

ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

THÈSE

Doctorat Sciences et Techniques de l'Environnement

Contribution à l'étude de la propagation de crues en hydrologie

par

Marcio BAPTISTA

Soutenue le 14 septembre 1990

Devant le Jury composé de :

Président	:	M.	R.	POCHAT
Rapporteurs	:	M.	C.	BOCQUILLON
		M.	C.	THIRRIOT
Examineurs	:	M.	Ph.	BOIS
		M.	C.	MICHEL

CENTRE NATIONAL DU MACHINISME AGRICOLE, DU GENIE RURAL, DES EAUX ET DES FORETS
Groupement d' Antony

Division : *Hydrologie, hydraulique fluviale et souterraine*

BP 121, 92185 Antony Cedex ; Tél. : (1) 40 96 61 21 ; Télex : 632 672 ; Télécopie : (1) 40 96 60 36



" *Terra : planêta água* "

G. Arantes

REMERCIEMENTS

A l'issue de ce travail, je souhaite remercier tous ceux qui ont participé, directement ou indirectement à son élaboration.

Tout d'abord je remercie vivement Rémy POCHAT, directeur du CERGRENE, qui a accepté de m'orienter sur ce sujet, m'a fait bénéficier de sa compétence et de son expérience et m'a fait l'honneur de présider ce jury.

Je suis très reconnaissant à Claude BOCQUILLON, directeur du Laboratoire d'Hydrologie Mathématique de l'Université des Sciences et Techniques du Languédoc, et Claude THIRRIOT, directeur du Département Hydraulique et Mécanique des Fluides de l'Institut Polytechnique de Toulouse, qui malgré leurs lourdes tâches, ont accepté de rapporter mon travail, en y apportant des précieuses remarques et indications. Mes remerciements vont également à Phillipe BOIS, professeur de l'Institut de Mécanique de Grenoble, qui a accepté d'examiner mon rapport, en apportant, lui aussi, sa contribution à ce travail.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Claude MICHEL, ingénieur-chercheur au CEMAGREF et au CERGRENE, dont les qualités humaines et la compétence technique ont soutenu mon activité, pendant tout déroulement de ma thèse, par une collaboration solide et continue.

Je tiens aussi à remercier un certain nombre d'institutions liées à mon travail :

- Le Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - **CNPq** (Brésil) et le Comité d'études sur la formation d'ingénieurs - **CEFI** (France), qui, par l'intermédiaire d'une bourse d'études ont permis l'accomplissement de cette recherche ;

- Le Centre National du machinisme agricole, du génie rural, des eaux et des forêts - **CEMAGREF**, pour m'avoir accueilli, en acceptant mon sujet de thèse, et qui m'a fourni toutes les conditions pour mener à bien cette étude.

Je remercie également tous le personnel de la Division Hydrologie et Hydraulique du CEMAGREF - ANTONY où ce travail s'est déroulé dans d'excellentes conditions. Je remercie aussi les membres du CERGRENE et de la division Qualité des Eaux, Pêche et Pisciculture du CEMAGREF, à Paris, où des parties de ce travail ont été réalisées, dans des conditions tout aussi excellentes.

Je remercie tous les personnes qui m'ont soutenu et aidé, de plusieurs formes, à accomplir mon travail. Je remercie aussi les personnes que j'ai rencontrées ici, et qui, par leur amitié, ont fait de mon séjour en France une expérience enrichissante et agréable. Un grand merci à Brigitte et Luis.

Enfin, je dédie ce travail à ma famille, à Jane, Izabela et Luiza.

RESUME

L'étude de la propagation de crues est un problème assez complexe et fastidieux du fait des nombreuses données hydrologiques et hydrauliques nécessaires et des calculs impliqués par la résolution numérique des équations de Saint Venant. Il est donc utile, en particulier dans le domaine de l'hydrologie, de disposer de méthodes simples et assez fiables pour traiter ce phénomène.

Dans ce travail on a cherché à avoir une vision globale du phénomène, par la connaissance approchée du rôle de quelques paramètres descriptifs des cours d'eau et des crues. L'utilisation de ces paramètres dans des modèles simplifiés de propagation a été l'objectif de cette thèse.

Tout d'abord, à partir d'un modèle diffusif linéaire, proposé par Hayami, et moyennant quelques hypothèses simplificatrices sur la forme des hydrogrammes, on a pu proposer une méthodologie d'évaluation de la propagation de pointes de crues. Ensuite on s'est intéressé au modèle complet de Saint Venant, et à partir d'une analyse a posteriori des résultats de plusieurs simulations de propagation selon ce modèle, on a proposé des modèles simplifiés de propagation, portant toujours sur la pointe de crue. Enfin on a étudié l'applicabilité de ces modèles sur des cours d'eau et des crues réels.

ABSTRACT

Flood routing studies are rather intricate and cumbersome due to various hydrologic and hydraulic data required and computing involved in numerical solving of the Saint Venant's equations. Therefore, it is useful, especially in the field of Hydrology, to have simple and reliable methods for handling this phenomenon.

In this work, we searched for a lumped view upon the phenomenon, through the approximative knowledge of the influence of a few parameters related both to the rivers reaches and the floods. Using these parameters in simplified routing modelling was the aim of this thesis.

First, from the linear diffusive model outlined by Hayami, and after some simplifications about the shape of hydrographs, one could propose a method to assessing flood peaks routing. Then, one worked in the more comprehensive frame of the Saint Venant model, and from an a posteriori analysis of the outcome of various flood routing simulations according this model, one proposed simplified routing models, applicable to the flood peaks. Finally, we examine the feasibility of these models on actual river reaches and floods.

RESUMO

O estudo da propagação de cheias em hidrologia é um problema relativamente longo e complexo, em função do grande número de dados hidrológicos e hidráulicos necessários, bem como dos cálculos correspondentes à resolução numérica do sistema de Saint Venant, que descreve matematicamente o fenômeno. Desta forma, torna-se extremamente interessante a disponibilidade de métodos, simples e fiáveis, que permitam tratar o problema de forma mais prática.

Neste trabalho procurou-se tratar a questão com uma visão global, através do conhecimento aproximativo do papel de alguns parâmetros descritivos dos cursos d'água e dos hidrogramas de cheia na propagação. A utilização destes parâmetros em modelos simplificados constitui o objetivo principal desta tese.

Inicialmente, à partir de um modelo difusivo linear, conhecido como modelo Hayami, e através de algumas hipóteses simplificativas da forma dos hidrogramas, propõe-se uma metodologia de avaliação da propagação dos picos das ondas de cheia. Em seguida, à partir de uma análise a posteriori dos resultados de diversas simulações de propagação, utilizando-se o modelo completo de Saint Venant, foram propostos dois outros modelos simplificados de propagação de picos de cheias. Finalmente, foi analisada a viabilidade da aplicação dos modelos propostos na prática da Hidrologia, através de sua utilização em cursos d'água e cheias reais.

Mots clés

Hydrologie
Hydraulique fluviale
Propagation de crues

Key words

Hydrology
River Hydraulics
Flood Routing

Palavras-chave

Hidrologia
Hidráulica Fluvial
Propagação de Cheias

SOMMAIRE

INTRODUCTION

PREMIERE PARTIE

LES FONDEMENTS DE LA PROPAGATION DE CRUES ET DE SA MODELISATION

1.1 - LA PROPAGATION EN HYDROLOGIE	
1.1.1 - Le phénomène de propagation de crues	15
1.1.2 - L'étude de la propagation de crues	17
1.1.3 - Objectifs pour l'étude de la propagation	19
1.2 - LES FONDEMENTS THEORIQUES DE LA PROPAGATION	
1.2.1 - Le système de Saint Venant	21
1.2.2 - Les simplifications du système complet	23
1.3 - LA MODELISATION DE LA PROPAGATION	
1.3.1 - Les modèles complets	26
1.3.2 - Les modèles déterministes simplifiés	28
1.3.3 - Les modèles hydrologiques	30
1.3.4 - Les modèles statistiques	31
1.4 - LE CHOIX DES MODELES DE PROPAGATION	
1.4.1 - Les aspects à considérer pour le choix de modèles	32
1.4.1.1 - L'objectif global de l'étude	33
1.4.1.2 - Les conditions physiques du problème	33
1.4.1.3 - La disponibilité de données	34
1.4.2 - Un système-expert pour le choix d'un modèles ?	35

DEUXIEME PARTIE

ETUDE DU MODELE HAYAMI SIMPLIFIE

2.1 - INTRODUCTION

2.2 - LES FONDEMENTS DU MODELE HAYAMI

2.2.1 - Fondements Théoriques	40
2.2.2 - Les paramètres C et D	43
2.2.3 - L'Applicabilité du Modèle HAYAMI	6
2.2.3.1 - La simplification de l'équation dynamique	47
a) - Critère de Cunge et Cayla	47
b) - Critère sur une faible variation du régime autour du régime permanent	48
c) - Critère basé sur SAINT VENANT linéarisé	50
2.2.3.2 - Les conditions aux limites	51
2.2.3.3 - La linéarisation de l'équation de diffusion	51
2.2.3.4 - Conclusions	52

2.3 - PROPOSITION D'UN MODELE HAYAMI SIMPLIFIE

2.3.1 - L'Intégration du modèle Hayami	54
2.3.2 - Définition d'une crue d'Hayami	56
2.3.2.1 - Le débit de pointe	58
2.3.2.2 - La durée de dépassement	61
2.3.2.3 - Routage d'une crue d'Hayami :	62
2.3.3 - La construction des abaques	65
2.3.3.1 - Abaques à partir de δ et Ω	65
2.3.3.2 - Abaques partant directement de C et D	67

2.4 - ETUDE DES PARAMETRES C ET D DU MODELE HAYAMI

2.4.1 - Détermination théorique des paramètres	68
2.4.2 - Détermination à partir de mesures - Application du modèle simplifié proposé	71

2.4.3 - Proposition d'expressions empiriques pour la détermination de C et D	72
2.4.3.1 - Données utilisées	73
2.4.3.2 - Les régressions effectuées	77
a) Régressions pour la détermination des paramètres	77
a.1) Obtention d'expressions directes	77
a.2) Obtention d'expressions avec transformation de la pente	81
a.3) Obtention d'expressions semblables aux expressions théoriques	84
a.4) Régressions avec les caractéristiques des biefs	86
a.5) Performance des expressions	86
b) Régressions pour l'ajustement des paramètres	90
2.5 - POSSIBILITES D'EXTENSION DU MODELE SIMPLIFIE	
2.5.1 - Tronçons de cours d'eau non homogènes	92
2.5.2 - Crues multiples	93
2.5.3 - Réseaux hydrographiques	94

2.6 - CONCLUSION

TROISIEME PARTIE

ETUDE DE L'INFLUENCE DES CARACTERISTIQUES DES BIEFS ET DES CRUES SUR LA PROPAGATION - PROPOSITION DES MODELES SIMPLIFIES DE PROPAGATION DES POINTES DE CRUES

3.1 - INTRODUCTION

3.2 - LES ELEMENTS DE L'ETUDE

3.2.1 - Les caractéristiques des cours d'eau	100
3.2.2 - Les caractéristiques des hydrogrammes	101
3.2.2.1 - Choix du type d'hydrogramme et des variables à représenter	102
3.2.2.2 - Etude sur le débit de base	107

3.2.3 - La modélisation adoptée pour l'obtention des données	109
3.2.3.1 - Le modèle complet utilisé	109
3.2.3.2 - Etude du pas d'espace et du pas de temps	111
3.2.4 - Importance de la condition aval	114
3.3 - PREMIERES CONCLUSIONS SUR LES RESULTATS DES SIMULATIONS	
3.3.1 - Considerations sur l'hydrogramme	116
3.3.2 - Considerations sur les éléments de la propagation	121
3.3.2.1 - L'atténuation	123
3.3.2.2 - Le temps de transfert	126
3.3.3 - Les effets de la condition aval	130
3.4 - LA PROPOSITION DES MODELES SIMPLIFIES DE PROPAGATION	
3.4.1 - Les éléments utilisés de l'étude	135
3.4.1.1 - Les cours d'eau et les hydrogrammes	135
3.4.1.2 - Les simulations effectuées	137
3.4.2 - Le Modèle simplifié global	139
3.4.3 - Le Modèle Simplifié à pas d'espace fixé	146
3.4.3.1 - L'atténuation de la pointe	147
3.4.3.2 - Le temps de transfert	151
3.4.3.3 - Le modèle simplifié proposé	158
3.4.4 - Etude de l'effet de la pente sur le temps de transfert	160
3.5 - CONCLUSIONS	

QUATRIEME PARTIE

APPLICATION DES MODELES PROPOSES SUR DES COURS D'EAU REELS

4.1 - INTRODUCTION

4.2 - LES DONNEES UTILISEES

4.2.1 - La Seine (France)	166
4.2.2 - Wye River (Grande Bretagne)	167

4.2.3 - Rio Jacui (Brésil)	171
4.2.4 - La Midouze (France)	174
4.2.5 - La Save (France)	175
4.2.6 - Considérations Finales	177
4.3 - APPLICATION DU MODELE HAYAMI SIMPLIFIE	
4.3.1 Evaluation de l'atténuation et du décalage	179
4.3.1.1 - Calage de C et D	179
4.3.1.2 - Pré-estimation de C et D	182
4.3.1.3 - Corrections de C et D	186
4.3.2 - Etude des effets des opérations d'aménagement d'un cours d'eau sur les coefficients C et D	188
4.3.2.1 - Etude de la variabilité du décalage en fonction de la Célérité	188
4.3.2.2 - Etude de la variabilité de l'atténuation et du décalage	190
4.3.2.3 - Conclusions	195
4.4 - APPLICATION DES MODELES DERIVES DE SAINT VENANT	
4.4.1 - Application du Modèle Simplifié Global	196
4.4.2 - Application du Modèle à pas d'espace fixe	199
4.4.3 - Application des modèles sur la rivière La Save	201
4.5 - COMPARAISON DES MODELES	
4.5.1 - Le Wye	204
4.5.2 - Le Jacui	205
4.5.3 - Analyse des résultats	206
<u>CONCLUSION GENERALE</u>	207
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	211
NOTATIONS	216
LISTE DE FIGURES	218
LISTE DE TABLEAUX	223

ANNEXES

A - PUBLICATIONS	226
B - BASE DE CONNAISSANCE POUR LE SYSTEME EXPERT	255
C - PROGRAMMES INFORMATIQUES CREEES	263
D - RESULTATS INTERMEDIAIRES OBTENUS	283

INTRODUCTION

INTRODUCTION

En hydrologie, les traitements des flux relèvent essentiellement de deux types de phénomènes. Le premier type constitue la "Fonction Production". Il concerne les mécanismes de genèse des écoulements, c'est-à-dire, la transformation de la pluie brute en pluie nette. Le deuxième type est la "Fonction Transfert". Il est relatif aux processus de transport proprement dits.

La transformation pluie-débit fait intervenir un certain nombre de processus physiques, comme l'évapotranspiration, l'absorption et l'infiltration dans les sols, etc... extrêmement variables dans le temps et dans l'espace. La fonction production est donc très complexe, constituant le "noyau central" de l'hydrologie. Elle mérite la grande partie des efforts de recherche en hydrologie.

C'est au deuxième type de phénomène, représenté par le terme générique "fonction transfert", qu'appartient la propagation des crues dans les cours d'eau. Cette propagation obéit à des lois dérivées de la mécanique des fluides. Elle serait donc moins complexe, car déjà bien étudiée par les hydrauliciens, qui ont réussi à expliciter les lois de l'écoulement sous forme d'équations mathématiques.

Cependant, des phénomènes secondaires peuvent perturber, de façon importante, l'écoulement. La présence d'irrégularités, l'hétérogénéité des surfaces affectant le frottement, etc... peuvent rendre une certaine complexité au phénomène, surtout dans le cadre des milieux naturels. En effet, la prise en compte de toutes les variables intervenant dans le phénomène peut rendre très difficile une description fine par les méthodes de l'hydraulique. Cela vient limiter, d'une certaine façon, l'utilisation des modèles de propagation en hydrologie.

Par ailleurs, la difficulté de modélisation des processus physiques faisant partie de la fonction production peut rendre illusoire la recherche d'une précision importante dans la quantification de la fonction transfert. Ainsi, en hydrologie, il semble toujours intéressant de décrire le phénomène de propagation de façon plus globale, même au prix d'une perte de précision.

Cela posé, on peut dire que l'on a encore deux grandes directions à donner aux recherches en matière de propagation de crues. On peut chercher à préciser la description du phénomène, avec la prise en compte d'éléments actuellement écartés, l'étude d'une modélisation bidimensionnelle et l'utilisation des techniques numériques modernes et, de l'autre côté, on peut chercher une vision plus globale du phénomène, avec l'étude de modèles simples, l'utilisation de caractéristiques hydrauliques familières aux hydrologues, et de méthodes donnant des réponses rapides et assez fiables. En effet, il demeure intéressant de disposer de modèles d'utilisation plus immédiate, comme on peut le constater au vu de quelques publications récentes (Tingsanchali et Lal, 1988), (Pridal et James, 1989).

