés
- Le critère de qualité *CSI* (Critical Success Index) qui permet de quantifier la qualité de la prévision du dépassement d'un seuil d'alerte aux crues par l'intermédiaire d'un tableau de contingence :

		Prévision du dépassement du seuil critique	
		OUI	NON
Réalisation du dépassement du seuil critique	OUI	alertes valables (n_1)	alertes manquées (n_2)
	NON	fausses alertes (n_3)	non-alertes valables (n_4)

Le seuil d'alerte est fixé au dépassement du quantile 99% du débit observé sur la période de contrôle.

Le critère est défini par :

$$CSI = \frac{n_1}{n_1 + n_2 + n_3}$$

Il a sa valeur optimale à 1, qui correspond à avoir uniquement des alertes valables.

III/3- Méthodologie d'application

Nous avons utilisé pour nos tests un échantillon de 178 bassins versants sur lesquels nous avons appliqué le modèle GRP. La localisation des bassins est illustrée à la Figure 5.

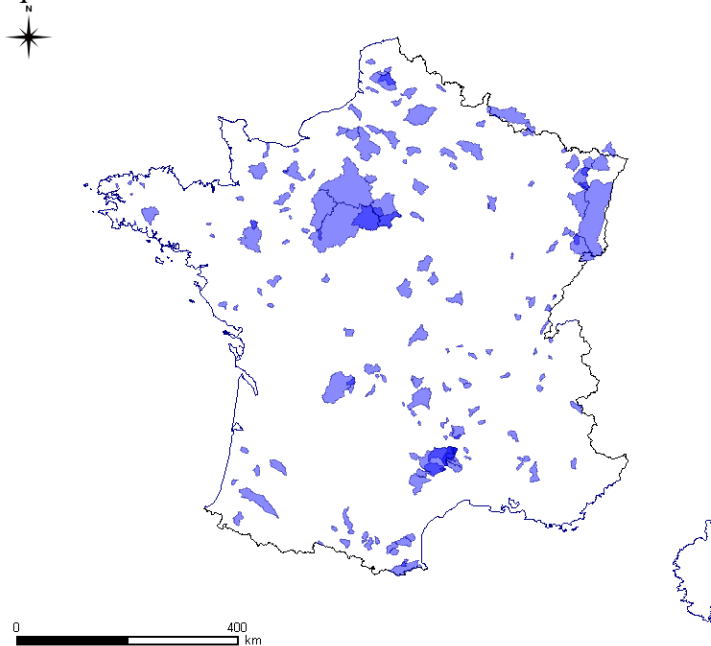


Figure 5 : Emplacements géographiques des 178 bassins versants

Que l'on soit en mode simulation ou en mode prévision, il y a deux phases : la première, dite de calage et la seconde, dite de contrôle. Lors du calage, on fait varier les paramètres du modèle et on utilise le critère de calage pour quantifier l'écart entre les débits calculés et observés. On conserve alors le jeu de paramètres donnant le critère optimal. Lors du contrôle, on calcule les débits que l'on compare à ceux obtenus en réalité à l'aide du critère de contrôle. Les erreurs observées donnent une estimation des performances du modèle.

Pour caler ou contrôler le modèle, nous avons besoin de chroniques, c'est-à-dire des valeurs des débits réels, sur chacune de ces périodes qui doivent être distinctes. On a donc, pour chacun des bassins versants, deux périodes de test distinctes, que l'on utilise chacune deux fois. On emploiera d'abord la première période pour caler et la deuxième pour contrôler et, ensuite, la deuxième période pour caler et la première pour contrôler (voir Figure 6). On obtient donc ainsi sur notre échantillon de bassins un jeu de 356 valeurs de critères de performances en contrôle. Dans la suite, nous analyserons ces valeurs au travers de boîtes à moustaches donnant les principaux quantiles de leurs distributions (voir convention de lecture en annexe 5).

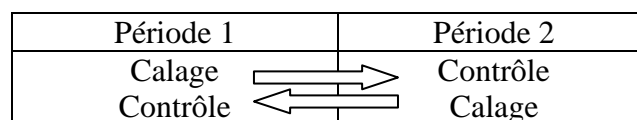


Figure 6 : Double utilisation des chroniques

IV/ Résultats

Tous les graphiques présentés par la suite restitueront, sauf indication contraire, des résultats obtenus en contrôle, par opposition aux résultats de calage.

IV/1- En simulation

On fait tourner, dans cette partie, le modèle GRP en simulation, c'est-à-dire qu'on lui donne pour entrées l'évapotranspiration potentielle et les précipitations observées jusqu'à un instant donné et que l'on récupère en sortie une estimation de débit correspondant à ce même instant. Le modèle n'est pas mis à jour dans cette configuration. Ce test permet de vérifier que l'on obtient bien les mêmes résultats que Gupta *et al.* (2009) avec le modèle pluie-débit GRP en ce qui concerne l'utilisation du critère *KGE*.

IV/1-a) Influence sur les critères de validation

On regarde tout d'abord l'influence du critère utilisé pour le calage (critère de Nash-Sutcliffe *NSE* ou de Kling-Gupta *KGE*) sur les performances obtenues par la suite en validation (sur les périodes de contrôle). Nous étudions cette influence sur trois critères de validation : celui de Nash-Sutcliffe (*NSE*), celui de Kling-Gupta (*KGE*) et un troisième, différent du critère utilisé pendant le calage, celui de dépassement de seuil (*CSI*).

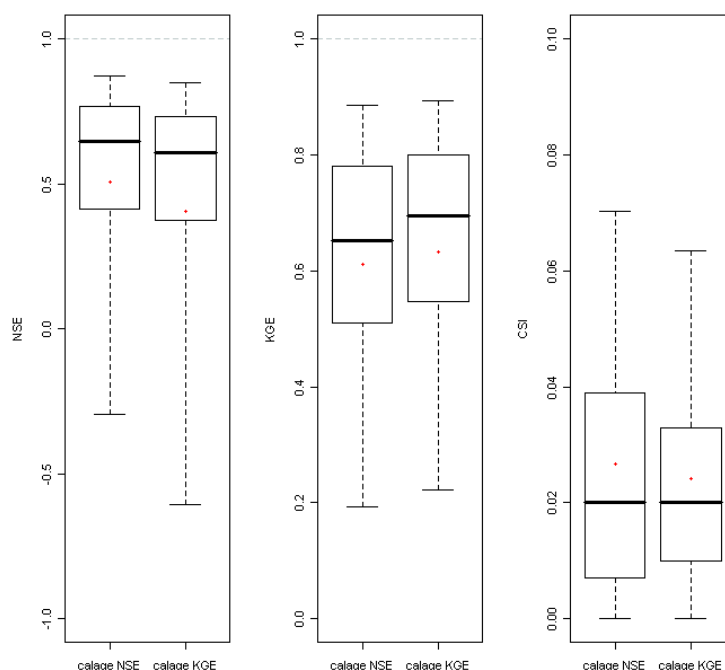


Figure 7 : Boîtes à moustaches présentant les critères *NSE*, *KGE* et *CSI* en contrôle sur les 178 bassins versants en fonction du critère utilisé pour le calage (*NSE* ou *KGE*)

La Figure 7 montre que le *NSE* est meilleur en simulation avec un calage de type *NSE* tandis que le *KGE* est meilleur en simulation avec un calage de type *KGE*. On pouvait s'attendre à ces résultats puisque, lors du calage des paramètres du modèle, on fait varier ces derniers de manière à maximiser le critère de calage. Il est donc cohérent que ce soit ce même critère qui soit meilleur par la suite.