C'est cette deuxième philosophie que l'on a adoptée que l'on a adoptée tout au long de cette thèse. On va essayer d'étudier la problématique de la propagation d'une façon très pragmatique, bien que, peut-être, assez légère et incomplète pour un hydraulicien. Des méthodes simplifiées sont assez abondantes dans l'hydrologie, mais il faut remarquer qu'elles s'appliquent plus à simplifier les complexes équations qui décrivent le phénomène qu'à proposer une description simplifiée des résultats de la propagation. On se propose donc de traiter le problème à l'aval, c'est-à-dire, en exploitant a posteriori les caractéristiques du phénomène qui nous intéressent.

On va chercher à mieux connaître le rôle de quelques paramètres descriptifs des crues et des cours d'eau, sur la propagation ; on va tenter également, de façon assez sommaire, de modéliser la propagation. L'objectif ultime est de proposer des méthodes simplifiées pour étudier le phénomène, en contribuant ainsi, à faciliter la prise en compte de la propagation dans la pratique de l'hydrologie.

Dans la **Première Partie** de la thèse, on essaie de décrire les fondements de la propagation des crues et de sa modélisation. Le but de cette partie est de mieux situer la propagation dans l'hydrologie et de mettre en évidence la spécificité du domaine concerné. Il s'agit d'un rappel bibliographique et d'une tentative pour mieux formaliser les problèmes abordés dans la thèse, avant d'entrer, effectivement, dans le sujet.

Les **Deuxième et Troisième Parties** constituent le coeur de ce travail. La deuxième partie concerne un modèle diffusif linearisé, connu en France comme modèle Hayami. La troisième partie est plus axée sur l'influence des caractéristiques hydrauliques des biefs sur la propagation des pointes de crues. On arrive, à la fin des deux parties, à proposer des modèles simplifiés de propagation, d'utilisation très facile et d'une performance généralement acceptable en hydrologie.

Dans la **Quatrième Partie** de la thèse, on essaie d'utiliser les modèles proposés sur des cas réels. On analyse la souplesse d'application et la précision des modèles sur 17 crues, observées sur 6 différents cours d'eau.

Enfin, nous finissons la thèse par une **Conclusion Générale**, reposant sur un bilan du travail effectué et nous évoquons les suites à donner, éventuellement, à cette recherche.

Les études menées au cours de cette thèse ont permis la publication de deux articles et la présentation d'une communication dans un symposium sur les ressources en eau. Ces trois documents sont présentés dans l'annexe A.

PREMIERE PARTIE

**LES FONDEMENTS DE LA PROPAGATION DE CRUES ET DE SA
MODELISATION**

1.1 - LA PROPAGATION EN HYDROLOGIE

Le but de ce premier paragraphe est d'éclaircir le cadre de cette étude, en décrivant la problématique de la propagation des crues dans le contexte global de l'hydrologie.

Au paragraphe 1.1.1. on présente sommairement la physique du phénomène en question. Ensuite, au paragraphe 1.1.2., on fait un court rappel historique sur l'hydrologie, et, plus particulièrement sur la propagation des crues. Pour finir, on essaie d'expliciter les différents objectifs que l'on peut avoir lors d'une étude de propagation des crues, dans le cadre des applications hydrologiques.

1.1.1 - Le phénomène de la propagation des crues

Les situations où le phénomène de propagation de crue se présente peuvent être schématisées de la façon suivante, illustrée par la figure 1.1. :

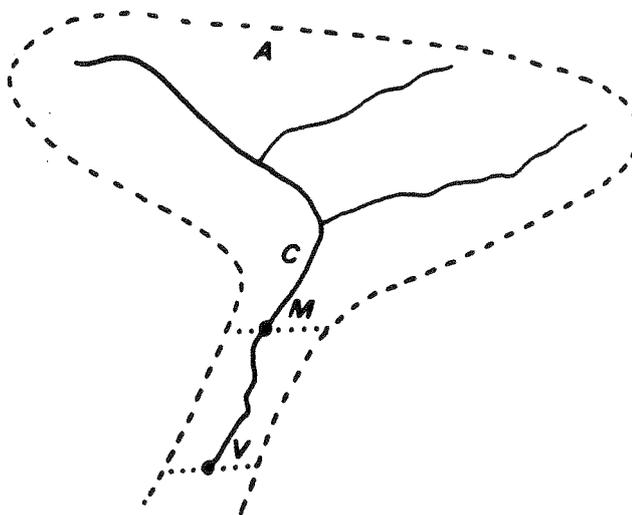


Figure 1.1 - Situation schématique où la propagation est prépondérante

Dans un bassin versant A, drainé par un cours d'eau C, des pluies importantes viennent de se produire. On constate une augmentation des niveaux d'eau à l'amont, au point M. Notre problème est de savoir comment cette montée des niveaux à l'amont va se propager à l'aval, jusqu'au point V. Il s'agit, bien sûr, de tronçons de cours d'eau qui

ne présentent pas d'apports latéraux importants, comme cela est probablement le cas pour le tronçon MV de la figure 1.1.

Le phénomène de propagation d'une crue peut être assimilé à la translation d'une onde qui se déforme au cours de cette translation, en fonction du frottement et du stockage dans le cours d'eau. En effet, on observe que cette onde, tout en conservant son volume, présente une certaine réduction du débit de pointe, et met un certain temps pour parcourir le bief. Il y a donc une **atténuation** de la pointe de crue, qui se propage avec une certaine vitesse de translation, donnant donc un **temps de transfert** pour parcourir le bief (cf. figure 1.2.) :

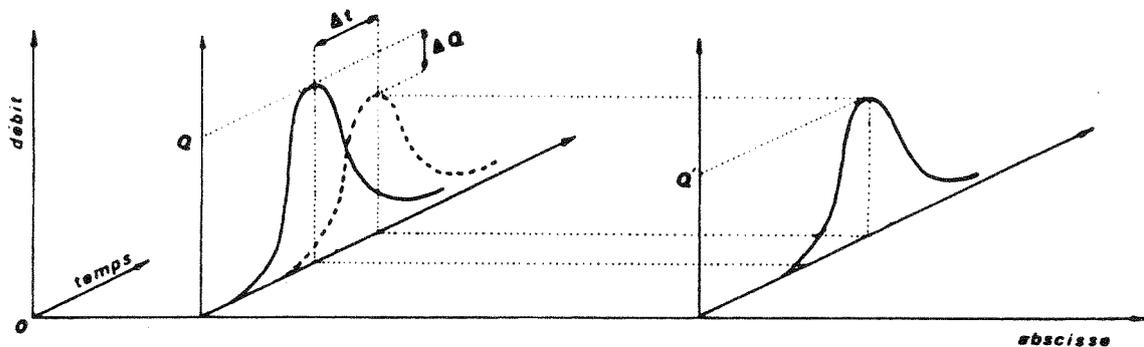


Figure 1.2 - Propagation d'une crue

Cette atténuation de la pointe et ce temps de transfert sont fonction des caractéristiques de frottement et stockage dans le cours d'eau, ainsi que des caractéristiques propres de la crue.

La propagation d'une crue est donc plutôt une affaire de mécanique des fluides ; du point de vue de l'hydraulique, la propagation dans les cours d'eau est un problème typique d'écoulement transitoire. L'importance du phénomène est assez variable, fonction des éléments précédemment cités.

Ainsi, la propagation est un phénomène physique général, mais qui se présente, à l'état pur, dans un nombre assez limité de situations hydrologiques. En effet, le poids relatif du phénomène de propagation, face à l'ensemble des autres processus physiques concernés, peut être assez faible dans un grand nombre de cas. En réalité, le phénomène de propagation n'intervient seul que dans des situations pratiques assez limitées.

1.1.2 - L'étude de la propagation des crues

Le domaine de l'hydrologie, constitué des diverses étapes du cycle de l'eau dans la nature, est assez vaste et complexe.

En effet, en étudiant l'occurrence de l'eau sous ses diverses formes, l'hydrologue est obligé de traiter une multitude de phénomènes complexes et de natures très différentes. Il faut donc chercher les moyens de maîtriser le cycle de l'eau, qui est essentiel aux activités humaines, de façon à permettre d'éviter, ou de minimiser, les problèmes que les périodes d'abondance, ou de pénurie, peuvent occasionner aux hommes.

Ainsi, du fait du caractère vital de l'eau, l'homme a été confronté aux problèmes hydrologiques depuis longtemps. Des travaux hydrauliques importants remontent à l'antiquité, comme en témoignent les vestiges des travaux de drainage et d'irrigation effectués par les sumériens, dès 4000 A.C.

Cependant, ces travaux anciens ont été faits d'une façon presque "intuitive", empirique, n'ayant pas, à l'époque, une préoccupation "cognitive" (Klemes, 1988). En effet, on ne recherchait pas la compréhension des phénomènes hydrologiques en cause et, de plus, on ne mettait pas l'accent sur la transmission des connaissances, étant donné que le type d'information en question n'intégrait aucune branche des connaissances considérées à l'époque comme fondamentales.

L'hydrologie comme science, a donc connu un développement tardif. C'est seulement au XV^e siècle qu'on a pris conscience que les pluies pouvaient jouer un rôle important dans l'explication des débits des rivières. Cette constatation, tout à fait fondamentale n'a été réellement confirmée qu'au XVII^e siècle, par les mesures de Perrault, sur la Seine. La systématisation moderne des connaissances de l'hydrologie et l'hydraulique n'a réellement débuté qu'avec la fondation de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, au XVIII^e siècle (Linsley et Franzini, 1979).

Dans le contexte global, assez large, de l'hydrologie, le phénomène de propagation représente une partie assez modeste. D'abord, le problème se pose, effectivement, dans un nombre limité de cas. Ensuite, il semble que son étude appartient plutôt à l'hydraulique. Ainsi, le problème de la propagation des crues n'a été posé, de façon nette, qu'au milieu du XIX^e siècle (Gallati et Maionne, 1977).

En 1871 Barré de Saint-Venant a proposé un système d'équations décrivant le phénomène. Ce système, qui porte son nom, constitue depuis la base théorique de l'étude de la propagation.

Comme le système de Saint-Venant n'a pas de solution analytique générale connue, l'étude du phénomène avec l'ensemble des hypothèses de départ n'a été vraiment opérationnelle qu'à partir de la deuxième moitié du XX^e siècle, avec l'avènement de l'informatique. Auparavant, l'étude du phénomène était faite de façon empirique en recourant à des simplifications, plus ou moins importantes, du système complet.

Dans le XIX^e siècle, on doit citer les études de Graef, en 1875, de Kleitz en 1877, ainsi que la première méthode pour l'intégration graphique de Saint-Venant, fondée sur les courbes caractéristiques, due à Massau, en 1889.

Au début du XX^e siècle, malgré des développements mathématiques importants, les études sur la propagation ont eu un caractère essentiellement empirique et pratique, vis-à-vis des objectifs immédiats. On peut citer ici les études sur les rivières Mississipi-Missouri, effectuées par Seddon, en 1900, et les études sur les rivières Sacramento et San Joaquin, datées de 1907 et 1908.

Dans les années 30 on voit apparaître des modèles "hydrologiques", qui s'éloignent du système de Saint-Venant, car ils sont fondés sur des considérations de stockage dans les cours d'eau. Le modèle hydrologique le plus connu est le modèle Muskingum proposé par McCarthy, en 1938.

En 1934, Bachet, un ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, a proposé une méthode graphique, très ingénieuse, connue sous le nom des "Réglettes de Bachet", très répandue en matière de prévision de crues.

En 1951, Hayami a proposé des simplifications du système complet de Saint-Venant et a fait des développements mathématiques conduisant à son intégration directe. L'application du modèle ainsi obtenu a donné d'excellents résultats sur la rivière Yedo, et a permis une généralisation des études de propagation, avec l'apparition d'un nombre important de modèles dérivés.

Depuis la fin des années 50, on a vu apparaître un grand nombre de contributions importantes pour l'étude de la propagation. Il y a eu des améliorations nettes, soit au niveau de la qualité de la modélisation, soit au niveau des techniques numériques proposées. On peut citer, en France, les nombreux travaux de Bocquillon, Cunge, Preismann et Thirriot.

L'ensemble de ces travaux et l'essor de l'informatique sont à l'origine d'un grand développement pour l'étude de la propagation. Il existe, aujourd'hui, un nombre important de modèles, utilisant diverses techniques numériques, pour l'intégration du système complet de Saint-Venant, pour la résolution des équations simplifiées et pour les modèles hydrologiques et statistiques. Les perspectives actuelles concernent la modélisation bidimensionnelle de l'écoulement, pour traiter des cours d'eau très complexes, et l'utilisation des techniques avancées, comme les éléments finis ou la théorie fractale.

1.1.3 - Objectifs pour l'étude de la propagation

En hydrologie, on a besoin de connaître la propagation des crues pour plusieurs types d'étude, avec des objectifs assez différents. On peut répartir ces objectifs en deux grandes classes : la pré-détermination et la prévision des crues, les objectifs de gestion se plaçant entre ces deux classes.

Ces deux grandes classes d'objectifs présentent des besoins, et des intérêts, assez diversifiés, et les positions que l'on doit prendre face aux problèmes sont donc, assez différentes.

En effet, dans la catégorie des problèmes de **pré-détermination**, on veut étudier, par exemple, l'impact de travaux d'aménagement sur la propagation des crues. On veut savoir comment une crue de projet va se propager le long d'un tronçon donné. Dans ces conditions, on cherche le maximum de précision dans l'estimation de la pointe de la crue et, éventuellement, de son volume. L'étude doit fournir des résultats de qualité, pour l'ensemble du tronçon, pour plusieurs scénarios d'aménagement du cours d'eau.

Un modèle de propagation adapté aux objectifs de pré-détermination doit donc fournir des résultats assez précis, pour plusieurs situations, et a priori, on n'a pas vraiment de limitation importante au niveau du temps de calcul, car on va l'utiliser dans le cadre d'une étude ou d'un projet. Les qualités recherchées sont donc la **précision** pour l'évaluation de la pointe de la crue et la **souplesse** du modèle.

Par contre, pour les objectifs de **prévision de crues**, c'est-à-dire l'évaluation en temps réel de l'évolution d'une crue, les besoins sont nettement différents. On a intérêt à avoir ici un détail plus important dans le **déroulement temporel** de la crue, les dates de franchissement des niveaux critiques et les durées de submersion. Un modèle adapté aux besoins de la prévision des crues doit fournir des **réponses rapides**, en permettant l'adoption de mesures de prévention et de sécurité, le cas échéant. La préoccupation ici n'est pas la précision des résultats, car l'incertitude des informations pluviométriques et hydrométriques, ainsi que l'éventuelle évolution des paramètres liés à la géométrie du cours d'eau, invalident la recherche d'une grande finesse des résultats.

Un autre aspect à considérer concerne la localisation des zones d'intérêt. Par exemple, les résultats de la propagation sont d'un intérêt moindre à l'amont et à l'aval d'une ville que dans la ville elle-même. Le domaine de l'étude peut être limité à la zone urbaine, où les dommages et le coût social d'une inondation sont potentiellement beaucoup plus importants.

Etant donné ces différences importantes au niveau des besoins, en hydrologie, les outils devront être adaptés à chaque objectif. Pour les objectifs de pré-détermination, on

doit utiliser des modèles plutôt déterministes, capables de donner des réponses fiables pour des situations différentes de celles du calage ; d'où une certaine souplesse des modèles. Par contre, pour les objectifs de prévision, des modèles plutôt statistiques, liant les pluies et les hauteurs d'eau en divers points, semblent être les modèles les plus indiqués.

Dans la suite de ce chapitre, au paragraphe 1.3., on fait une description, encore que légère, des différents modèles de propagation de crues. On propose aussi quelques critères pour le choix d'un modèle, un objectif étant donné.

1.2 - LES FONDEMENTS THEORIQUES DE LA PROPAGATION

Dans ce paragraphe, on décrit, de façon succincte, les fondements de la propagation des crues. Tout d'abord, on présente le système de Saint-Venant, sur lequel repose toute la théorie décrivant le phénomène. Ensuite, on passe aux différentes simplifications possibles du système complet, qui nous permettent d'aboutir aux modèles déterministes simplifiés.

1.2.1 - Le Système de Saint-Venant

L'écoulement d'une rivière en crue, c'est-à-dire, en régime transitoire, a été décrit pour la première fois par Barré de Saint-Venant, en 1871. Pour ce faire, il a proposé un système d'équations aux dérivées partielles, non linéaires, qui s'écrit sous la forme suivante (Pochat, 1980), en absence d'apports intermédiaires :

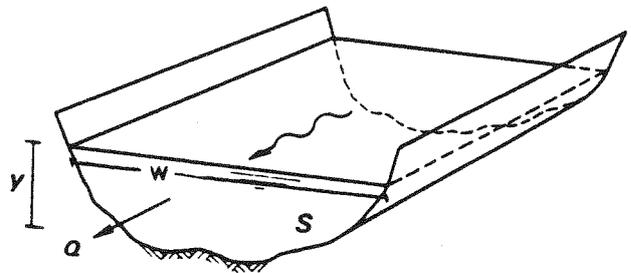
$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} = g (I - J) \quad (1.2)$$

(a) (b) (c) (d) (e)

où :

- S : section mouillée ;
- Q : débit ;
- v : vitesse moyenne dans la section ;
- t : temps ;



- x : abscisse en long ;
- y : tirant d'eau ;
- g : accélération de la pesanteur ;
- l : pente du fond ;
- J : pente de la ligne d'énergie.

La première équation est l'équation de la continuité, traduisant la conservation des volumes ; la deuxième est l'équation dynamique, qui traduit la conservation de la quantité de mouvement.

Dans l'équation dynamique, (a) et (b) sont les termes d'inertie ; (c) correspond au terme de pression ; (d) est le terme de gravité et (e) est le terme englobant les pertes de charge par frottement.

Ces équations, dites de Saint-Venant, sont basées sur quelques hypothèses simplificatrices de la réalité physique. En effet, les hypothèses fondamentales sont celles des écoulements filaires, graduellement variés. Elles sont essentiellement les suivantes :

- Fluide incompressible et homogène ;
- Distribution des pressions hydrostatique sur une verticale ;
- Pente du fond faible ;
- Variation graduelle de la section transversale ;
- Pertes de charge équivalentes aux pertes dans les écoulements permanents.

Malgré ces hypothèses assez draconiennes, il semble que le phénomène de propagation dans des cours d'eau naturels est bien décrit par le système de Saint Venant.

Cette dernière hypothèse suppose que le paramètre J a la même forme qu'en régime permanent et qu'il peut être déterminé par une loi de comportement empirique, faisant intervenir la vitesse moyenne v et le tirant d'eau y (Kovacs, 1988). Dans ces conditions, le système de Saint-Venant est complété par une troisième équation :

$$J = f(v, y) \tag{1.3}$$

On utilise habituellement ici la formule de Chézy, combinée avec les expressions de Bazin ou de Manning-Strickler (Chow, 1959).

Pour la résolution du système de Saint-Venant, il faut connaître les conditions aux limites, amont et aval, liant les variables Q ou y dans le temps. Il faut encore connaître

les conditions initiales, c'est-à-dire $v(x,0)$ et $y(x,0)$ pour tout x , dans les cas des écoulements fluviaux, les plus fréquents en hydrologie.

Enfin, le système d'équations de Saint-Venant n'ayant pas de solution analytique connue, il est nécessaire d'utiliser des méthodes numériques pour sa résolution, avec des besoins, en temps de calcul, importants. De ce fait, plusieurs essais de simplification ont été effectués.

1.2.2 - Les simplifications du système complet

Comme l'équation de la continuité (1.1) n'est pas passible de simplification et que sa modification serait lourde de conséquences, les simplifications ont donc porté sur l'équation dynamique (1.2). Celle-ci avec ses cinq termes, peut conduire à de nombreuses simplifications, souvent acceptables et réalistes pour les besoins de l'hydrologie (Miller et Cunge, 1975). Une première simplification, en négligeant les termes d'inertie et en groupant les termes de pression et de frottement, nous conduit à l'expression suivante (1.4), pour l'équation dynamique simplifiée :

$$\frac{\partial y}{\partial x} + J - I = 0 \quad (1.4)$$

Cette simplification revient à dire, en plus des hypothèses de Saint-Venant, que les forces de frottement, gravité et pression sont dominantes, ce qui se vérifie pour les crues lentes naturelles, en rivières avec une pente du fond pas trop faible (Cunge, 1976).

L'avantage essentiel de négliger les termes d'inertie est que l'on peut éliminer une des variables et obtenir une seule équation, en hauteur ou en débit. En général, on conserve la variable débit, et l'on obtient l'expression (1.5) (Weinmann et Laurenson, 1979) :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + C \frac{\partial Q}{\partial x} - D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = 0 \quad (1.5)$$

où :

$$C = C(x, t, y, Q) ;$$

$$D = D(x, t, y, Q).$$

Cette équation est appelée **onde de crue diffusante** lorsque l'on élimine la variable y (ou Q) dans les expressions analytiques de C et de D .

Dans ce modèle, l'écoulement est décrit comme une onde qui se propage de l'amont vers l'aval avec une **célérité** C et qui s'atténue, d'une façon analogue à la diffusion de chaleur, selon un **coefficient de diffusion** D . Ces coefficients C et D , dans le modèle de l'onde de crue diffusante sont variables en fonction du débit et des caractéristiques du cours d'eau, comme l'on verra pour la suite.

Cette formulation, radicalement différente de celle du système Saint-Venant, permet une prise en compte plus globale de la géométrie, sans une référence explicite à la rugosité. Tout cela conduit à une mise en oeuvre plus aisée, soit au niveau du calcul, soit au niveau des besoins de la connaissance physique du cours d'eau.

Le problème qui reste pour l'utilisation du modèle d'onde diffusante est qu'il n'y a pas de solution analytique connue pour l'équation (1.4), et on est obligé d'utiliser encore des méthodes numériques pour sa résolution.

Le domaine où les paramètres C et D sont constants constitue le modèle Hayami, proposé par Hayami en 1951 ; son intérêt est de permettre d'avoir une solution analytique, éliminant d'importantes contraintes de calcul. En effet, après quelques considérations mathématiques, que l'on verra au paragraphe 2.2, on obtient la solution analytique donnée par l'expression (1.6):

$$Q(t, x) = Q_0 + \int_0^t Q(\theta, 0) k(t - \theta, x) d\theta \quad (1.6)$$

avec

$$k(\theta, x) = \frac{x}{2\sqrt{\pi D} \theta^{3/2} \text{EXP}[(x - C\theta)^2/4D\theta]} \quad (1.7)$$

nommé Noyau d'Hayami. On va revenir sur ce modèle dans la deuxième partie de la thèse.

Une simplification additionnelle que l'on peut faire dans l'équation dynamique est de considérer les forces de frottement et de gravité comme prépondérantes, et donc les termes d'inertie et de pression comme négligeables. Dans ces conditions l'équation dynamique devient, tout simplement, l'expression suivante (Thirriot, 1968) :

$$I = J \tag{1.8}$$

Le système décrit par l'équation de la continuité (1.1) et l'équation dynamique (1.8) est connu comme étant le modèle de l'onde cinématique.

On peut obtenir l'équation de la propagation de l'onde cinématique (1.9) :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + C \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \tag{1.9}$$

On vérifie que l'équation de l'onde cinématique correspond à l'équation de l'onde diffusante où le coefficient de diffusion, D , est nul. L'équation définit donc une translation de l'onde avec une célérité C , sans donner lieu à une diffusion. Si l'on adopte une valeur constante pour C , comme dans le modèle Hayami, il y aura une simple translation de l'onde, sans atténuation.

1.3 - LA MODELISATION DE LA PROPAGATION

Dans la pratique de l'hydrologie, on peut avoir diverses motivations pour étudier la propagation de crue. L'outil à utiliser pour modéliser la propagation doit, donc, être adapté à ces différents besoins, qui sont spécifiques d'une étude donnée.

On dispose, actuellement, d'un éventail important de modèles mathématiques de propagation, qui permettent d'étudier convenablement le phénomène, selon les différents besoins. Dans ce paragraphe, on essaie de décrire les grandes lignes des principaux types de modèles. On rappelle, sommairement, les principes de base et d'autres aspects, jugés importants, concernant ces modèles.

1.3.1 - Les modèles complets

La dénomination de "**modèle complet**" est donnée aux modèles mathématiques qui sont basés sur la résolution du système complet de Saint-Venant (cf. paragraphe 1.2.1).

Sachant que le système de Saint-Venant n'a pas de solution analytique connue, les modèles complets, utilisent, donc, des méthodes numériques pour leur résolution. On peut diviser ces méthodes numériques en deux groupes principaux :

- La méthode des caractéristiques ;
- La méthode des différences finies.

Avec la **méthode des caractéristiques**, on résout les équations que suivent les courbes caractéristiques. On obtient un système d'équations différentielles ordinaires à partir d'un système d'équations aux dérivées partielles, selon une courbe $t = f(x)$.

On ne fait pas ici une description de la méthode des caractéristiques ; une description détaillée existe dans le cours d'Hydraulique à Surface Libre, de R. Pochat. Il nous faut dire que l'utilisation de la méthode n'est pas très répandue dans la pratique du fait de quelques inconvénients, malgré constituer la méthode classique pour la résolution du système. En effet, la méthode fait intervenir un nombre important d'interpolations, et exige de ce fait, des ordinateurs assez puissants. De plus, la méthode est plutôt adaptée

aux systèmes à géométrie simple et peu variable (Kovacs, 1988). Elle convient plutôt à des utilisations en laboratoire et pour la vérification de la précision d'autres méthodes (Tucci, 1986).

L'autre groupe de méthodes possibles pour résoudre le système de Saint-Venant concerne les **méthodes aux différences finies**. Dans ce type de méthode, on fait la discrétisation sans transformation préalable des variables.

On peut distinguer ici deux méthodes de différences finies : le **schéma implicite** et le **schéma explicite**. La différence essentielle est que, dans les schémas explicites, on utilise seulement des éléments concernant le temps t pour évaluer les variables au temps $t + \Delta t$; la solution est donc explicite. Par contre, dans le schéma implicite, on utilise des valeurs du temps t et $t + \Delta t$ pour calculer les variables au temps $t + \Delta t$.

Les caractéristiques de la discrétisation adoptée peuvent être très diversifiées. Il faut, cependant, satisfaire quelques propriétés numériques, qui sont la **stabilité**, la **consistance**, la **convergence** et la **précision**.

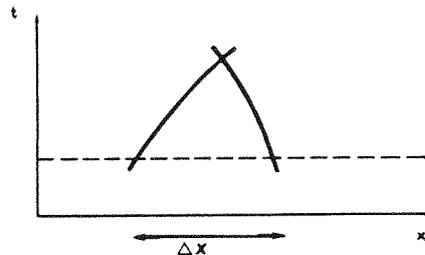
La plus grande contrainte pour l'utilisation du **schéma explicite** concerne la condition de stabilité. Cela conduit à une limitation importante pour les intervalles de discrétisation et donc à des temps de calcul assez importants. Il s'agit de respecter la condition de Courant, donnée par l'expression (1.10), (Pochat, 1980) :

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{|v| + C}$$

(1.10)

où :

- Δt : pas de temps ;
- Δx : pas d'espace ;
- v : vitesse d'écoulement ;
- C : célérité de l'onde.



Cette limitation des schémas explicites explique l'utilisation plus répandue des schémas implicites, où l'on n'est pas obligé de respecter la condition de Courant. En effet, la plupart des modèles opérationnels actuels adoptent une formulation implicite, où l'on peut avoir des pas de temps plus importants. Cependant on doit contrôler, dans les schémas implicites, surtout la précision des résultats.

En ce qui concerne les schémas explicites, on ne fera pas ici une description des méthodes de calcul. Cela peut être trouvé dans le "Guide de propagation des crues" (Roche, 1987). On peut citer néanmoins les principaux schémas de calcul, qui sont le schéma "Diffusif" ou de Lax-Wendroff, le schéma en "Quinconce", ou "Leap-frog" et, enfin, le schéma de Dronkers.

Les **schémas implicites**, d'utilisation plus répandue, peuvent avoir une formulation linéaire ou non-linéaire, et sont aussi classés selon la grille numérique adoptée. Les principaux schémas numériques adoptés sont les suivants (Tucci, 1986) :

- Schéma "Full implicit", à 4 points, proposé par Stokes (1957) et modifié par Chen (1973) ;
- Schéma linéaire, proposé par Preismann (1961) ;
- Schéma à quatre points, non linéaire, proposé par Amein et Feng (1970) ;
- Schéma centré dans l'espace, proposé par Abbot et Ionescu, (1967).

La performance relative des différents schémas numériques est d'une détermination difficile. Le choix d'un certain schéma est fonction de ses caractéristiques numériques. Le schéma de Preismann, avec sa résolution par la méthode ou "Double Balayage", présentant une bonne précision et étant d'une utilisation assez répandue, a été utilisé dans le cadre de cette thèse. Une description de ce schéma numérique, ainsi que de la méthode de résolution du Double Balayage, est présentée dans la troisième partie de la thèse (cf. paragraphe 3.2.3.1).

1.3.2 - Les modèles déterministes simplifiés

Comme on l'a vu au paragraphe 1.2.2, plusieurs formulations pour la description de la propagation des crues découlent des simplifications introduites dans le système complet de Saint-Venant. Pour les modèles utilisant ces simplifications, on peut adopter la dénomination générale de "**modèles déterministes simplifiés**".

La première simplification que l'on peut introduire consiste à négliger les termes d'inertie. Elle nous conduit aux "**modèles d'onde diffusante**" sous ses diverses formes.

La résolution du modèle d'onde diffusante peut être faite avec l'adoption des mêmes schémas numériques utilisés pour les modèles complets, car on n'a pas encore de solutions analytiques. On peut citer ici, comme méthode de résolution de l'équation diffusante, le schéma VPD (Variable Parameter Diffusion), proposé par Price, en 1973.

La résolution numérique de l'onde diffusante est rarement mise en oeuvre. En effet, l'avantage essentiel que l'on a, par rapport à un modèle complet, concerne les temps de calcul, car ce modèle est soumis à des problèmes numériques et d'introduction des données tout-à-fait similaires à ceux rencontrés pour un modèle complet. Aujourd'hui,

avec la disponibilité d'ordinateurs de grande vitesse de calcul, cet avantage n'est pas un atout très important, car le coût de la mise en oeuvre d'un modèle est lié plutôt au temps de technicien nécessaire.

Une simplification supplémentaire consiste à considérer les paramètres de célérité et diffusion de l'équation diffusante comme invariants le long de la propagation. Cela nous conduit au "modèle Hayami" (cf. paragraphe 1.2.2). Cette dernière simplification nous permet d'avoir une solution analytique pour l'équation diffusante, ce qui donne des modèles de mise en oeuvre beaucoup plus aisés.

En effet, la mise en oeuvre pratique de la méthode Hayami consiste en le calcul numérique de la relation de convolution, sous forme discrétisée. On réalise l'intégration avec le noyau d'Hayami (1.7) par tranches de temps, Δt , en évitant un trop grand nombre de pas de temps, ce qui alourdirait les calculs. Le grand problème pour l'utilisation du modèle Hayami est la fixation des coefficients C et D. Ces derniers doivent, en principe, être calés sur des crues, ce qui exige donc, la résolution préalable du modèle, un certain nombre de fois. On peut également utiliser des valeurs de C et D données par des expressions théoriques, si elles sont valables au moins pour des cours d'eau ayant des lits assez réguliers.

Une dernière simplification consiste à considérer comme négligeable les forces de pression. On obtient alors le "modèle de l'onde cinématique", d'utilisation très répandue dans les études sur le ruissellement. Le système d'équations de l'onde cinématique peut être résolu analytiquement ou numériquement (Tucci, 1986), mais la résolution numérique est plus usuelle et donne lieu à de nombreuses méthodes. Leur diversité est plutôt liée aux méthodes de calcul des paramètres qu'aux schémas numériques adoptés. En général, les méthodes de résolution sont basées sur des schémas aux différences finies, implicites, et selon le type de discrétisation adopté, on peut aboutir à une équation aux différences finies semblable à celle du modèle Muskingum (Roche, 1987), comme l'a mis en évidence Cunge, en 1969.

Ainsi, donc, en ce qui concerne les modèles déterministes simplifiés, on dispose de trois grands types de modèles. L'adoption d'un type de modèle, parmi l'ensemble des modèles disponibles, est fonction d'un certain nombre d'aspects, relevant des simplifications adoptées, et déterminant l'applicabilité des modèles à la situation en question. Selon le type d'étude à effectuer, on peut même laisser de côté les modèles déterministes pour utiliser des méthodes moins satisfaisantes au niveau théorique, mais parfois plus performantes, ou plus pratiques : ce sont les méthodes dites "hydrologiques", les méthodes statistiques et aussi des méthodes conciliant à la fois des aspects déterministes et empiriques (Thirriot, 1976).