Avec un critère de validation différent de celui utilisé pendant le calage, le *CSI*, qui doit aussi être maximisé à 1, on constate que l'on est légèrement meilleur avec un calage *NSE*. Dans les deux cas, on constate cependant que les valeurs de *CSI* sont très faibles sur un grand nombre de bassins versants, indiquant la difficulté du modèle à bien restituer les pointes de crues.

IV/1-b) Influence sur les composantes du KGE et les paramètres du modèle

Les trois composantes qui interviennent dans la décomposition du critère de Kling-Gupta (*KGE*) sont le biais, le rapport des variances et le coefficient de corrélation. Les trois paramètres que l'on doit caler dans le modèle sont la capacité du réservoir de routage, la correction de la pluie nette et le délai.

On étudie l'influence du critère utilisé pour le calage (*NSE* ou *KGE*) sur les valeurs prises par les composantes du *KGE* et les paramètres du modèle.

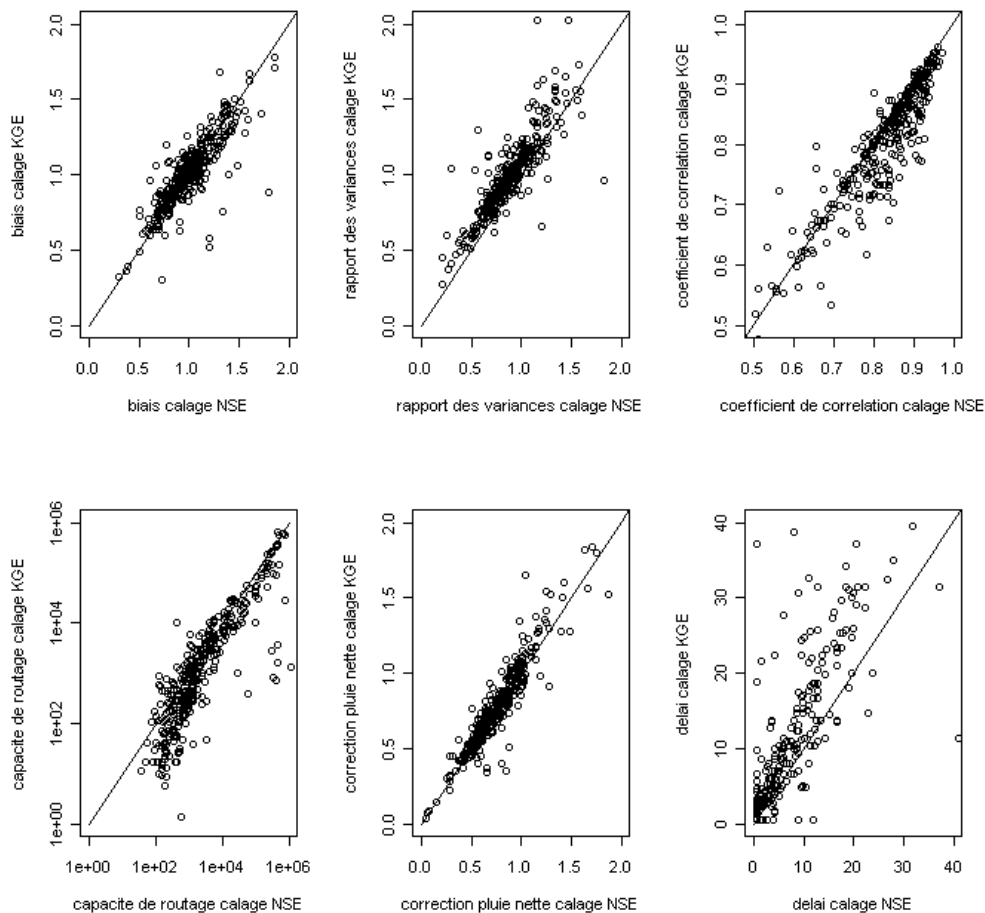


Figure 8 : Composantes et paramètres calculés avec un calage *KGE* en fonction de ces mêmes composantes ou paramètres calculés avec un calage *NSE*

On peut remarquer sur la Figure 8, qui compare les valeurs obtenues après des calages en *NSE* et *KGE*, que le biais présente une répartition assez symétrique autour de la première bissectrice. Le critère utilisé pour le calage n'a donc pas d'influence systématique sur cette composante.

En ce qui concerne le rapport des variances, les points sont assez rapprochés de cette bissectrice, mais on constate qu'une plus grande partie des points se situe au-dessus. Le calage avec le critère *KGE* conduit donc à des valeurs plus élevées du rapport des variances (en l'occurrence plus proches de 1). Ceci correspond bien à ce que décrivent Gupta *et al.* (2009).

Les points correspondant au coefficient de corrélation sont davantage éloignés de la droite, avec une tendance à se situer en dessous. Cela montre donc que cette composante est plus éloignée de sa valeur optimale et qu'elle l'est encore davantage avec un calage de type *KGE*.

Pour les faibles valeurs de capacité de routage, on se rend compte d'une déviation du nuage de points. Les valeurs de ce paramètre, obtenues avec le *KGE* comme critère de calage, sont beaucoup plus faibles que celles obtenues avec le *NSE*.

On pourrait interpréter ce résultat par le fait que, pour des petites valeurs de capacité de routage, les hydrogrammes sont beaucoup plus soumis aux variations que pour de grandes valeurs où ils sont plus lisses. Le rapport des variances est, dans le cas de grandes variations des débits simulés, augmenté en utilisant le *KGE*. Ainsi, le calage par *KGE* augmente globalement le rapport des variances, ce qui correspondrait à une diminution des valeurs de la capacité du réservoir de routage.

En ce qui concerne la correction de la pluie nette, on peut remarquer que la répartition des points est assez symétrique autour de la première bissectrice.

Cela pourrait s'expliquer de la façon suivante : la correction de la pluie nette permet d'ajuster les bilans au niveau des précipitations, ce qui revient à influencer sur le biais. Or, ce dernier n'est, a priori, pas impacté par les changements de critères lors du calage. Ainsi, il paraît logique de constater la même tendance sur la correction de la pluie nette.

Le délai de l'hydrogramme unitaire, quant à lui, présente une divergence pour les fortes valeurs.

On peut interpréter cette tendance par le fait que ce paramètre permet de régler le décalage temporel entre les hydrogrammes simulés et observés. Il est donc lié à la qualité du coefficient de corrélation entre les débits simulés et observés. Cette composante n'étant pas très bien optimisée, il est probable que les forts écarts observés pour le délai en découlent.

Il faudrait réaliser des analyses plus détaillées pour confirmer ces premières interprétations, ce qui n'a pu être réalisé dans le temps imparti pour ce stage.

Nous nous concentrerons surtout, par la suite, sur les composantes du critère de Kling-Gupta car c'est sur ce critère que porte notre objet d'étude. La Figure 9 montre la relation qui existe entre les valeurs prises par ces composantes et les valeurs des critères de performance utilisés.