1.3.3 - Les modèles hydrologiques

On appelle "**modèles hydrologiques**" les modèles qui sont centrés, non pas sur les concepts hydrauliques de résistance à l'écoulement, mais plutôt sur des considérations sur le stockage le long des cours d'eau (Weinmann et Laurenson, 1979). Ces modèles utilisent, donc, l'équation de la continuité (1.1) et des relations entre le stockage et les débits d'entrée et de sortie du tronçon. L'équation dynamique (1.2) apparaît donc sous une forme très dégénérée.

Malgré la faiblesse des concepts de base des modèles hydrologiques, ils sont très utilisés en hydrologie, du fait de la simplicité de leur formulation et du faible volume de calcul nécessaire pour leur mise en oeuvre.

Parmi les modèles hydrologiques, le plus connu est le "**modèle Muskingum**", proposé par McCarthy, en 1938, pour la rivière Muskingum, aux Etats-Unis. Dans le modèle Muskingum, on introduit, en plus de l'équation de la continuité, une équation donnant le volume stocké dans le lit de la rivière (Morel-Seytoux, 1987) :

$$V = K [X Q(t) + (1 - X) Q'(t)] \quad (1.11)$$

où :

V : volume stocké ;
 Q(t) : débit d'entrée, au temps t ;
 Q'(t) : débit de sortie, au temps t ;
 K et X : constantes empiriques.

Les constantes K et X sont déterminées expérimentalement lors d'essais successifs sur des observations de crues antérieures.

La méthode Muskingum a été considérablement renforcée par les apports de Cunge (1969) qui a donné une interprétation aux constantes K et X. La méthode dérivée, appelée "**Muskingum-Cunge**" peut être assimilée à une méthode de résolution d'une onde diffusante, avec assimilation de la diffusion numérique à la diffusion hydraulique.

Une autre amélioration du modèle Muskingum concerne la prise en compte des débordements avec l'adoption de valeurs variables pour K et X, comme l'ont proposé Miller et Cunge, en 1975. On arrive alors au modèle "**Muskingum-Cunge non linéaire**".

Il semble donc que les modèles hydrologiques, malgré le fait qu'ils sont très répandus, ne constituent pas, vraiment, des méthodes de calcul de propagation tout à fait autonomes. Si l'on cherche à donner des fondements physiques à ces modèles, on en arrive aux modèles de l'onde diffusante (Kovacs, 1988) ; si l'on s'en tient à l'empirisme basé sur les crues antérieures, on débouche sur les modèles à régression multiple (Thirriot, 1984), dans lesquels on cherche des relations entre débits observés en plusieurs sections du cours d'eau.

1.3.4 - Les modèles statistiques

Les "**modèles statistiques**", ou "**modèles régressifs**" sont les modèles basés sur des relations statistiques entre débits (ou hauteurs d'eau) et leur déroulement temporel. On peut, éventuellement, joindre des informations pluviométriques, et les modèles, dans ce cas, traitent non seulement la fonction de transfert mais aussi la fonction de production.

Ce type de modèle, relatif soit aux débits, soit aux hauteurs d'eau, sont basés sur les techniques statistiques de régression, où l'on a une variable Y à prédire, fonction d'un ensemble de variables $X_1, X_2 \dots X_n$, dites explicatives. On peut formuler un modèle régressif, en débits de la façon suivante :

$$Q(t) = a_0 + a_1 Q_1(t - \tau_1) + a_2 Q_2(t - \tau_2) + \dots + a_n Q_n(t - \tau_n) + e(t) \quad (1.12)$$

Le débit à prédire $Q(t)$ doit, donc, être expliqué en fonction des débits Q_1, Q_2, \dots, Q_n , observés aux temps $t - \tau_1, t - \tau_2 \dots t - \tau_n$. Le terme $e(t)$ représente l'erreur du modèle.

L'utilisation de ce type de modèle correspond surtout à des objectifs de prévision de crues en temps réel, car ils ne permettent pas de tenir compte de modifications survenant aux cours d'eau.

Pour la mise en oeuvre des modèles statistiques, on a besoin d'un nombre important de crues observées, et les techniques statistiques montrent l'augmentation de la précision avec la taille de l'échantillon utilisé.

1.4 - LE CHOIX DES MODELES DE PROPAGATION

Compte-tenu des différents objectifs que l'on peut avoir, en hydrologie, en matière de propagation de crues (cf. paragraphe 1.1.3), et, étant donné la panoplie des modèles de propagation disponibles, le problème de choisir le modèle le plus adapté à une application donnée est fort complexe, et présente plusieurs aspects, soit au niveau strictement technique, soit à un niveau socio-économique. Dans ce paragraphe on essaye d'analyser ces différents aspects.

1.4.1 - Aspects à considérer pour le choix de modèles

En ce qui concerne les aspects socio-économiques, ils sont d'analyse très difficile, faisant intervenir une multitude de questions complexes, concernant, par exemple, le coût économique des dommages, le coût social de la vie humaine, les questions d'opportunité d'investissements, etc... L'analyse de ces aspects dépasse, donc, largement, l'objectif et la portée de cette thèse.

Nous essaierons plutôt d'analyser les aspects techniques, qui sont déjà assez complexes, et relèvent du domaine spécialisé de la modélisation en hydrologie et en hydraulique. On ne soulèvera ici que les questions essentielles, les points qui nous semblent les plus marquants, dans le processus de choix d'un modèle.

Les aspects à analyser, à priori, pour le choix d'un modèle sont les suivants :

- L'objectif global de l'étude ;
- Les conditions physiques du problème, c'est-à-dire, les caractéristiques des cours d'eau et des crues ;
- La disponibilité des données.

On décrit, dans les paragraphes qui suivent, successivement ces trois aspects.

1.4.1.1 - L'objectif global de l'étude

La définition nette de l'objectif global de l'étude nous permet, déjà, de réduire la panoplie des modèles possibles, en donnant des indications sur le modèle le plus adéquat.

En effet, si l'on a affaire à une étude d'impact d'aménagement de cours d'eau, où il nous faut étudier plusieurs scénarios d'aménagements, on peut exclure, immédiatement, la possibilité d'utiliser des modèles statistiques, ou même le modèle Muskingum classique. Si l'on a affaire à une prévision en temps réel, un modèle Saint-Venant complet ne sera probablement pas le plus adapté du fait du temps de calcul, sans compter le problème supplémentaire de l'acquisition de données pour les conditions aux limites.

De même, le niveau de précision de l'étude nous permet d'exclure certains modèles. En effet, si l'on travaille sur une étude préliminaire ou un avant-projet, on n'a pas besoin de mettre en oeuvre un modèle complexe, qui nous donne des résultats très fins ; on peut se contenter d'un modèle plus grossier, qui va nous donner des indications sur l'ordre de grandeur de la propagation dans la situation en question.

Ainsi, en ce qui concerne l'objectif de l'étude, les aspects que l'on doit prendre en compte sont les besoins réels de l'étude, au niveau du type d'utilisation envisagé, c'est-à-dire les caractéristiques de **flexibilité**, de **temps de réponse** et de **précision** des résultats.

1.4.1.2 - Les conditions physiques du problème

Les conditions physiques du problème constituent une contrainte importante pour le choix du modèle à utiliser.

En effet, on doit tenir compte ici du domaine de validité des modèles, qui est fonction des hypothèses fondamentales des différents modèles, soit au niveau des cours d'eau, soit au niveau des crues.

Si l'on a affaire, par exemple, à des cours d'eau avec des possibilités de débordement, qui changent brutalement les caractéristiques géométriques de la section d'écoulement, on peut exclure, immédiatement, les modèles du type Hayami et Muskingum classique. De même si l'on a affaire à des conditions aval affectant l'écoulement (plan d'eau, marées...).

En ce qui concerne les crues, leurs caractéristiques de vitesse de montée peuvent aussi invalider les modèles dont les hypothèses reposent sur des crues lentes, comme les modèles d'onde diffusante. L'importance des apports intermédiaires peut aussi nous conduire à exclure certains modèles.

L'analyse, a priori, des conditions physiques de la situation où l'on se trouve est, donc, d'une importance capitale pour le choix du modèle à utiliser. Cette analyse n'est possible qu'à partir de la connaissance des hypothèses de base, et donc, du domaine de validité de chaque type de modèle.

Ce domaine de validité, au niveau des conditions physiques, sera, pour les modèles déterministes, et surtout pour le modèle Hayami, discuté au paragraphe 2.2.3.

1.4.1.3 - La disponibilité des données

Du fait de la difficulté (coût et temps) d'obtention des données hydrologiques et hydrauliques, la question de la disponibilité des données est une contrainte très importante dans le choix du modèle à utiliser.

En effet, l'absence de données fiables, en ce qui concerne la physique du cours d'eau, et/ou les informations d'origine hydrologique, peut nous conduire à l'exclusion de divers modèles. Ainsi, en ce qui concerne la connaissance du cours d'eau, des données topographiques assez détaillées sont nécessaires pour plusieurs modèles, comme les modèles complets et les modèles d'onde diffusante ; les autres modèles exigent une description plus ou moins globale, à niveaux variables. Par exemple, l'absence complète de données topographiques invalide, a priori, l'utilisation d'un modèle complet, alors que ces informations ne sont pas strictement nécessaires à un modèle du type statistique.

Par ailleurs, l'information hydrologique (c'est-à-dire, les données des crues) est nécessaire à des niveaux variés selon le type de modèle. Pour caler un modèle régressif, on a besoin de données d'un nombre important de crues ; par contre, les modèles plutôt déterministes n'exigent pas la même abondance de données.

Un autre aspect que l'on doit prendre en compte est la compatibilité des données disponibles avec la précision du modèle. En effet, si l'on dispose d'informations hydrauliques ou hydrologiques grossières, il n'est pas raisonnable d'utiliser un modèle complexe, censé donner des résultats, avec une grande précision. On pourrait se contenter des résultats moins précis qu'un modèle plus simple peut nous donner facilement.

1.4.2 - Un système-expert pour le choix d'un modèle ?

Comme on vient de le voir, le choix d'un modèle de propagation, adapté à un objectif donné, est un problème complexe relevant de l'expérience du modélisateur, et exigeant à la fois, une bonne connaissance des particularités des modèles, et un énoncé clair des objectifs de l'étude. La prise en compte du niveau de détail des données disponibles et des conditions physiques du problème doit donner au modélisateur des indications sur les modèles susceptibles d'être utilisés, d'un point de vue technique.

En ce qui concerne les aspects techniques du problème, il faut rappeler ici que la question a été traitée par Bocquillon et Moussa en 1988. Un logiciel de choix de modèles d'ondes diffusantes et de leurs caractéristiques, appelé C.O.M.O.D., a été proposé par ces deux auteurs. Le logiciel, dont l'organigramme est présenté à la figure 1.3, permet le choix du meilleur algorithme pour traiter une situation de propagation donnée, susceptible d'être modélisée par un modèle diffusant.

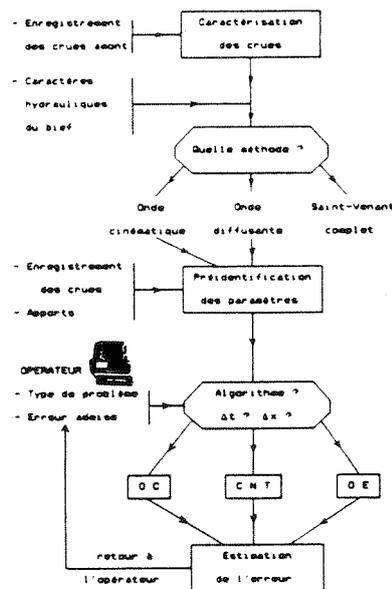


Figure 1.3 - Organigramme du logiciel C.O.M.O.D. (d'après Bocquillon et Moussa, 1988)

Les critères pour le choix de l'algorithme et des paramètres de la discretisation à adopter sont la **commodité d'emploi**, liée à la nature du bief, et les **erreurs admissibles**. Le logiciel permet, donc, à un utilisateur quelconque, l'adoption, dans son étude, de caractéristiques de modélisation optimisées.

Par ailleurs, le choix final du modèle à utiliser pour un problème donné dépasse, souvent, le cadre purement technique ; on doit prendre en compte une multitude d'autres aspects, qui viennent apporter une complexité accrue à la question posée.

Avec le développement actuel des techniques de l'Intelligence Artificielle, il semble que cette question pourrait déboucher sur la mise en oeuvre d'un outil de choix d'un modèle de propagation, comme c'est déjà le cas dans des domaines particuliers de l'hydrologie (Simonovic, 1990).

Dans le cadre de cette thèse, nous avons mis au point un "Système-expert", d'un niveau très élémentaire permettant le choix du modèle le plus adapté parmi 7 modèles classiques (et une réponse négative, c'est-à-dire l'impossibilité de choix d'un modèle). Il prend en compte des aspects techniques et socio-économiques, avec l'utilisation de 44 règles de décision. Dans la figure 1.4 est présenté un organigramme du système-expert créé ; l'arbre de connaissance adopté est présenté dans l'Annexe B :

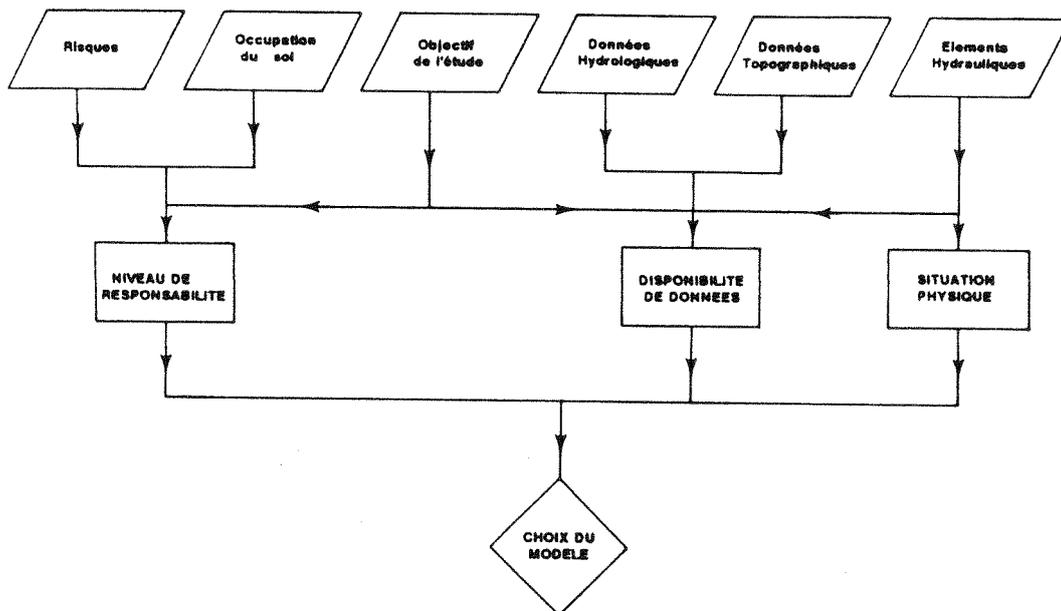


Figure 1.4 - L'organigramme du système-expert pour le choix des modèles de propagation

Comme on peut le voir, la base de connaissance adoptée est assez sommaire et limitée, présentant même quelques aspects qui doivent être réétudiés et nuancés. Mais, il faut remarquer ici que l'objectif poursuivi lors de la création de ce système-expert a été de tester la faisabilité d'utilisation des techniques de l'Intelligence Artificielle plutôt que de mettre réellement au point un outil passible d'une utilisation opérationnelle.

Pour la mise en oeuvre du système-expert, on a utilisé un outil démonstratif d'aide à la création de système-expert, le logiciel "Insight 2+", de l'entreprise Level Five Research Incorporation. Ce logiciel adopte une logique d'ordre 1, avec chaînage arrière (Ortolano et Perman, 1987), (Lannuzel, 1986). Il s'est montré assez limité, lors de l'introduction d'expressions mathématiques et, aussi, en matière de convivialité.

Comme résultat final de cette étude, on peut retenir qu'il semble tout à fait envisageable de concevoir un système-expert pour le choix d'un modèle de propagation de crues. Avec l'utilisation d'un logiciel plus performant, et, surtout, avec un élargissement, vertical et horizontal, de la base de connaissances, il semble possible d'avoir un outil vraiment utile dans la pratique de l'hydrologie. Il faut remarquer, cependant, que cet outil pourrait donner seulement une indication sur le (ou les) modèle(s) pouvant être utilisés; la décision finale quant au choix effectif du modèle semble demeurer une affaire strictement "humaine" car il semble que la complexité de certains contextes, par exemple socio-administratifs n'est pas près d'être informatisée.

DEUXIEME PARTIE

ETUDE DU MODELE HAYAMI SIMPLIFIE

2.1 - INTRODUCTION

Etant posé la problématique de la modélisation de la propagation de crues en hydrologie, avec les hypothèses complètes de Saint Venant, et l'intérêt de disposer de modèles déterministes simplifiés, il nous a paru intéressant d'effectuer, dans cette deuxième partie de la thèse, une étude sur un tel type de modèle.

Le modèle d'HAYAMI, basé sur des simplifications fréquemment acceptables et réalistes, peut être considéré comme un outil de calcul intéressant. En effet, avec ce modèle, on a la possibilité d'avoir une solution analytique pour le système d'équations simplifiées décrivant le phénomène de propagation. En plus, il permet aussi une description très condensée d'un tronçon de rivière, car il ne fait intervenir que deux paramètres : la *célérité* C et le *coefficient de diffusion* D , en plus de la longueur du tronçon L . Il apparaît ainsi très adapté à l'utilisation en hydrologie. Le principal problème pratique pour son emploi concerne la détermination des paramètres C et D , qui sont calés sur des observations de plusieurs crues.

La présente étape du travail concerne donc une étude détaillée du modèle Hayami, avec la mise-au-point d'une méthode de calcul pratique, adaptée aux estimations rapides des conditions de propagation de crues, avec l'utilisation d'un minimum d'informations. On va pour cela résumer une crue par deux paramètres quantitatifs : le débit maximum Q et la durée P pendant laquelle le débit dépasse 80% de débit maximum .

Cette simplification de la crue permet l'établissement d'abaques permettant le calcul du routage, avec la connaissance de C et D , ou l'inverse, c'est-à-dire la détermination de C et D à partir des éléments du routage. Ensuite il est fait une étude sur les paramètres C et D , à savoir la recherche d'expressions permettant d'effectuer des corrections ou même le calcul en absence de données.

On finit par voir les possibilités d'extension de la méthodologie simplifiée proposée aux situations plus complexes, qui peuvent se présenter dans la pratique de l'hydrologie.

2.2 - LES FONDEMENTS DU MODELE HAYAMI

Dans ce paragraphe on fait une description plus détaillée, bien qu'encore succincte, des aspects théoriques du modèle Hayami. On décrit, d'abord, les fondements du modèle, pour passer ensuite à une discussion sur les paramètres C et D. Pour finir, au paragraphe 2.2.3, on discute les conditions d'application du modèle. L'ensemble du paragraphe constitue donc, essentiellement, un rappel bibliographique sur le modèle Hayami.

2.2.1 - Fondements Théoriques

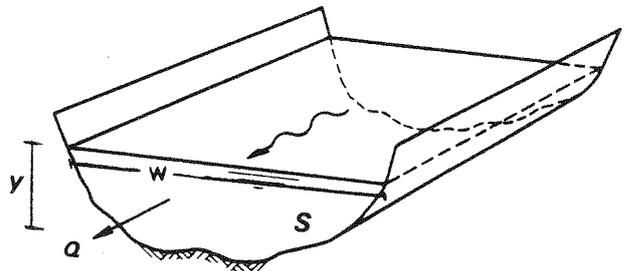
Comme on l'a vu au paragraphe 1.2, l'écoulement d'une rivière en crue, c'est-à-dire, en régime transitoire, est décrit par un système d'équations à dérivées partielles, non linéaires: le **système de Saint Venant**. Il s'écrit sous la forme suivante, en reprenant la formulation du paragraphe 1.2 :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} = g(l - J) \quad (2.2)$$

où :

- S : section mouillée ;
- Q : débit ;
- v : Vitesse moyenne dans la section ;
- t : temps ;
- x : abscisse en long ;
- y : tirant d'eau ;
- g : accélération de la pesanteur ;
- l : pente du fond ;
- J : pente de la ligne d'énergie, fonction du débit et de y.



Du fait que ce système d'équations n'a pas de solution analytique connue, il est nécessaire d'utiliser des méthodes numériques pour sa résolution. Cela implique des besoins importants au niveau du calcul, et l'on peut avoir intérêt à introduire des simplifications dans le système, quitte à avoir d'autres contraintes théoriques, en plus des hypothèses de Saint Venant.

Une simplification que l'on peut faire consiste à négliger les termes d'inertie. Cette simplification additionnelle revient à dire, que les forces de frottement, gravité et pression sont dominantes dans la description du phénomène de propagation. On arrive alors au *Modèle de l'Onde de Crue Diffusante*, décrit par l'expression suivante :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + C \frac{\partial Q}{\partial x} - D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = 0 \quad (2.3)$$

Comme on l'a vu précédemment, dans ce modèle, l'écoulement est décrit comme une onde qui se déplace de l'amont vers l'aval, avec une *Célérité C*, et qui s'atténue, selon un *Coefficient de Diffusion D*. Ces coefficients C et D, dans le modèle de l'Onde de Crue Diffusante sont variables en fonction du débit, du tirant d'eau et des caractéristiques du cours d'eau.

Si l'on considère les paramètres C et D comme constants le long de la propagation, on arrive à un modèle diffusif linéarisé, qui a été proposé par Shoitiro HAYAMI en 1951 (Chow, 1959).

Ce modèle diffusif linéarisé, connu comme *modèle Hayami*, présente une formulation mathématique radicalement différente du système de départ, car il est fondé sur des hypothèses théoriques beaucoup plus contraignantes. En effet, il suppose des caractéristiques globales pour le cours d'eau et l'indépendance de la condition limite aval. Cependant, le modèle présente l'intérêt d'avoir des solutions analytiques, ce qui simplifie significativement le calcul.

Pour arriver à la solution analytique, on utilise la transformation de Laplace. En effet, soit $q_1(s,x)$ la transformée de Laplace de $Q(t,x) - Q_0$, où Q_0 est le débit initial uniforme. La transformation de l'équation (2.3) nous donne (Natale et Todini, 1974) :

$$s q_1 + C \frac{\partial q_1}{\partial x} - D \frac{\partial^2 q_1}{\partial x^2} = 0 \quad (2.4)$$

Cette équation différentielle linéaire par rapport à x , a des solutions bornées liées à la racine négative du trinôme en Z : $s + CZ - DZ^2$. C'est-à-dire :

$$\frac{C - \sqrt{C^2 + 4 D s}}{2 D}$$

On obtient alors la transformée de $Q(t,x)$:

$$q_1(s,x) = q_1(s,0) \text{EXP} [(C - \sqrt{C^2 + 4 D s} x)/(2 D)] \quad (2.5)$$

En notant $k(s,x) = \text{EXP} [(C - \sqrt{C^2 + 4 D s} x)/(2 D)]$, la relation (2.5) donne, par transformation inverse de Laplace, le produit de convolution de l'expression (2.6) :

$$q(t,x) = q_0 + \int_0^t q(\theta,0) k(t-\theta,x) d\theta \quad (2.6)$$

avec :

$$k(\theta,x) = \frac{x}{2\sqrt{\pi D} \theta^{3/2} \text{EXP} [(x - C\theta)^2/4D\theta]} \quad (2.7)$$

nommé *Noyau d'Hayami*.

On peut constater donc, que le modèle Hayami, donné par les expressions (2.6) et (2.7) présente, effectivement, une structure mathématique très distincte d'un modèle complet de Saint Venant. En particulier, on voit que l'hydrogramme à l'aval, solution analytique de l'équation (2.4), est obtenu directement de l'hydrogramme à l'amont,

Il est évident que le modèle Hayami, avec ces caractéristiques de linéarité, ne peut pas représenter convenablement l'ensemble des situations de propagation. Cependant, il est valable pour un certain nombre de situations réelles, comme on verra au paragraphe 2.2.3.

2.2.2 - Les paramètres C et D

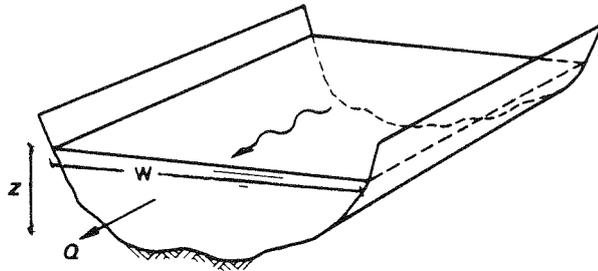
Dans l'équation (2.4) les paramètres C et D, la célérité et la diffusion, sont définis par les expressions (2.8) et (2.9), (ENPC, 1984), en adoptant une notation différente, où δS est remplacé par $W\delta z$:

$$C = \frac{1}{W} \cdot \left[\frac{\partial J / \partial z}{\partial J / \partial Q} + \frac{1}{W} \left(\frac{\partial W / \partial x - J \partial W / \partial z}{\partial J / \partial Q} \right) \right] \quad (2.8)$$

$$D = \frac{1}{W} \frac{\partial Q / \partial z}{\partial J / \partial z} = \frac{1}{W} \frac{1}{\partial J / \partial Q} \quad (2.9)$$

où :

- Q : débit ;
- x : abscisse en long ;
- z : cote de la surface libre ;
- W : largeur au miroir ;
- J : pente de la ligne d'énergie.



Le paramètre C, de dimension L/T est constitué d'une somme de deux termes, Cs et Cc :

$$C_s = - \frac{1}{W} \frac{\partial J / \partial z}{\partial J / \partial Q} \quad (2.10)$$

et :

$$C_c = \frac{1}{W^2} \left(\frac{\partial W / \partial x - J \partial W / \partial z}{\partial J / \partial Q} \right) \quad (2.11)$$

qui s'écrit aussi :

$$C_c = \frac{D}{W} \left(\frac{\partial W}{\partial x} - J \frac{\partial W}{\partial z} \right) \quad (2.12)$$

Le premier terme, C_s , est connu sous le nom de *Célérité de Kleitz-Seddon* (Kovacs, 1988); le second terme C_c , est un terme de forme.

Pour interpréter C_s , supposons que J est constante pendant une crue, c'est-à-dire :

$$\frac{\partial J}{\partial z} dz + \frac{\partial J}{\partial Q} dQ = 0 \quad (2.13)$$

L'expression de C_s revient donc à :

$$C_s = \frac{1}{W} \frac{dQ}{dz} \quad (2.14)$$

On voit donc, qu'on pourrait évaluer la Célérité de Kleitz-Seddon à partir des courbes de tarage. Elle croît avec la débitance et est inversement proportionnelle à la largeur au miroir.

Le second terme de l'expression de la célérité, C_c , généralement faible devant C_s (Roche, 1987) est un terme de forme, qui montre que la vitesse d'une onde varie avec la géométrie du cours d'eau. Il s'annule si la section est uniforme et si les berges sont verticales et parallèles; C_c a tendance à augmenter quand la vallée s'élargit (en conservant les berges verticales) et à diminuer quand on constate la tendance au débordement.

Pour l'interprétation de la célérité, dans le modèle de l'étude de crue diffusante, on peut donc l'associer à la vitesse moyenne de propagation de la pointe de la crue. Il faut remarquer, cependant, que dans l'équation (2.12) on constate la présence du paramètre de diffusion D , qui est le facteur d'atténuation de la pointe de la crue. La célérité est donc un paramètre assez complexe, dépendant des caractéristiques physiques du cours d'eau et de la crue étudiée,

pouvant être lié, non seulement à la vitesse de propagation de la crue, mais, aussi aux propres conditions d'atténuation.

Le coefficient D , de dimension L^2/T , est associé à atténuation de l'onde de crue, et par similitude aux expressions utilisées dans les problèmes de diffusion thermique (Chow, 1959), est appelé Coefficient de Diffusion.

En utilisant une loi de comportement donnant J comme fonction parabolique du débit (hypothèse faite pour résoudre les équations de Saint-Venant) on obtient:

$$D = \frac{Q}{2 J W} \quad (2.15)$$

Après quelques considérations théoriques (ENPC, 1984), on peut obtenir une évaluation de l'atténuation par l'intermédiaire de l'expression suivante :

$$dQ = \frac{D}{C^3} \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} dx \quad (2.16)$$

En supposant que l'écoulement est assez proche de l'écoulement permanent, et en adoptant la loi de Chézy pour le frottement, on obtient l'expression (2.17) :

$$dQ = \frac{4}{27} \frac{Ch^2 W^4 y^6}{Q^4} \frac{L}{Rc} \quad (2.17)$$

où :

- Q : Débit ;
- Ch : coefficient de rugosité de Chézy ;
- L : longueur du tronçon ;
- y : tirant d'eau ;
- W : largeur au miroir.

Le paramètre R_c est le rayon de courbure au sommet de l'hydrogramme de l'onde de crue, donné par l'expression (2.18) :

$$R_c = \frac{\delta t^2}{\delta^2 Q} \quad (2.18)$$

Cette expression nous permet de dégager quelques considérations sur l'atténuation. En effet, on voit que l'atténuation est directement liée à la largeur du cours d'eau et au tirant d'eau, et inversement liée au coefficient de frottement et au rayon de courbure au sommet de l'hydrogramme.

Dans le modèle HAYAMI, on considère les paramètres C et D comme constants, invariants avec le débit. Cette hypothèse est acceptable, à la rigueur, si on traite avec des gammes de variation de débits assez réduites. En effet avec des variations importantes de débits, et donc de tirants d'eau, on peut avoir des changements au niveau du canal, surtout pour des cours d'eau naturels, avec des variations de rugosités et avec l'éventuelle présence d'irrégularités, qui peuvent jouer un rôle de réservoirs, laminant les débits. Cela est encore plus important si on observe des conditions de débordement différentes. En effet, on ne doit pas s'attendre à avoir les mêmes valeurs de paramètres C et D pour les conditions de débordement et de non-débordement d'une rivière.

2.2.3 L'Applicabilité du Modèle HAYAMI

Etant donné que le modèle HAYAMI est un cas particulier du modèle d'Onde de Crue Diffusante, son domaine de validité est, a priori, lié à deux types de contraintes: d'abord les contraintes de validité du modèle Diffusant par rapport au modèle complet, et, ensuite, les contraintes spécifiques au modèle HAYAMI.

Comme on l'a vu au paragraphe 2.1, le modèle Onde Diffusante est une simplification du système d'équations de SAINT VENANT; sa structure mathématique devient très différente, et ce sont ces différences qui mettent en évidence les contraintes qui définissent le domaine de validité du Modèle Diffusant, et ensuite, du modèle HAYAMI. Deux premières différences séparent le modèle complet du modèle diffusant :

- la considération des termes d'inertie comme négligeables face aux termes de frottement, pression et gravité. On arrive ici à un 1^{er} modèle diffusant ;

- les changements de conditions aux limites nécessaires à la résolution du système d'équations. On définit un 2^e modèle diffusant, plus simplifié.

Une troisième différence essentielle permet le passage du modèle diffusant au modèle HAYAMI : c'est la fixation des coefficients célérité et diffusion de l'expression (2.3), en rendant le modèle linéaire, donc tout à fait différent du modèle de départ.

On va analyser, dans ce qui suit, le domaine de validité du modèle HAYAMI, limité par ces trois contraintes, situées sur deux plans différents, comme l'on vient de le voir.

2.2.3.1 - La simplification de l'équation dynamique

La simplification de l'équation dynamique du système de SAINT VENANT, par suppression des termes d'inertie vient apporter des contraintes pour l'utilisation du modèle de l'onde diffusante, et donc, par la suite du modèle HAYAMI.

En effet, cette hypothèse revient à dire que les forces de frottement, de pression et de gravité sont dominantes, ce qui se vérifie, selon la littérature (Cunge, 1976) pour les crues lentes naturelles en rivières ayant une pente de fond pas trop faible.

Cette indication est assez subjective, et il nous faut donc essayer d'obtenir des critères numériques permettant une définition plus objective des limites pratiques de la validité du modèle, soit en ce qui concerne la raideur de la crue, soit en ce qui concerne la pente du cours d'eau.

Une étude bibliographique effectuée a permis l'obtention, dans la littérature, d'un certain nombre de critères que nous allons décrire.

a) - Critère de Cunge et Cayla

Le Guide de la propagation de crues (Roche, 1987) présente un critère proposé par CUNGE et CAYLA, dont la démarche proposée serait la suivante :

- choix d'un pas d'espace Δx , de façon que l'on ait $\Delta x/C < t_m$, où C est la célérité et t_m est le temps de montée de l'hydrogramme, comme on peut le voir à la figure 2.1 ;

- on retient, dans l'hydrogramme, le point A, correspondant à la pointe de crue, et le point B, précédant A d'une durée $\Delta x/C$;

Figure 2.1 - L'hydrogramme amont dans le critère de Cunge et Cayla (D'après ROCHE, 1987)

- on déduit les cotes (Y_A et Y_B) et les vitesses (V_A et V_B) en appliquant les équations du régime permanent ;

- les termes d'inertie peuvent être négligeables si l'on vérifie l'inégalité suivante :

$$\left| \frac{Y_A - Y_B}{\Delta x} + \frac{v_A^2 - v_B^2}{2g\Delta x} - C \frac{v_A - v_B}{g\Delta x} \right| \ll 1 \quad (2.19)$$

b) - Critère sur une faible variation du régime autour du régime permanent

Ce critère, proposé initialement par DAUBERT, en 1964, (Roche, 1987), a été repris par DUBAND (1977) et par BOCQUILLON (1978).