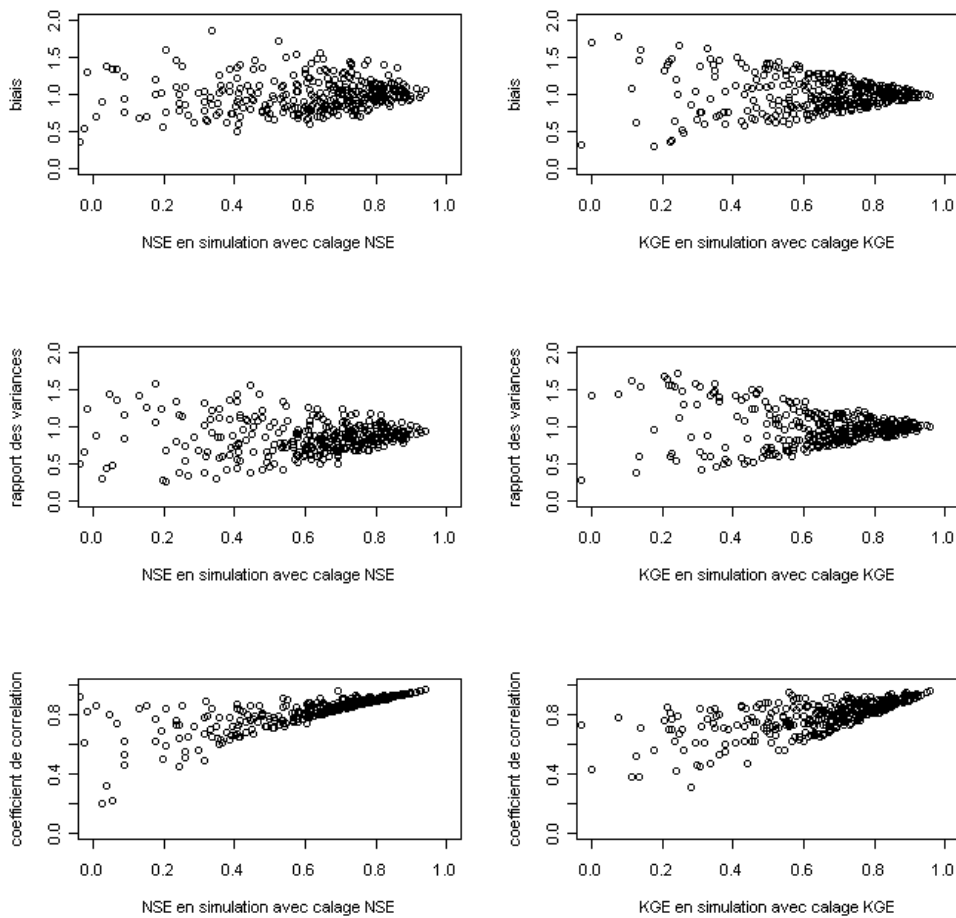


Figure 9 : Composantes en fonction des performances du modèles évaluées par le *NSE* dans le cas d'un calage avec un critère *NSE* ou par le *KGE* dans le cas d'un calage avec un critère *KGE*

On constate que globalement, meilleur est le critère et meilleures sont les composantes, résultats auquel on pouvait s'attendre. L'intervalle dans lequel se situent ces composantes diminue avec l'amélioration des performances du modèle. On peut en conclure que l'obtention de valeurs élevées des critères est conditionnée par de bonnes valeurs de chaque composante.

On remarque également que l'utilisation du *KGE* donne des nuages de points plus anguleux pour le biais et le rapport des variances, que ne le donne le *NSE*. Par contre, cet angle s'élargit un peu pour le coefficient de corrélation tout en gardant néanmoins la forme d'angle, ce qui atteste d'une légère dégradation du coefficient de corrélation avec l'utilisation du *KGE* en calage. Cela pourrait provenir du fait que le *KGE* est plus équilibré que le *NSE* au sens des trois composantes identifiées, car il donne moins de poids au coefficient de corrélation, pour en donner davantage aux autres composantes, d'après Gupta *et al.* (2009).

IV/1-c) Influence sur les forts débits

Gupta *et al.* (2009) montrent que les forts débits sont sous-estimés avec l'utilisation du critère *KGE* en calage, mais moins qu'avec le critère de Nash-Sutcliffe. On cherche donc à vérifier ce résultat sur notre échantillon de bassins versants. Pour cela, on sélectionne les

débites les plus forts de chaque bassin versant et l'on étudie l'écart entre le débit calculé et celui observé.

Ainsi, on regarde le biais calculé uniquement avec les débits supérieurs au quantile 99% du débit observé en contrôle, et noté biais99.

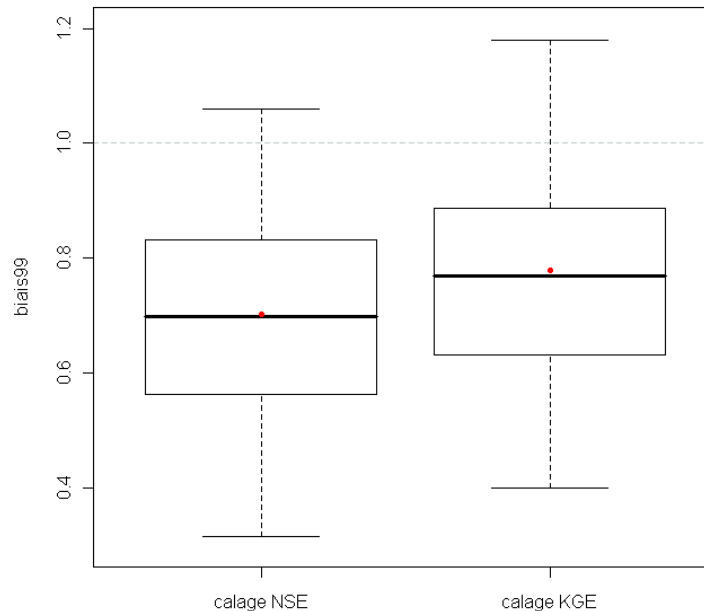


Figure 10 : Boîtes à moustaches des quantifications de dépassement de seuil en fonction des critères de calage (NSE et KGE)

La Figure 10 nous montre que, dans les deux cas, la variabilité du biais99 est comparable. Cependant, le calage avec le critère *KGE* permet d'améliorer ce critère. Ainsi, on peut en conclure que les plus forts débits sont globalement moins sous-estimés avec l'utilisation du critère *KGE*, ce qui rejoint les résultats de Gupta *et al.* (2009).

IV/2- En prévision

On s'intéresse maintenant aux résultats obtenus par le modèle GRP en prévision. On donne donc comme entrées au modèle, des observations de précipitations et de débits jusqu'à l'instant de la prévision et des prévisions de précipitations au-delà de cet instant, pour en sortir des prévisions de débits. On considérera ici des pluies et évapotranspirations potentielles futures correspondant aux pluies observées a posteriori, pour éviter d'introduire un biais dans notre analyse lié à la qualité du scénario de pluie. Tous les graphiques présentés par la suite, sauf indication contraire, le seront pour des délais de prévision et de calage de 1h, car c'est à ces horizons que les effets de la mise-à-jour du modèle seront les plus visibles.

IV/2-a) Influence sur les critères de validation

Dans un premier temps, on cherche à étudier l'influence du critère de calage sur les trois critères de validation *PI*, *KGE* et *CSI*, ce que nous montre la Figure 11.