Il est basé sur une étude effectuée à partir du transfert de perturbations élémentaires sinusoidales, sur une linéarisation du système de SAINT VENANT. A partir de l'écriture de l'équation dynamique, sous forme adimensionnelle, on obtient deux nombres (Bocquillon, 1978) :

- Nombre de Froude : $F = \frac{v_0}{\sqrt{g y_0}} \quad (2.20)$

$$\text{- Durée réduite de la crue : } \theta = \frac{T_0 v_0 l_0}{y_0} \quad (2.21)$$

où :

- v_0 , y_0 et l_0 sont, respectivement, la vitesse, le tirant d'eau et la perte de charge en régime permanent, correspondant à un débit voisin du débit de crue ;

- T_0 : durée de la crue.

Le plan (F^2, θ) peut être décomposé en domaines, figure 2.2, d'égale approximation, en gros, des équations de SAINT VENANT, en considérant une importance de 10% des différents termes dans l'équation dynamique.

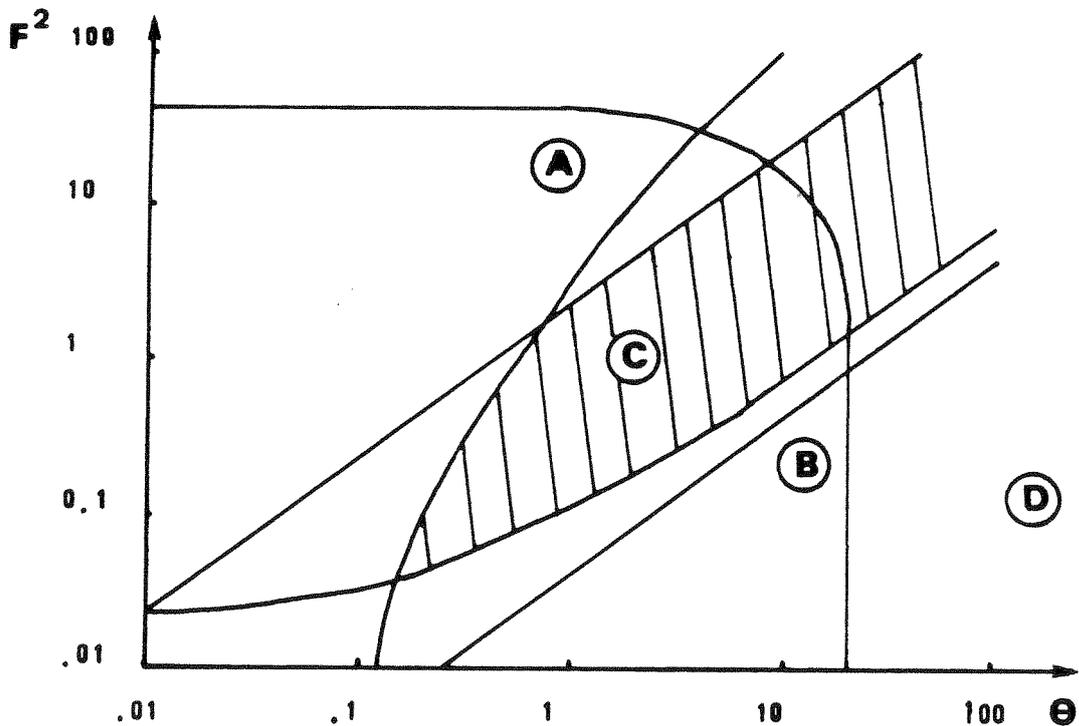


Figure 2.2 Domaines de simplification du système de Saint Venant (d'après BOCQUILLON, 1978)

La zone centrale C correspond à des situations où les différents termes de l'équation dynamique sont du même ordre de grandeur. Cette zone est entourée d'autres dans lesquelles certains termes de l'équation peuvent être négligés.

Les zones situées au-dessus de la zone centrale sont caractérisées par la faible importance de la pente et du frottement : c'est le domaine de validité des modèles dynamiques.

Les zones situées au-dessous de la zone C décrivent des situations où les termes d'inertie sont faibles. C'est donc le domaine de validité du modèle onde de crue diffusante, qui englobe celui du modèle HAYAMI. Pour la zone D on voit disparaître encore le terme hydrostatique; c'est le domaine de validité du modèle de l'onde cinématique,

c) - Critère basé sur SAINT VENANT linéarisé

Un autre critère pour la vérification du domaine de validité du modèle diffusant concerne une étude effectuée avec la propagation d'impulsions sinusoïdales, avec un modèle linéarisé de SAINT VENANT (Ponce, Li et Simons, 1978).

Dans cette étude, il a été observé une liaison entre des nombres adimensionnels, analogues à ceux vus au paragraphe précédent, et les erreurs de l'atténuation et de la vitesse de propagation. Cela a permis l'obtention d'un critère numérique de validation du modèle :

$$\frac{\theta}{F} \geq 30 \quad (2.22)$$

En vérifiant cette inégalité, on aura une erreur inférieure à 5% avec l'application du modèle diffusif, pour la plupart des applications pratiques.

2.2.3.2 - Les conditions aux limites

Le fait de négliger les termes d'inertie dans l'équation dynamique du système complet de SAINT VENANT nous conduit à un premier modèle d'onde de crue diffusante, qui présente comme avantage essentiel une relative réduction des calculs, tout en gardant les mêmes conditions aux limites nécessaires à la résolution du système complet.

Cependant, l'avantage essentiel de la simplification effectuée serait l'obtention d'une seule équation (2.3), soit en hauteur, soit en débit, et on arrive au deuxième modèle diffusant, qui va être à l'origine du modèle HAYAMI.

Pour la résolution de l'équation diffusante, on aura besoin aussi de deux conditions aux limites, qui ne sont pas, cependant, forcément les mêmes que celles nécessaires à la résolution du système complet. En effet, on est obligé d'utiliser soit deux fonctions $Y(t)$ ou soit deux fonctions $Q(t)$, à l'amont et à l'aval. On a donc une perte partielle des conditions limites (Kovacs, 1988); la résolution de l'équation diffusante implique un découplage entre la hauteur et le débit et au contraire du système complet, on ne peut pas utiliser une condition limite en débit, à l'amont et une condition en hauteur à l'aval, par exemple.

En ce qui concerne le modèle HAYAMI, le problème se pose d'une façon encore plus catégorique. En effet, comme on peut le voir sur l'équation (2.6), la solution analytique classique d'HAYAMI est dépendante d'une seule condition limite; l'hydrogramme en un point quelconque est obtenu par le produit de convolution de l'hydrogramme à l'amont par le noyau d'HAYAMI ; il n'y a pas de place donc pour une condition limite à l'aval, celle-ci étant repoussée à l'infini. Cela nous conduit donc à une impossibilité de prendre en compte l'effet aval avec ce modèle HAYAMI classique, étant nécessaires d'autres considérations pour ce faire.

Cette impossibilité relative conduit, donc, de façon assez nette, à une limitation importante pour le modèle: si l'on a affaire à des situations où l'effet des conditions aval est important, on ne peut pas utiliser ce modèle Hayami classique.

2.2.3.3 - La linéarisation de l'équation de diffusion

Le passage du modèle de l'onde de crue diffusante au modèle HAYAMI est fait par l'adoption de valeurs constantes pour les coefficients célérité (C) et diffusion (D) de l'équation (2.3).

Cette hypothèse complémentaire du modèle HAYAMI implique donc une invariabilité de C et D avec le débit. Sachant que les coefficients C et D sont des paramètres globaux, caractérisant toute la physique du cours d'eau, il est clair que l'on peut s'attendre à ce que cette hypothèse ne soit valable, à la rigueur, que pour des situations que l'on constate une faible variabilité des caractéristiques de la crue, notamment du débit.

En effet, pour des variations importantes du débit, et donc des tirants d'eau, il est raisonnable d'attendre des changements, plus ou moins importants, de la rugosité et des conditions de stockage le long du lit du cours d'eau. Ces changements de caractéristiques physiques, probablement donnent lieu à des changements correspondants des caractéristiques de la propagation. Et cela doit être plus prononcé si on a affaire à des conditions de débordement différentes; on n'aura certainement pas les mêmes valeurs de paramètres C et D pour des conditions de débordement différentes d'une rivière.

En avançant ici quelques constatations obtenues à partir d'une étude effectuée au paragraphe 2.4, on peut souvent considérer comme acceptable l'hypothèse d'invariabilité de la célérité et du coefficient de diffusion avec la crue, au moins pour des situations où l'on n'a pas de changements brutaux.

Cependant, il faut toujours avoir en tête les aspects que l'on vient de voir. Ils ne constituent pas, en fait, des critères numériques qui permettent de juger, d'une façon quantitative et non-subjective, de la validité du modèle HAYAMI par rapport au modèle onde de crue diffusante, mais ces aspects permettent une utilisation plus consciente du modèle, avec la connaissance des limitations qui peuvent l'invalider.

2.2.3.4 - Conclusions

Le domaine de validité du modèle HAYAMI peut donc être obtenu à partir de trois contraintes différentes :

- Les événements qui peuvent être simulés doivent être des crues lentes, avec temps de montée et durées assez importants, dans des rivières ayant des pentes non négligeables, de façon à satisfaire les critères exposés au chapitre 2.2.3.1 ;

- On ne peut pas prendre en compte des effets aval (paragraphe 2.2.3.2) sans faire des considérations complémentaires;

- Les crues doivent présenter une assez faible amplitude de débits, ou du moins, ne pas conduire à des situations de débordement différentes (paragraphe 2.2.3.3).

Il apparaît donc que le modèle HAYAMI se présente comme un outil de calcul valable pour traiter un ensemble de situations assez étendu. En effet, les critères vus au paragraphe 2.2.3.1 nous permettent de voir que, pour une gamme importante de situations, on peut se contenter du modèle HAYAMI. Des études récentes effectuées pour les réseaux d'assainissement (Kovacs, 1988) nous permettent de voir aussi l'applicabilité du modèle pour une grande diversité de situations, qui vont d'écoulements torrentiels à des conditions de pentes très faibles. La réponse du modèle HAYAMI a été, en général très satisfaisante.

Si l'on n'est pas concerné par les trois limites du modèle HAYAMI que l'on vient de voir, on peut attendre une certaine fiabilité des résultats donnés par le modèle.

2.3 - PROPOSITION D'UN MODELE HAYAMI SIMPLIFIE

Etant donné l'intérêt de disposer d'un modèle simplifié de propagation, avec des caractéristiques d'applicabilité satisfaisantes, on va développer, dans ce paragraphe, les démarches nécessaires pour la proposition, la mise-au-point, d'une utilisation simplifiée du modèle Hayami. Dans les paragraphes 2.3.1 et 2.3.2, on effectue le traitement mathématique nécessaire, et l'on explicite le cadre de l'étude. Au paragraphe 2.3.3, on propose des abaques, qui rendent le modèle simplifié de propagation opérationnel.

2.3.1 - L'intégration du modèle Hayami

Pour faire l'intégration de l'expression (2.6) découlant du modèle Hayami, on va effectuer quelques considérations théoriques (Michel, 1982).

En effet, dans l'expression (2.5), le terme exponentiel peut être pris comme du type:

$$EXP [\alpha - \sqrt{k(s + 1/a)}]$$

Si on met dans l'expression (2.5), le terme $q_1(s,0)$ sous une forme analogue, le calcul de la transformée inverse de $q_1(s,x)$ est immédiat. C'est-à-dire, si l'on peut écrire :

$$q_1(s,0) = EXP [\alpha' - \sqrt{k'(s + 1/a)}]$$

on peut calculer α' et k' pour que l'hydrogramme inverse de la transformée de Laplace ait des caractéristiques données et alors l'expression de $q_1(s,x)$ reste de la même forme :

$$q_1(s,x) = EXP [\alpha'' - \sqrt{k''(s + 1/a)}]$$

et l'hydrogramme aval $q(t,x)$ s'en déduit immédiatement.

Cette démarche revient à dire que la crue à l'entrée du tronçon considéré est le résultat du routage, sur un prolongement amont de ce tronçon, d'une impulsion instantanée (Fonction de Dirac), lâchée à une certaine distance en amont, telle que le débit de pointe soit justement celui de la crue à l'entrée du tronçon considéré (cf. figure 2.3).

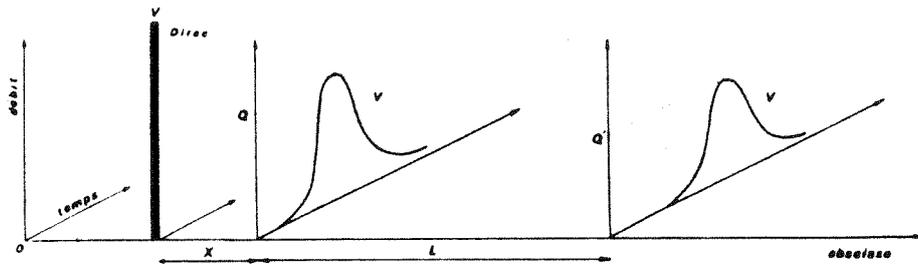


Figure 2.3 Assimilation de la crue au routage d'un Dirac

On a donc, dans ces conditions, un hydrogramme d'ame d'entrée $q(t,0)$, proportionnel à $k(t,x)$, et, un hydrogramme à la sortie du tronçon de longueur L , proportionnel à $k(t,x+L)$, avec le même facteur multiplicatif, à l'amont et à l'aval. L'intérêt de choisir un hydrogramme de projet sous la forme du noyau d'Hayami est donc évident.

On va considérer, dans la présente étude, cet hydrogramme, résultat du routage d'un Dirac, correspondant au noyau d'Hayami. Il faut se rappeler que cet hydrogramme est, cependant, spécifique au bief en question, car il est ultat du routage sur un prolongement fictif du bief, à l'amont.

Le noyau d'Hayami donnerait une crue de volume unité; si V est le volume de la crue à laquelle on s'intéresse, l'hydrogramme de projet que nous retiendrons est donc représenté par l'expression :

$$q(t) = V k(t,x) \quad (2.23)$$

A la sortie du tronçon de longueur L , l'hydrogramme est :

$$q'(t) = V k(t,x+L) \quad (2.24)$$

Il reste maintenant à transférer les caractéristiques de la crue à l'amont aux caractéristiques d'un hydrogramme donné par le noyau d'Hayami.

2.3.2 - La définition d'une crue d'Hayami

Dans la première partie de la thèse, on a fait quelques considérations sur la nature des données hydrologiques que l'on est fréquemment obligé de traiter. En effet, dans la pratique de l'hydrologie, en général, et dans l'étude de la propagation de crue, en particulier, une multitude d'erreurs, de plusieurs origines différentes, vient apporter une incertitude, plus ou moins importante, aux informations disponibles, rendant illusoire l'idée d'avoir une grande précision dans les calculs de propagation. Il est donc raisonnable la possibilité de décrire une crue sous une forme simplifiée, voir même en adoptant une forme analytique simple.

Sachant l'intérêt qu'on a d'avoir une crue de projet de la forme d'une crue d'Hayami, (paragraphe 2.3.1), il est nécessaire de caler cet hydrogramme-type sur les caractéristiques de la crue à l'amont. Tout d'abord, il a paru souhaitable de retenir le débit de pointe et le volume de la crue comme caractéristiques de la crue à prendre en compte pour l'hydrogramme correspondant au noyau d'Hayami. Cette définition d'une crue par deux paramètres peut paraître insuffisante. En effet, en ne disposant que de cette information, on n'introduit pas de caractéristiques importantes, comme la forme de l'hydrogramme qui pourrait jouer un rôle sensible dans le phénomène de propagation et, l'introduction d'un paramètre représentatif de ces conditions, paraît tout à fait intéressante.

Un problème additionnel qui se présente, pour la prise en compte du volume concerne la difficulté d'obtenir sa valeur précise. En effet, dans le calcul du volume écoulé il est souvent difficile de séparer les différents écoulements, et de bien définir la fin et le début d'une crue.

Il semble que la prise en compte d'un paramètre quantitatif concernant la durée de la crue serait convenable; on a retenu une durée pendant laquelle le débit dépasse 80% du débit de pointe. Une crue quelconque pourrait donc être représentée par un débit de pointe Q et une durée P (Figure 2.4).

L'obtention de la durée P est, au contraire de l'obtention du volume, relativement aisée, et surtout, n'implique aucune subjectivité.

En ce qui concerne le choix de la valeur de 80% du débit de pointe, on sait que l'atténuation d'une crue est conditionnée, essentiellement, par la courbure à la pointe de l'hydrogramme, (paragraphe 2.2.2). C'est donc surtout la forme du sommet de la crue qui a de l'importance, d'autant plus que, dans les applications pratiques, l'atténuation reste plutôt faible, et dépasse rarement 50%. On a donc retenu cette valeur de 80%, pour la définition de la durée de dépassement.