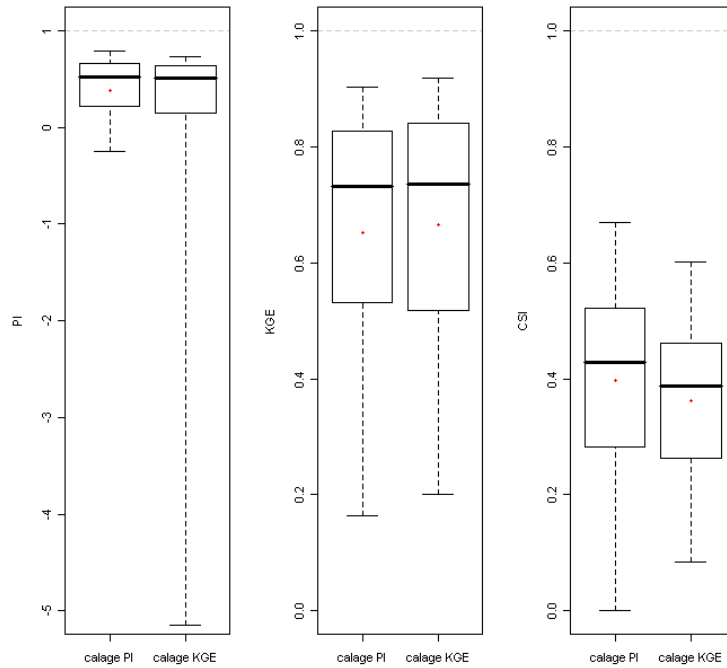


Figure 11 : Boîtes à moustaches présentant les critères PI , KGE et CSI en simulation en fonction du critère utilisé pour le calage (PI ou KGE) avec un horizon de prévision de 1h et un horizon de calage de 1h

L'utilisation du critère KGE en calage introduit une perte de robustesse, notamment pour le critère de persistance. On examine ce qu'il en est pour des horizons de calage et de prévision différents. La Figure 12 et la Figure 13 en donnent des illustrations.

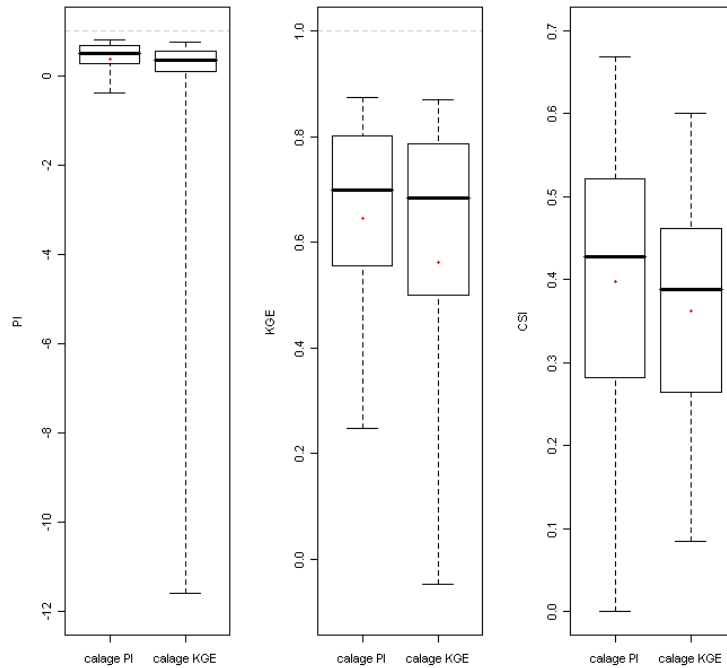


Figure 12 : Boîtes à moustaches présentant les critères PI , KGE et CSI en simulation en fonction du critère utilisé pour le calage (PI ou KGE) avec un horizon de prévision de 1h et un horizon de calage de 24h

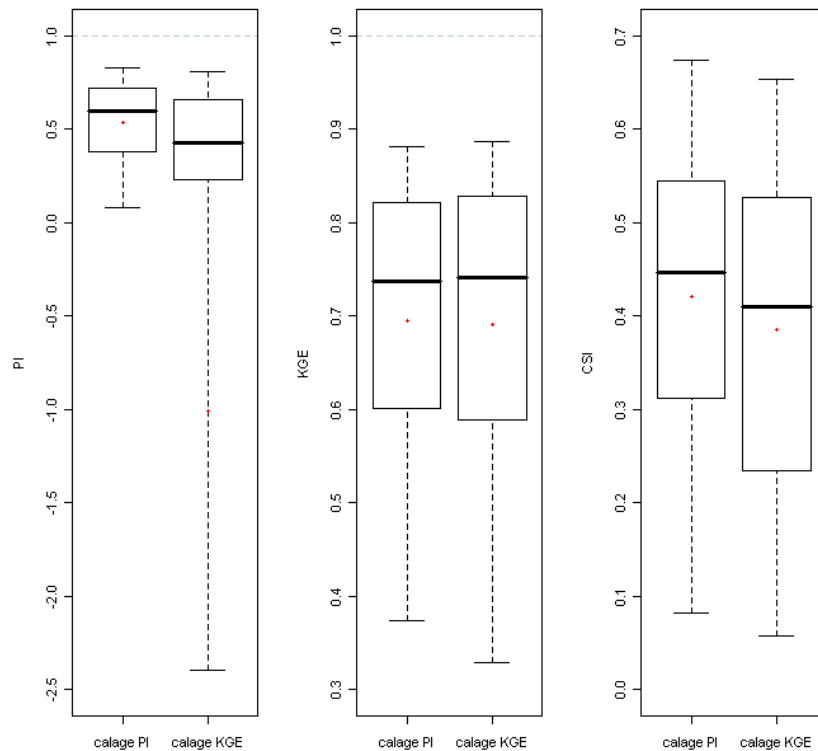


Figure 13 : Boîtes à moustaches présentant les critères PI , KGE et CSI en simulation en fonction du critère utilisé pour le calage (PI ou KGE) avec un horizon de prévision de 24h et un horizon de calage de 24h

Pour tous les couples d'horizons de calage/prévision étudiés, le KGE ne varie presque pas en fonction du type de critère utilisé pour le calage. Par contre, la persistance (PI) perd énormément en robustesse lorsque l'on utilise le KGE lors du calage. Le CSI , lui aussi donne de moins bons résultats, lorsque le KGE est utilisé en calage.

IV/2-b) Influence sur les composantes et les paramètres du modèle

De même que précédemment en simulation, nous étudions l'influence du critère utilisé pour le calage sur les composantes du KGE et sur les paramètres du modèle (voir Figure 14).

Contrairement aux résultats en simulation, c'est ici pour le coefficient de corrélation que le nuage de points est le plus regroupé autour de la première bissectrice, parmi les trois composantes analysées. De même, on peut constater que c'est pour le paramètre de délai que le nuage de point est le plus resserré autour de la bissectrice.

D'une manière générale, on peut remarquer que les points sont davantage éloignés de la bissectrice que dans le cas de la simulation. En augmentant l'horizon de prévision, on s'en rapproche. En effet, plus l'horizon est grand et moins les mises à jour du modèle, qui se basent sur les erreurs commises au dernier pas de temps, influent. Plus l'horizon de prévision est éloigné et plus on se rapproche donc d'un fonctionnement sans mise à jour, c'est-à-dire d'un modèle de simulation, à condition que les prévisions de précipitations et d'évapotranspiration soient proches de ce que l'on observe (ce qui est le cas ici).

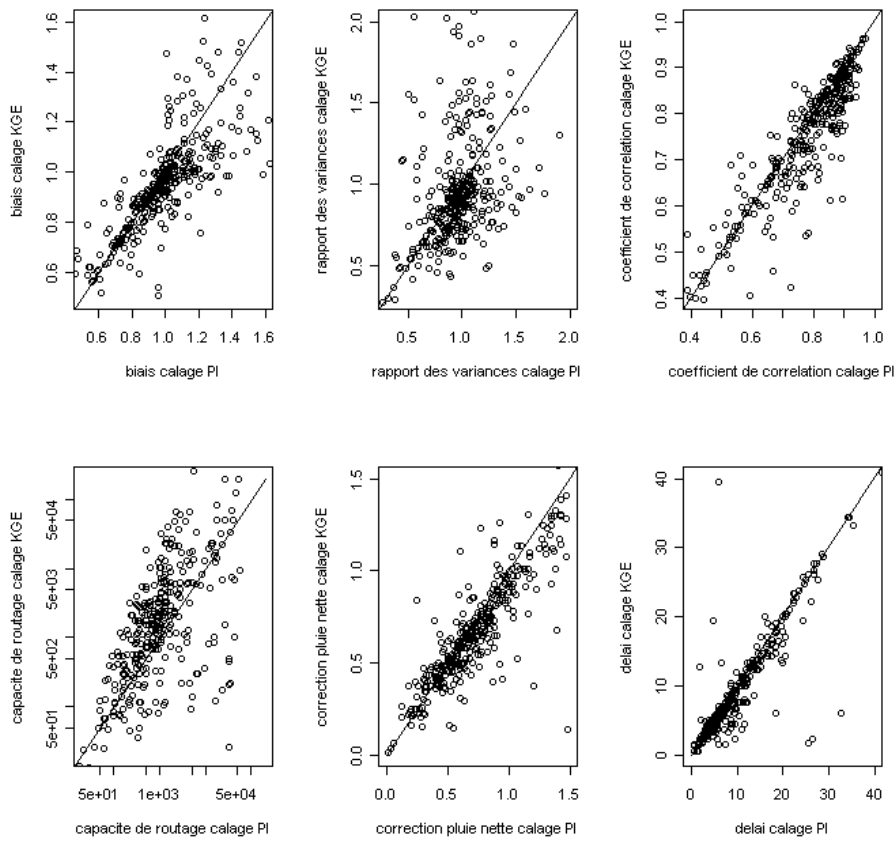


Figure 14 : Composantes et paramètres calculés avec un calage *KGE* en fonction de ces mêmes composantes ou paramètres calculés avec un calage *PI*

Les graphiques de la Figure 15 portent sur les composantes du critère *KGE*.

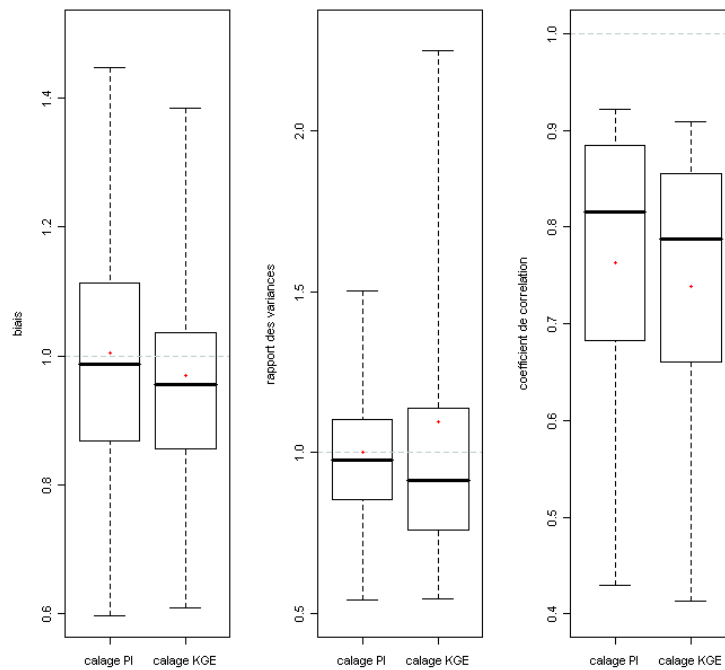


Figure 15 : Boîtes à moustaches des composantes (biais, rapport des variances et coefficient de corrélation) en fonction des critères de calage (*PI* et *KGE*)

Ils montrent que les trois composantes (biais, rapport des variances, coefficient de corrélation) semblent moins bien restituées lorsque le *KGE* est utilisé en calage. Ainsi, l'utilisation du *KGE* ne permet pas de rapprocher le rapport des variances en prévision de sa valeur optimale (1). Or, la variance étant largement impactée par les forts débits, la condition indispensable pour améliorer les prévisions de hautes eaux est d'améliorer ce rapport des variances. Les forts débits ne sont donc pas mieux prévus sur une majorité des bassins versants étudiés.

De même qu'en simulation, les valeurs prises par les composantes sont corrélées à la qualité des critères utilisés. La Figure 16 représente ces composantes en fonction de la performance du modèle, évaluée par le critère de validation.

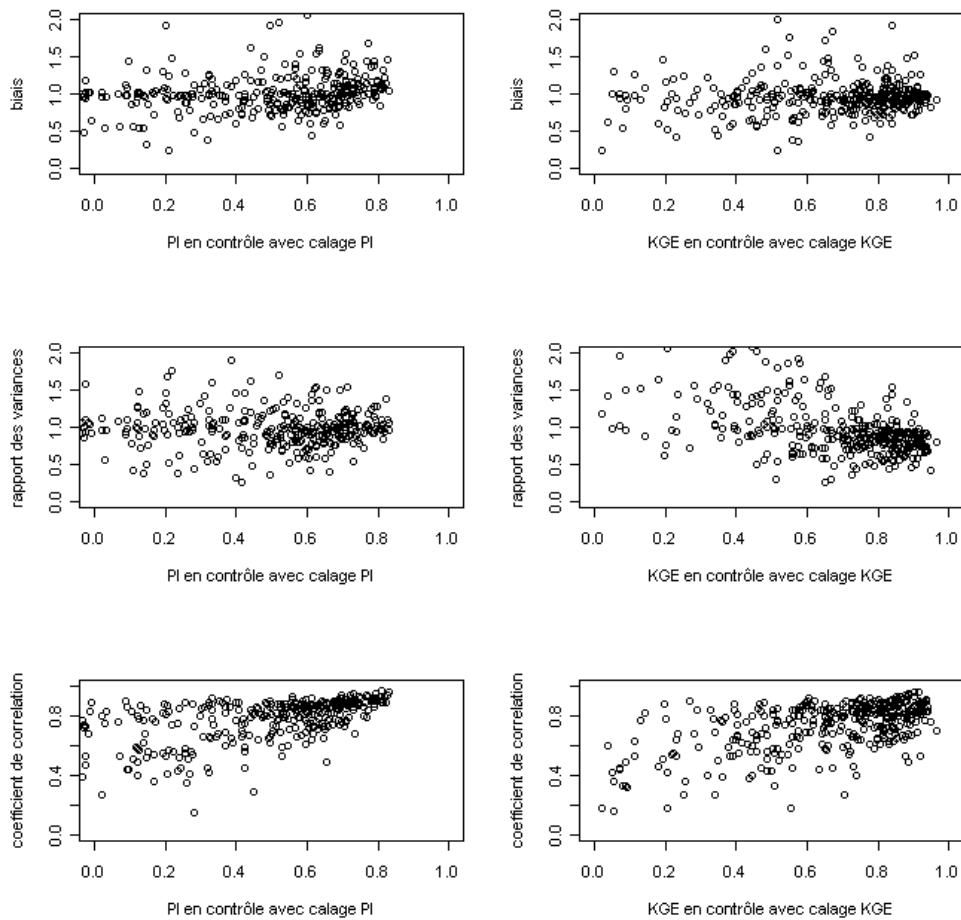


Figure 16 : Composantes en fonction des performances du modèle évaluées par le *PI* dans le cas d'un calage avec un critère *PI* ou par le *KGE* dans le cas d'un calage avec un critère *KGE*

On constate que les nuages de points sont moins "anguleux" qu'en simulation, sauf pour le coefficient de corrélation. Ainsi, des valeurs élevées des critères n'impliquent pas forcément des valeurs satisfaisantes de chacune des composantes en prévision et ceci, particulièrement avec l'utilisation du *KGE* en calage.