Des vérifications effectuées a posteriori nous ont permis de confirmer la pertinence de cette valeur de 80 % du débit de pointe. En effet, les calculs effectués avec quelques données de cours d'eau réels (Quatrième Partie), nous ont permis de constater une erreur moyenne de 21 % pour l'atténuation et de 20 % pour le retard de la pointe (voir tableau 4.10). En effectuant les mêmes calculs avec l'adoption d'une durée correspondante au dépassement de 50 % du débit de pointe, on constate des erreurs moyennes respectivement de 55 et 21 % (Voir Annexe D). On voit donc que si l'on ne constate pas de différence significative au niveau du calcul du temps de transfert, on vérifie qu'il y a un écart important au niveau du calcul de l'atténuation, et que la précision est accrue lorsque l'on introduit un paramètre descriptif de l'extrême pointe de la crue.

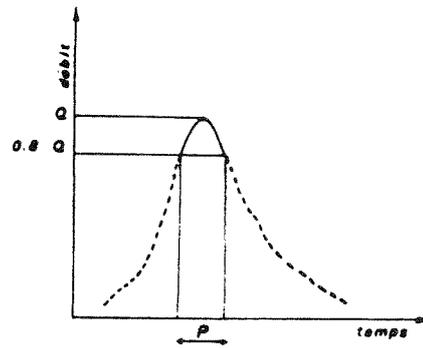


Figure 2.4 - Les paramètres Q et P d'une crue

Comme on peut le voir sur la Figure 2.4, cette durée, P, permet d'introduire donc, d'une certaine façon, des informations concernant l'évolution temporelle du débit, la courbure, aux voisinages du sommet de l'hydrogramme. La prise en compte de ce paramètre P, est donc tout-à-fait adéquate pour l'objectif essentiel, qui est centré sur les éléments du routage d'une crue les plus importants pour l'hydrologue, que sont l'atténuation du débit de pointe et le décalage des pointes entre deux sections données, sans trop se préoccuper de la parfaite définition de la forme de l'hydrogramme.

De cette façon, il reste à caler ces deux paramètres essentiels, que sont Q et P, sur l'hydrogramme de projet, que l'on pourrait désigner sous le nom de "Crue d'Hayami pour un bief donné", (figure 2.5) :

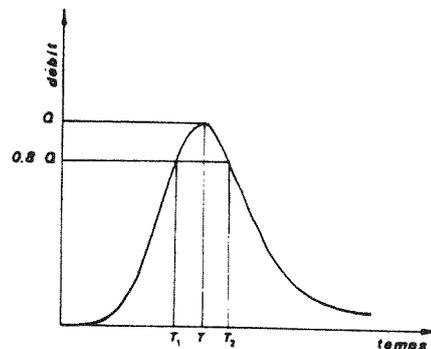


Figure 2.5 - Une "crue d'Hayami pour un bief donné"

Dans ce qui suit, on utilisera, pour simplifier, la dénomination plus ramassée de " Crue d'Hayami ". Cependant, il faut se rappeler que cette crue est adaptée au bief que l'on traite.

2.3.2.1 - Le débit de pointe

Etant donné une crue d'Hayami, représentée par l'expression (2.23), nous allons rechercher la valeur du débit maximum. A l'entrée du tronçon, on a l'hydrogramme donné par :

$$k(t, x) = \frac{x}{2\sqrt{\pi D t^3} \text{EXP}[(x - Ct)^2/4Dt]}$$

A la sortie du tronçon, on a :

$$k(t', x+L) = \frac{x+L}{2\sqrt{\pi D t'^3} \text{EXP}[(x+L - Ct')^2/4Dt']}$$

Au niveau des débits donc, il suffit de calculer x pour déterminer Q' , qui est le débit maximum de $q'(t', x+L)$. La détermination de x est faite en écrivant que le débit maximum de $q(t, x)$ est égal à Q .

Le problème se réduit donc à la recherche du débit de pointe de $q(t, x)$, pour x donné :

$$q(t, x) = V \frac{x}{2\sqrt{\pi D t^3} \text{EXP}[(x - Ct)^2/4Dt]} \quad (2.25)$$

Pour ce faire, il faut chercher la valeur de t qui annule la dérivée de cette expression. Pour travailler avec des variables adimensionnelles, on note :

$$u = Ct/x \quad (2.26)$$

$$p = \frac{Cx}{4D} \quad (2.27)$$

et on obtient :

$$q(t,x) = \frac{C V \sqrt{p}}{x \sqrt{\pi}} u^{-3/2} \text{EXP} [-p (1-u)^2/u]$$

En prenant :

$$h(u) = \frac{p}{\pi} u^{-3/2} \text{EXP} [-p (1-u)^2/u]$$

on obtient donc :

$$h'(u) = h(u) [p/u^2 - 3/2 u - p]$$

qui s'annule pour :

$$p/u^2 - 3/2 u - p = 0$$

Alors, l'expression (2.25) prend sa valeur maximale pour:

$$u+ = \frac{1}{3/4p + \sqrt{1 + (3/4p)^2}}$$

En notant T la valeur de t correspondant au maximum Q, obtenu à l'entrée du tronçon, avec l'abscisse x, et en prenant toujours pour ce maximum :

$$B = 3D/Cy = 3/4p \quad (2.28)$$

$$A = u_+ = CT/x \quad (2.29)$$

on obtient :

$$A = \frac{1}{B + \sqrt{1 + B^2}} \quad (2.30)$$

qui s'écrit également :

$$B = (1/A - A) / 2 \quad (2.30')$$

Le débit maximum, obtenu pour $t = T$ et à l'abscisse x vaut donc :

$$Q = \frac{C^2 V}{D} G(B) \quad (2.31)$$

avec:

$$G(B) = (1/2) \sqrt{B/3\pi} (B + \sqrt{1 + B^2})^{3/2} \text{EXP}[-3B/2(1 + \sqrt{1 + B^2})] \quad (2.32)$$

Si on avait retenu comme caractéristiques de la crue à caler sur l'hydrogramme d'Hayami tout simplement le débit de pointe et le volume de la crue, le problème serait déjà résolu. En effet, en notant B' la valeur de B pour la sortie du tronçon, de longueur L , et T' le temps correspondant au débit de pointe à la sortie, on a:

$$\frac{CT'}{x + L} = \frac{1}{B' + \sqrt{1 + B'^2}}$$

L'intervalle de temps, $t = T' - T$, entre les deux points considérés est donc :

$$\Delta t = \frac{1}{C} \left[\frac{x+L}{B' + \sqrt{1+B'^2}} - \frac{x}{B + \sqrt{1+B^2}} \right] \quad (2.33)$$

2.3.2.2 - La Durée de Dépassement

Comme précisé dans le paragraphe 2.3.2, le paramètre P désigne la durée pendant laquelle le débit dépasse 80% du débit maximum Q. Pour sa définition, on cherche les deux racines, T_1 et T_2 (figure 2.5) de l'équation en t :

$$V k(t,x) = 0.8 Q$$

c'est-à-dire :

$$k(t,x) = 0.8 k(T,x) \quad (2.34)$$

Utilisant l'expression (2.7), ainsi que la relation (2.30), et en notant $U = t/T$, on obtient l'équation en U donnant les deux racines U_1 et U_2 , que nous noterons:

$$f(U) = 0 \quad (2.35)$$

et qui est donnée par l'expression (2.36) :

$$f(U) = \ln(U) + \frac{(1-U)}{(1-A^2)} (1/U - A^2) + 2/3[\ln(0.8)] \quad (2.36)$$

On vérifie que, dans R_+ , $f'(U)$ s'annule pour $U = 1$, et que $f''(U)$ est ≥ 0 pour $0 < U < 2/(1-A^2)$.

On peut résoudre l'équation $f(U) = 0$ par la méthode de NEWTON, en partant de valeurs initiales pour lesquelles $f(U) \geq 0$ et $f''(U) \geq 0$. Il en est ainsi pour:

$$U = 2/(1-A^2) \quad (2.37)$$

et son inverse comme on peut le voir sur la figure 2.6.

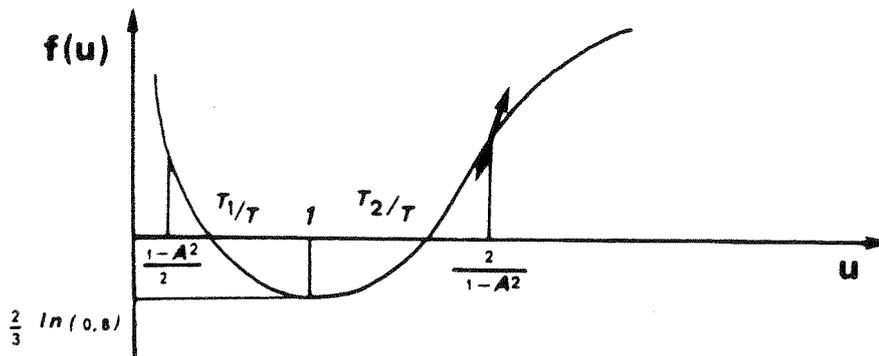


Figure 2.6 - La recherche de T1 et T2

En procédant ainsi, on trouve les deux valeurs, T_1 et T_2 , en fonction de T et de A^2 , et on peut en déduire $P = T_2 - T_1$. Nous désignons l'application $A \Rightarrow P$ par:

$$P = T H(A^2) \quad (2.38)$$

2.3.2.3 - Routage d'une crue d'Hayami

La situation est donc la suivante : on a un bief avec une longueur L , caractérisé par les paramètres hydrauliques C et D . Une pointe de crue, caractérisée par le débit maximum Q et la durée de dépassement P , se présente en amont du tronçon. Le problème est d'obtenir la crue à l'aval du tronçon, caractérisée par les éléments suivants (figure 2.7) :

- le débit maximum Q' ;
- la durée P' à l'aval ;
- le retard de la pointe Δt .

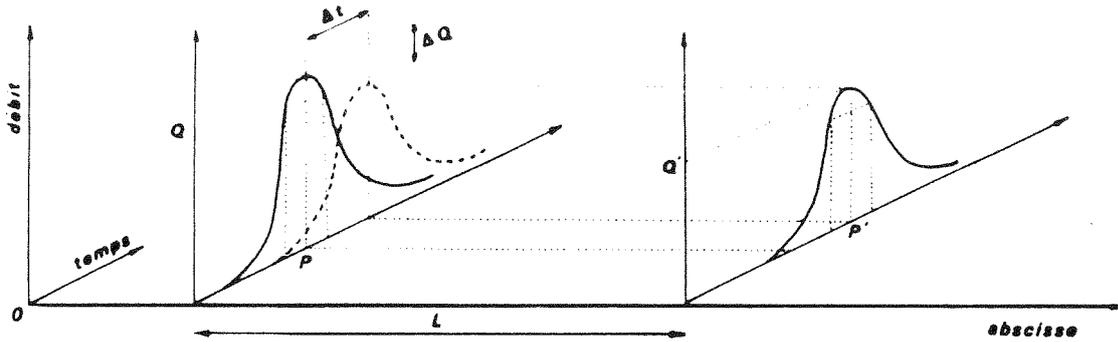


Figure 2.7 - Représentation de la propagation d'une crue

La solution proposée est de considérer que la crue dont il faut calculer le routage peut être décrite par l'expression (2.23), qui dépend de 3 paramètres, dont deux explicites, le volume V et x , et un implicite, l'origine des temps t , que nous remplaçons par T , date de l'obtention de la pointe de la crue à l'entrée du bief.

Les valeurs de A et B , données par les expressions (2.28) et (2.29), peuvent être déterminées à partir des développements précédents. En effet, avec les équations (2.30') et (2.38), on obtient l'équation suivante en A^2 :

$$\frac{2A^2 H[A^2]}{1 - A^2} = \delta \quad (2.39)$$

où δ représente : $C^2 P / 3D$.

D'après l'équation (26), et en remarquant que $x' = x + L$ on en déduit, après avoir noté $\Omega = CL/3D$:

$$\frac{1}{B'} = \frac{1}{B} + \Omega \quad (2.40)$$

ce qui nous donne l'atténuation :

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{G(B')}{G(B)} \quad (2.41)$$

Connaissant B' , on en déduit A' par les relations (2.29) et (2.30).

En utilisant la relation (2.28), et en notant Δt la quantité $T' - T$ on peut montrer que l'on obtient :

$$\frac{\Delta t}{P} = \frac{1}{\delta} = (A'/B' - A/B) \quad (2.42)$$

En ce qui concerne la durée de la crue à l'aval, par application des relations (2.42), (2.29) et (2.28) et en remarquant que $T' = T + \Delta t$, on obtient :

$$\frac{P'}{P} = \frac{A'}{\delta B'} = H(A'^2) \quad (2.43)$$

Toute cette procédure peut être résumée dans le diagramme présenté à la figure 2.8 :

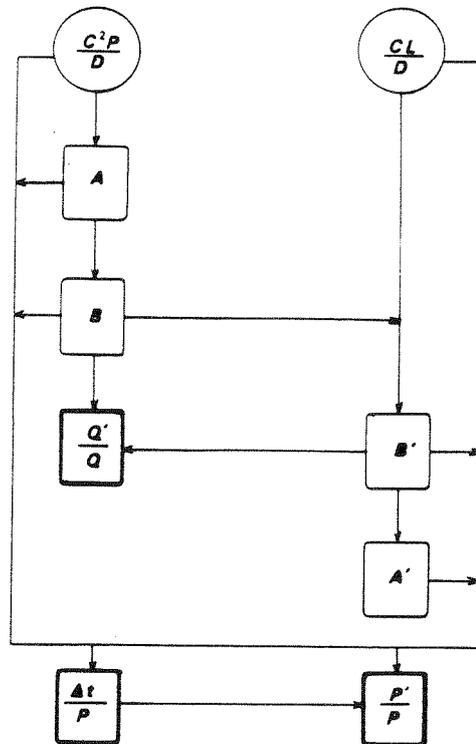


Figure 2.8 - Schéma de la procédure de calcul

2.3.3 - La construction des abaques

Pour donner au modèle simplifié proposé un caractère effectivement opérationnel, il nous faut, soit un programme informatique, soit des abaques, obtenus à partir de la résolution, une fois pour toutes, des calculs vus précédemment, sur un ensemble assez large de valeurs des paramètres.

On a choisi d'adopter la deuxième démarche, c'est-à-dire, la construction d'abaques, comme décrit dans ce qui suit.

2.3.3.1 - Abaques à partir de δ et Ω

En reprenant les calculs décrits au paragraphe précédent, l'utilisation de plusieurs valeurs des paramètres δ et Ω , c'est-à-dire, C^2P/D et CL/D , permet d'établir des abaques rendant le calcul du routage immédiat.

En effet, avec l'abaque 1, présenté à la figure 2.9, la détermination de l'intersection de la ligne $\ln(C^2P/D)$ et de la ligne $\ln(CL/D)$, nous donne, en abscisse, l'atténuation et, en ordonnée, le décalage, après quelques calculs algébriques simples.

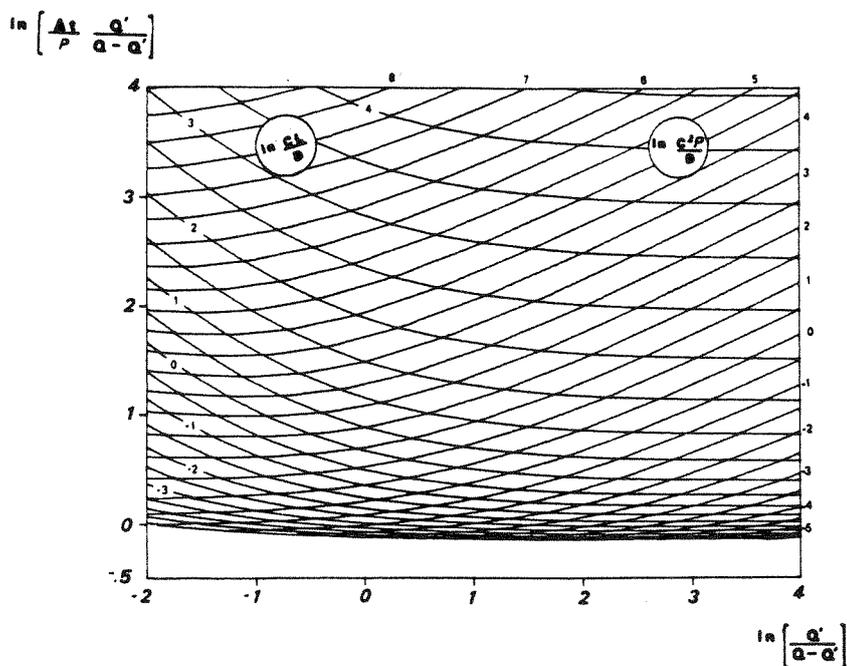


Figure 2.9 - Abaque 1 : L'Atténuation et le Décalage à partir de δ et Ω

Une particularité très intéressante et utile de l'abaque 1 est que, en fait, il permet d'effectuer l'opération inverse, c'est-à-dire, l'identification des paramètres C et D à partir de données de propagation observées. On va revenir sur cette possibilité au paragraphe 2.4.2.