IV/2-c) Influence sur les forts débits

Gupta *et al.* (2009) montrent que la simulation des forts débits est légèrement améliorée avec l'utilisation du critère *KGE* en calage. On se penche donc sur le cas de la prévision afin de voir si l'équivalent de ce résultat peut être obtenu.

Le critère utilisé ici pour la validation est le biais99 déjà utilisé lors de la simulation. Il est représenté à la Figure 17.

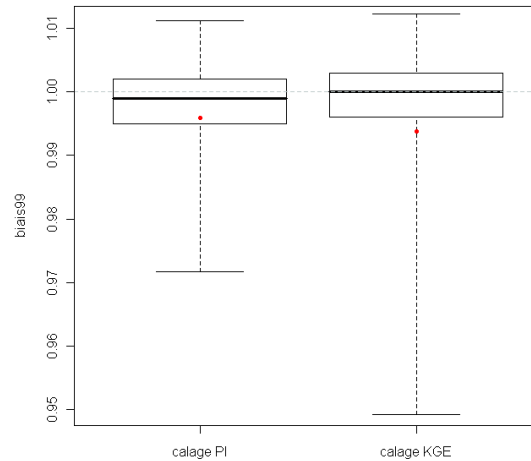


Figure 17 : Boîte à moustaches de la quantification de dépassements de seuil en fonction des critères de calage (*PI* et *KGE*)

On constate que la distribution du rapport des moyennes des débits prévus et simulés, obtenue avec le *KGE* en calage, est mieux centrée de sa valeur optimale qu'avec l'utilisation du *PI*. Toutefois, l'utilisation du *KGE* semble conduire à davantage de sous-estimations (biais99), ce qui conduit à une moyenne du biais99 moins satisfaisante.

CONCLUSION

L'objectif de ce stage était d'analyser la sensibilité des résultats d'un modèle hydrologique de simulation et de prévision des débits à la fonction objectif utilisée lors du calage. Ce travail s'appuyait sur l'étude récente de Gupta *et al.* (2009) qui avaient proposé une modification du critère de Nash et Sutcliffe (1970) (*NSE*) pour améliorer les résultats d'un modèle de simulation. Nous avons cherché à voir si ce résultat était également valable pour des applications de prévision, où l'on utilise plutôt le critère de persistance (*PI*).


Nous avons utilisé le lien entre critère de Nash-Sutcliffe et critère de persistance afin d'utiliser la décomposition proposée dans l'article de Gupta *et al.* (2009). Nous avons alors pu lier le critère de persistance aux mêmes composantes employées dans la décomposition du critère de Nash-Sutcliffe. Nous avons donc choisi d'étudier le critère de Kling-Gupta (*KGE*) directement pour la prévision.

En testant l'utilisation de ce critère comme fonction objectif lors du calage du modèle GRP en simulation, nous avons retrouvé les résultats obtenus par Gupta *et al.* (2009). En effet, le *KGE* est plus équilibré que le *NSE* et le rapport des variances est plus proche de 1, ce qui conduit à des plus hautes eaux mieux simulées car moins sous-estimées.

Nous avons alors testé cette fonction objectif lors du calage du modèle en prévision afin de déterminer s'il permet de moins sous-estimer les forts débits. Les résultats obtenus sont moins probants. Certes, le *KGE* est plus équilibré que le *PI*, mais il détériore la robustesse de ce dernier critère (utilisé en contrôle). De plus, le rapport des variances est diminué et la variabilité du biais des forts débits augmentée, ce qui nous mène à conclure que la prévision des plus hautes eaux est moins robuste. Nous avons d'ailleurs pu observer que des valeurs élevées du critère de performance du modèle n'impliquaient pas des valeurs satisfaisantes des composantes. Aussi peut-on se demander si l'utilisation du critère *KGE*, qui cherche à maximiser ces composantes, est adaptée en mode prévision. Une autre formulation que celle du *KGE* devrait être recherchée pour la prévision.

BILAN DE STAGE

J'ai voulu effectuer ce stage dans le domaine de la recherche pour être sûre que ce n'était pas ce que je voulais faire. Sur cette base assez paradoxale, j'ai néanmoins pu faire une expérience très positive.

Sur un plan scientifique, technique et méthodologique, je me suis aperçue que les cours dispensés à l'ENSEEIHHT m'ont surtout permis d'avoir une base, que j'ai complétée par des recherches adéquates. Ainsi, j'ai approfondi mes connaissances dans le domaine de l'hydrologie et du fortran archaïque et pris en main le logiciel libre , très pratique pour le traitement statistique de données. J'ai également constaté que les premières semaines de stage, principalement basées sur un travail de documentation, sont en fait primordiales pour cerner le sujet d'étude et son contexte. Enfin, j'ai eu l'occasion d'aller sur la zone de compétence du SPC Allier pour faire des relevés de mesures et des jaugeages dans trois cours d'eau du Cantal, dans la région du Puy Mary. Cette visite m'a permis de me rendre compte de quoi je parlais durant mon stage et pour me fixer les idées

Sur un plan humain, j'ai découvert l'autonomie et l'indépendance qu'implique le monde de la recherche, et j'ai eu le sentiment d'être utile sans trop de stress. J'ai pu remarquer la nécessité d'avoir une activité en commun quand on travaille seul sur un sujet. À ce propos, j'ai été accueillie par une équipe très soudée par une bonne ambiance, sûrement liée au frisbee et aux médailles obtenues grâce à ce sport. D'ailleurs, je continue à recevoir des poèmes hydrologiques tous les lundis.

Compte tenu de ces derniers facteurs, je ne suis dorénavant plus sûre de ne pas vouloir travailler dans le domaine de la recherche. Je poursuis donc cette année en double diplôme un master recherche.

BIBLIOGRAPHIE

Andréassian, V. ; Lerat., J. ; Leviandier, T. ; Michel, C. ; Perrin, C. ; Riffard, M. (2007). Note de cours d'hydrologie appliquée. Cemagref.

Berthet, L. (2010). Préviation des crues au pas de temps horaire : pour une meilleure assimilation de l'information de débit dans un modèle hydrologique. Thèse de Doctorat, AgroParisTech.

Gupta, H. V. ; Kling, H. ; Yilmaz, K. K. ; Martinez, G. F. (2009). Decomposition of the mean squared error and NSE performance criteria: Implications for improving hydrological modelling. Journal of Hydrology **377**(1-2) : 80-91.

Klemeš, V. (1986). Operational testing of hydrologic simulation models. Hydrological Sciences Journal, **31**(1) : 13-24

Nash, J. E. ; Sutcliffe, J. V. (1970). River flow forecasting through conceptual models : part I-A : discussion of principles. Journal of Hydrology, **10** : 282-290

Tangara, M. (2005). Nouvelle méthode de prévision de crue utilisant un modèle pluie-débit global. Thèse de Doctorat, École pratique des hautes études de Paris & Cemagref.

ANNEXES

Annexe 1 : Description du Cemagref et de l'équipe HYDRO

Créé en 1981, le Cemagref est un institut public de recherche finalisée sur des enjeux identifiés ou émergents liés au développement durable. Ses travaux portent essentiellement sur des systèmes environnementaux continentaux dans la perspective de la gestion durable des eaux et des territoires. Il crée des méthodes et des innovations technologiques pour l'aide à la décision et la gestion des milieux naturels et des systèmes de production associés.

Le Cemagref est un membre actif de deux réseaux européens d'organismes de recherche sur l'eau (EURAQUA) et sur l'environnement (PEER). Il noue des liens avec les organismes publics français et européens de recherche concernés par les recherches dans le domaine de la gestion des milieux et des ressources. Il conduit de nombreux projets avec des décideurs publics qui sont associés à la définition des priorités de recherche.

Les activités sont conduites au sein de trois départements scientifiques qui coordonnent 26 unités de recherche réparties sur le territoire. La direction générale se situe sur le site d'Antony. Ce dernier comporte trois unités, dont l'unité HBAN (Hydrosystèmes et Bioprocédés) qui relève du département scientifique « Eaux ». Les activités développées dans cette unité s'exercent dans plusieurs thèmes de recherche, dont celui du fonctionnement hydrologique des bassins versants (HYDRO) où j'ai effectué mon stage. Cette équipe a pour sujets principaux le développement de modélisations hydrologiques et ses applications pour des questions d'ingénierie ou de gestion.

Annexe 2 : Résumé de l'analyse du critère *NSE* proposée par Gupta *et al.* (2009)

Gupta *et al.* (2009) proposent de décomposer le critère *NSE* de la manière suivante :

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - Q_i^{sim})^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2}$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{i=n} ((Q_i^{obs} - \mu_{obs}) + (\mu_{obs} - \mu_{sim}) + (\mu_{sim} - Q_i^{sim}))^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2}$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2} - \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (\mu_{obs} - \mu_{sim})^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2} - \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (\mu_{sim} - Q_i^{sim})^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2} - 2 \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})(\mu_{obs} - \mu_{sim})}{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2}$$

$$- 2 \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (\mu_{obs} - \mu_{sim})(\mu_{sim} - Q_i^{sim})}{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2} - 2 \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})(\mu_{sim} - Q_i^{sim})}{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2}$$

$$NSE = - \frac{n(\mu_{obs} - \mu_{sim})^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2} - \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (\mu_{sim} - Q_i^{sim})^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2} - 2 \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})(\mu_{sim} - Q_i^{sim})}{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2}$$

$$NSE = - \frac{(\mu_{obs} - \mu_{sim})^2}{\sigma_{obs}^2} - \frac{\sigma_{sim}^2}{\sigma_{obs}^2} + 2 \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})(Q_i^{sim} - \mu_{sim})}{n\sigma_{obs}^2}$$

$$NSE = - \frac{(\mu_{obs} - \mu_{sim})^2}{\sigma_{obs}^2} - \frac{\sigma_{sim}^2}{\sigma_{obs}^2} + 2 \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})(Q_i^{sim} - \mu_{sim})}{n\sigma_{obs}^2}$$

$$NSE = - \frac{(\mu_{obs} - \mu_{sim})^2}{\sigma_{obs}^2} - \frac{\sigma_{sim}^2}{\sigma_{obs}^2} + 2 \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})(Q_i^{sim} - \mu_{sim})}{n\sigma_{obs}\sigma_{sim}} \frac{\sigma_{sim}}{\sigma_{obs}}$$

$$NSE = - \frac{(\mu_{obs} - \mu_{sim})^2}{\sigma_{obs}^2} - \frac{\sigma_{sim}^2}{\sigma_{obs}^2} + 2r \frac{\sigma_{sim}}{\sigma_{obs}}$$

$$NSE = -\beta_n - \alpha^2 + 2r\alpha$$

avec : $\beta_n = \frac{(\mu_{obs} - \mu_{sim})^2}{\sigma_{obs}^2}$, erreur de bilan normée

$\alpha^2 = \frac{\sigma_{sim}^2}{\sigma_{obs}^2}$, rapport des variances

$r = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})(Q_i^{sim} - \mu_{sim})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2 \sum_{i=1}^{i=n} (Q_i^{sim} - \mu_{sim})^2}} = \frac{1}{n} \sum \frac{(Q_i^{obs} - \mu_{obs})(Q_i^{sim} - \mu_{sim})}{\sigma_{obs}\sigma_{sim}}$, coefficient de corrélation

Il y a donc trois variables dont deux sont liées à la capacité du modèle à reproduire le premier et le deuxième moments de la distribution des observations (moyenne et variance).

Les valeurs optimales pour les trois composants sont : $r = 1$, $\alpha = 1$, $\beta_n = 0$. Dans tous les cas, on cherche à optimiser le *NSE*.

Deux problèmes se posent :

○ L'erreur de bilan $\mu_{sim} - \mu_{obs}$ apparaît sous une forme normée par l'écart-type des observations. Dans les bassins versants où il y a de grandes variations de débits, le composant β_n va tendre vers zéro, ce qui revient à mettre peu de poids sur ce coefficient. Les variations de débits sont donc moins prises en compte, ce qui conduit à des surestimations de très faibles débits, ainsi qu'à des sous-estimations de très forts débits.

○ α apparaît deux fois et interfère avec le coefficient de corrélation linéaire r . On peut montrer que le NSE est maximum pour $\alpha = r$ et comme on a $r < 1$, cela revient à dire que l'on va choisir une valeur de α qui sous-estime les variations du débit

Gupta *et al.* (2009) proposent d'utiliser la formulation alternative suivante :

$$KGE = 1 - ED \text{ avec } ED = \sqrt{(r-1)^2 + (\alpha-1)^2 + (\beta-1)^2} \text{ et } \beta = \frac{\mu_{sim}}{\mu_{obs}}$$

Comme le NSE , le KGE a un maximum en 1.

Le problème revient donc à optimiser les trois composants pour minimiser la distance euclidienne au point optimal, ce qui reviendrait à leur faire prendre des valeurs unitaires.

Les résultats des calages obtenus en utilisant ce nouveau critère ont également tendance à sous-estimer les forts débits, mais moins qu'avec le critère de Nash-Sutcliffe.

Annexe 3 : Lien entre le critère de Nash-Sutcliffe et celui de persistance

Le critère de Nash-Sutcliffe, écrit en utilisant les notations liées à la prévision, donne l'expression suivante :

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_{i+H}^{obs} - Q_{i+H}^{prev})^2}{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2}$$

De plus, le critère de persistance est :

$$PI = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_{i+H}^{obs} - Q_{i+H}^{prev})^2}{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})^2}$$

On a donc :

$$\frac{1 - NSE}{1 - PI} = \frac{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_{i+H}^{obs} - Q_{i+H}^{prev})^2}{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2} \frac{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})^2}{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_{i+H}^{obs} - Q_{i+H}^{prev})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})^2}{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2}$$

D'où :

$$\frac{1 - NSE}{1 - PI} = \frac{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_{i+H}^{obs} - \mu_{obs} + \mu_{obs} - Q_i^{obs})^2}{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2}$$

En développant, on obtient :

$$\frac{1 - NSE}{1 - PI} = \frac{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_{i+H}^{obs} - \mu_{obs})^2}{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2} + \frac{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2}{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2} + 2 \frac{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_{i+H}^{obs} - \mu_{obs})(\mu_{obs} - Q_i^{obs})}{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2}$$

En considérant que $\sum_{i=1}^{n-H} (Q_{i+H}^{obs} - \mu_{obs})^2 \approx \sum_{i=1}^{n-H} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2$, on a :

$$\frac{1 - NSE}{1 - PI} \approx 2 - 2 \frac{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_{i+H}^{obs} - \mu_{obs})(Q_i^{obs} - \mu_{obs})}{\sum_{i=1}^{n-H} (Q_i^{obs} - \mu_{obs})^2}$$

D'où :

$$\frac{1 - NSE}{1 - PI} \approx 2 - 2 \frac{\text{cov}(Q_{i+H}^{obs}, Q_i^{obs})}{\text{Var}(Q^{obs})} \approx 2(1 - \rho_H(Q^{obs}))$$

avec $\rho_H(Q^{obs})$, l'auto-corrélation des débits observés à H pas de temps.

Annexe 4 : Adaptation de la décomposition de Gupta *et al.* (2009) au critère de persistance

On adopte ici la même démarche que Gupta *et al.* (2009), afin de décomposer le critère de persistance de manière similaire au critère de Nash-Sutcliffe (démarche que l'on pourra trouver en annexe 2).

$$\begin{aligned}
 PI &= 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n-H} ((Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs}) + (Q_i^{obs} - Q_i^{prev}) + (Q_i^{prev} - Q_{i+H}^{prev}))^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})^2} \\
 PI &= 1 - \frac{\sum (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})^2}{\sum (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})^2} - \frac{\sum (Q_i^{obs} - Q_i^{prev})^2}{\sum (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})^2} - \frac{\sum (Q_i^{prev} - Q_{i+H}^{prev})^2}{\sum (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})^2} + 2 \frac{\sum (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})(Q_i^{obs} - Q_i^{prev})}{\sum (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})^2} \\
 &+ 2 \frac{\sum (Q_i^{obs} - Q_i^{prev})(Q_i^{prev} - Q_{i+H}^{prev})}{\sum (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})^2} + 2 \frac{\sum (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})(Q_i^{prev} - Q_{i+H}^{prev})}{\sum (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})^2} \\
 PI &= - \frac{\sum (Q_i^{obs} - Q_i^{prev})^2}{\sum (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})^2} - \frac{\sum (Q_i^{prev} - Q_{i+H}^{prev})^2}{\sum (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})^2} + 2 \frac{\sum (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})(Q_i^{obs} - Q_i^{prev})}{\sum (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})^2} \\
 &+ 2 \frac{\sum (Q_i^{obs} - Q_i^{prev})(Q_i^{prev} - Q_{i+H}^{prev})}{\sum (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})^2} + 2 \frac{\sum (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})(Q_i^{prev} - Q_{i+H}^{prev})}{\sum (Q_{i+H}^{obs} - Q_i^{obs})^2}
 \end{aligned}$$

Ici, aucun terme ne s'annule, ce qui diffère du développement proposé par Gupta *et al.* (2009). Le résultat obtenu ne s'interprète plus aussi facilement : on ne peut plus identifier trois composantes ayant une signification physique. On n'arrive donc pas à trouver un critère simple, équivalent au *KGE*, en adoptant la même démarche que Gupta *et al.* (2009).

Annexe 5 : Lecture d'une boîte à moustaches.

Une boîte à moustaches vise à fournir une description synthétique d'une distribution. Dans ce mémoire, elle représente les quantiles 0.05, 0.25, 0.5, 0.75, 0.95. Un exemple est donné par la Figure 18 ci-dessous :

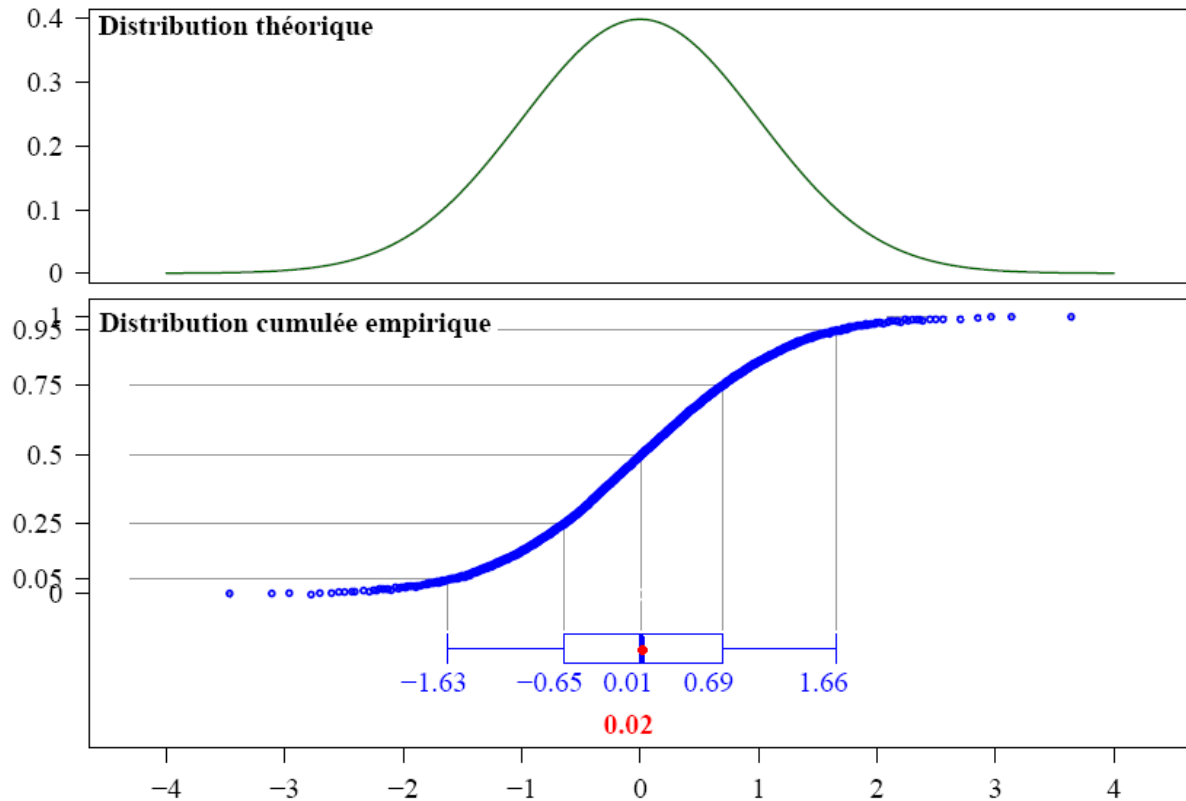


Figure 18 : Lecture d'une boîte à moustaches (illustration tirée de Berthet, 2010)

On tire 10 000 points dans une loi normale (graphique du haut). La distribution cumulée empirique est donnée dans le graphique en bas et est accompagnée de la boîte à moustaches résumant la distribution. Les segments gris indiquent les correspondances (de quantiles). Les moustaches représentent les quantiles 5 et 95 %, la boîte rend compte des quantiles 25, 50 (médiane) et 75 %. Enfin, le point rouge représente la moyenne, dont la valeur est indiquée en rouge également.