L'abaque 2, présenté à la figure 2.10, avec l'introduction des mêmes informations utilisées dans l'abaque 1, nous permet de déduire la durée, P', de la crue à l'aval, en ordonnée.

$$\ln \left[\frac{P' Q'}{P Q} \right]$$

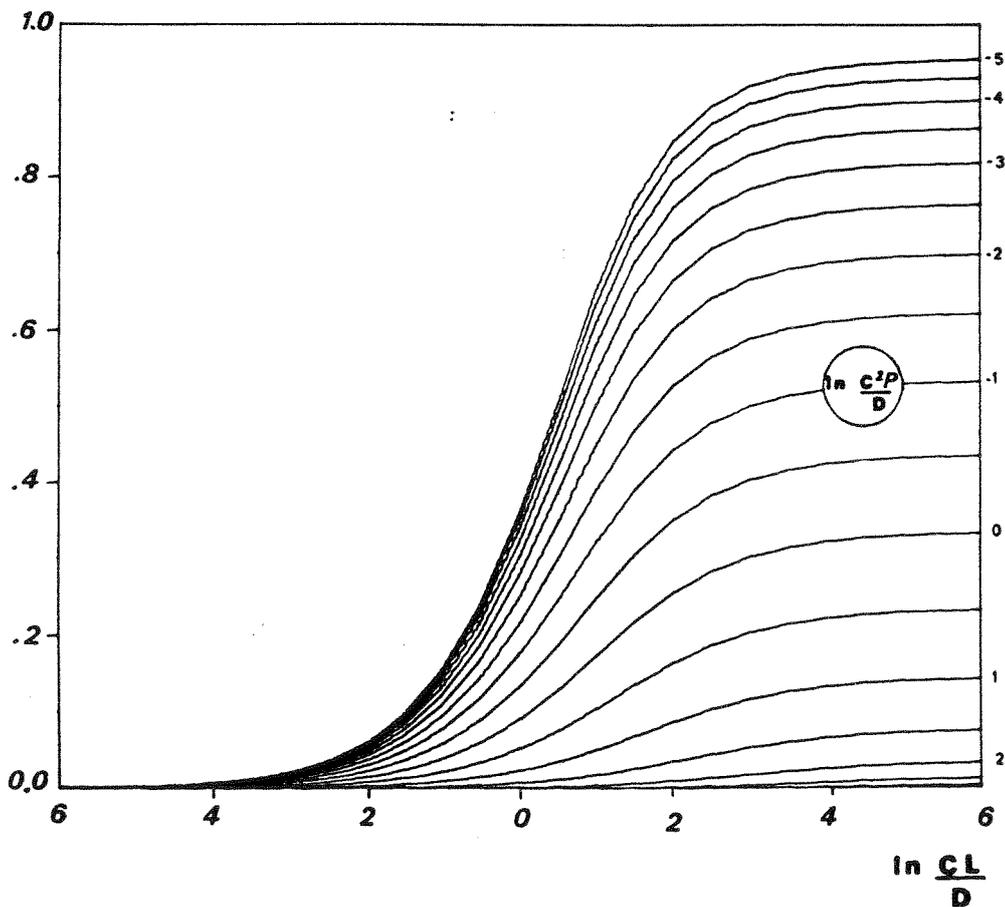


Figure 2.10 - L'abaque 2 : Calcul de la durée P' à l'aval à partir de δ et Ω

Pour des raisons de lisibilité de ces abaques, les valeurs calculées en sortie ont été légèrement transformées et on peut aisément en déduire les informations qui nous intéressent.

2.3.3.2 - Abaques partant directement de C et D

On avait pensé, tout d'abord, construire des abaques à partir des paramètres C et D isolés, sur chacun des axes, en construisant des nombres sans dimensions, faisant intervenir ces deux grandeurs.

En effet, avec l'introduction de nombres sans dimensions CP/L et DP/L^2 , on a pu obtenir les abaques des figures 2.11 et 2.12 ci-après.

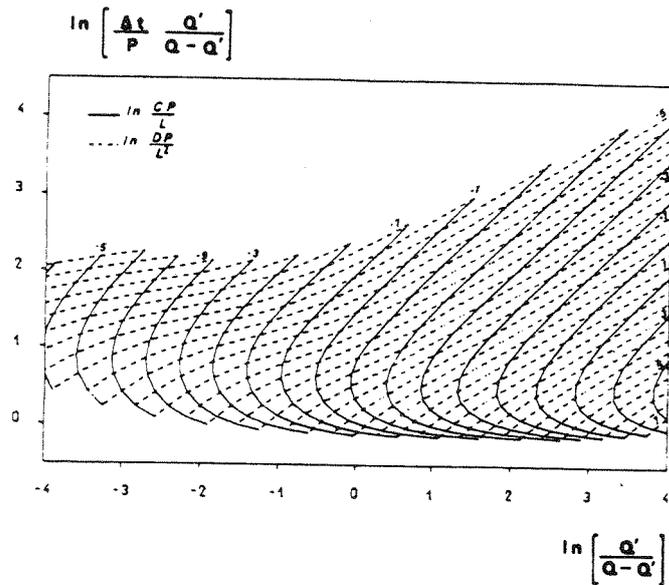


Figure 2.11 - Abaque de l'atténuation et du décalage à partir de C et D

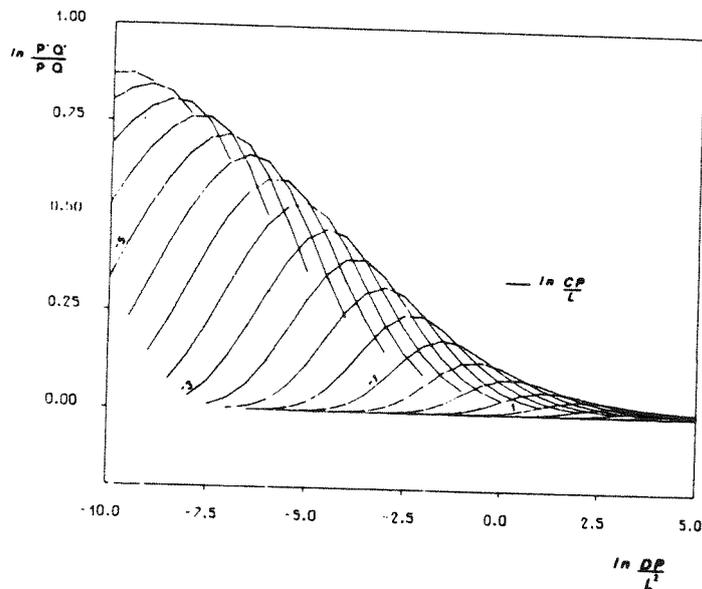


Figure 2.12 - Abaque de la durée à l'aval à partir de C et D

On voit, cependant, le caractère non-monotone de la fonction CP/L , ce qui montre que connaissant C et l'atténuation, deux temps de transfert sont possibles.

2.4 - ETUDE DES PARAMETRES C ET D DU MODELE HAYAMI

Comme on a pu le voir au paragraphe 2.2.2, les paramètres de célérité et de diffusion sont des éléments indispensables pour l'application du modèle HAYAMI. En effet, ils constituent les uniques paramètres du cours d'eau, en plus de la longueur, nécessaires à l'utilisation de la méthode. Leur détermination doit être faite à partir d'un calage sur des crues déjà observées simultanément à l'entrée et à la sortie du tronçon du cours d'eau. Il faut donc disposer d'hydrogrammes et, par approximations caler les paramètres. En l'absence de ce type de données, ce qui se vérifie souvent dans la pratique de l'hydrologie, on peut avoir une idée de ces valeurs, à partir de quelques hypothèses simplificatrices, comme on va le voir au paragraphe 2.4.1.

On essaye, par la suite, de donner des indications pour la détermination de ces paramètres. On verra au paragraphe 2.4.2 l'application de la méthodologie proposée précédemment pour une identification aisée de ces paramètres. Dans le paragraphe 2.4.3 on décrira les différentes regressions effectuées pour étudier l'influence des divers paramètres sur les coefficients C et D, en envisageant l'obtention ou la validation des expressions permettant, d'une part, de calculer C et D en l'absence de mesures, et d'autre part, d'ajuster des valeurs connues de C et D aux nouvelles crues à modéliser.

2.4.1 - Détermination Théorique des paramètres

La détermination théorique de C et D constitue, en fait, une approche déterministe, basée sur les équations (2.8) et (2.9), dérivées de la formulation de l'équation de l'onde de crue diffusante, et donc des équations de Saint-Venant.

Pour simplifier ces expressions on doit faire quelques hypothèses simplificatrices supplémentaires, en général acceptables au niveau de l'hydraulique des cours d'eau naturels.

En effet, pour le calcul de la célérité, en reprenant l'expression (2.8) et en supposant un canal rectangulaire uniforme, le terme C_c (2.12) s'annule. La célérité

donc est constituée seulement du terme C_s , comme on peut le voir dans l'expression (2.44) :

$$C = C_s = - \frac{1}{W} \frac{\partial J / \partial z}{\partial J / \partial Q} \quad (2.44)$$

où :

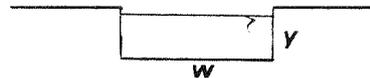
- Q : débit;
- z : cote de la surface libre;
- W : largeur au miroir;
- J : pente des pertes de charge.

Avec l'hypothèse complémentaire, elle aussi souvent vérifiable pour les cours d'eau naturels, d'assimiler un bief à un canal rectangulaire large, c'est-à-dire avec le tirant d'eau négligeable par rapport à la largeur, on a :

$$S = W Y$$

$$R = Y$$

où :



- S : Section Mouillée ;
- R : Rayon hydraulique ;
- Y : Tirant d'eau.

En considérant le régime uniforme, avec la formulation de MANNING-STRICKLER pour le frottement, on obtient :

$$\frac{\partial J}{\partial z} = - \frac{10}{3} \frac{Q^2}{K^2 W^2 Y^{13/3}}$$

et

$$\frac{\partial J}{\partial Q} = \frac{2 Q}{K^2 W^2 Y^{10/3}}$$

où K est le coefficient de Strickler.

Cela nous donne :

$$C = \frac{5}{3} \frac{Q}{W Y} \quad (2.45)$$

Or, on a, en général, une idée de la valeur de référence, soit du débit, soit du tirant d'eau. On peut donc obtenir C, soit à partir de l'un, soit à partir de l'autre. En effet en adoptant les expressions du régime permanent, on a :

$$Q^2 = K^2 I S^2 R^{4/3} \quad (2.46)$$

avec I étant la pente du fond.

L'expression (2.46) devient alors :

$$Q^2 = K^2 I W^2 Y^{10/3} \quad (2.47)$$

On obtient les expressions suivantes, fonction soit du débit, soit du tirant d'eau :

$$C = 5/3 (Q/W)^{0,4} (K I^{1/2})^{0,6} \quad (2.48)$$

ou :

$$C = 5/3 Y^{2/3} K I^{1/2} \quad (2.48')$$

En ce qui concerne le coefficient de diffusion D, en utilisant les mêmes hypothèses, on obtient l'expression suivante, à partir de l'expression (2.15) :

$$D = \frac{Q}{2 I W} \quad (2.49)$$

Ce qui nous donne l'expression suivante, en fonction du tirant d'eau :

$$D = \frac{K \gamma^{5/3}}{2 I^{1/2}} \quad (2.49')$$

Cette approche nous permet donc d'obtenir C et D en l'absence d'enregistrements de crues. Néanmoins il est préférable de caler C et D sur des observations, comme nous le démontrerons dans les paragraphes suivants.

2.4.2 - Détermination à partir de mesures - Application du modèle simplifié proposé

La détermination de C et D, dans la pratique, se fait par calage sur des crues observées simultanément à l'entrée et à la sortie du tronçon considéré. On doit donc chercher le couple de valeurs C et D qui permet une meilleure représentation de la crue à l'aval, étant donnée la crue à l'amont.

Pour ce faire, il nous faut, comme données, les hydrogrammes à l'amont et à l'aval du tronçon et on doit résoudre l'équation (2.6), en cherchant les valeurs de C et D qui s'ajustent le mieux aux données, qui minimisent les écarts.

Pour le cas où l'on dispose de plusieurs jeux de mesures, on doit déterminer les différentes valeurs de C et D, et ensuite, pour modéliser une nouvelle crue, on doit utiliser soit la moyenne, soit adopter le couple de valeurs considérées comme le plus adéquat pour la crue à étudier.

Pour effectuer cette détermination de C et D on a, en principe, besoin de moyens informatiques. En effet, il nous faut effectuer le calcul numérique de l'équation de convolution un certain nombre de fois, jusqu'à obtention des valeurs de C et D qui nous donnent un ajustement satisfaisant de la crue à l'aval.

La méthodologie décrite au paragraphe 2.3.2.3. nous permet, cependant, le calage direct des paramètres C et D par l'utilisation de l'abaque 1, présenté à la figure 2.13. En effet, pour une crue observée à l'amont (Q,P), dont on connaît la résultante à l'aval d'un tronçon de longueur L, c'est-à-dire le décalage des pointes Δt et l'atténuation Q'/Q , on peut calculer $\ln[Q'/(Q-Q')]$, ainsi que $\ln[(\Delta t/P)Q'/(Q-Q')]$.

Cela nous permet de définir un point du graphique de l'abaque 1, comme illustré à la figure 2.3. Les valeurs de $\ln(C^2P/D)$ et $\ln(CL/D)$ se lisent sur les cotes des courbes qui se croisent en ce point, ce qui permet d'obtenir D/C^2 et D/C et, par suite, C et D.

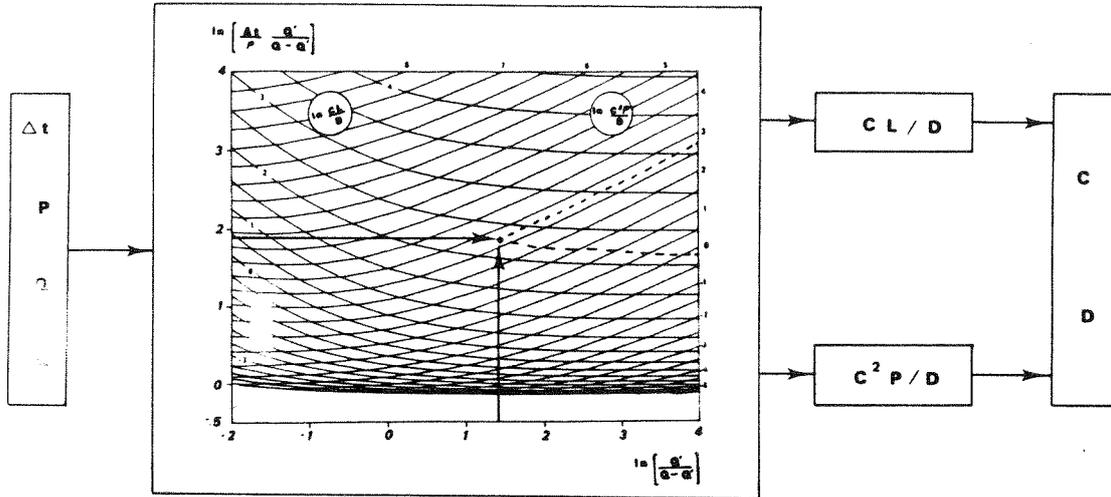


Figure 2.13 - L'utilisation de l'abaque 1 pour la détermination de C et D

Il faut noter que l'abaque fait apparaître un domaine où cette identification est impossible, qui est le cas où $\Delta t/P < 0,82 (Q-Q')/Q'$; le coefficient 0,82 correspond à l'inverse des racines de l'équation :

$$\ln x + 1/x = 1 - (2/3) \ln(0,8)$$

Cette relative simplicité pour le calcul de C et D nous permet d'envisager une utilisation plus répandue du modèle HAYAMI dans des situations variées, en apportant donc une réelle contribution à l'utilisation pratique du modèle.

2.4.3 - Proposition d'expressions empiriques pour la détermination de C et D

Dans ce paragraphe, on va étudier la possibilité de proposer des expressions empiriques pour le calcul, ou la correction, de C et D.

En effet, face à la relative simplicité du calcul de C et D avec l'utilisation de la méthodologie proposée au chapitre 2.4.2, il a paru tout-à-fait intéressant d'étudier les variations de C et D pour un nombre important d'événements, concernant différentes situations de crue et de cours d'eau. Si l'on effectue la détermination des paramètres pour une gamme d'événements assez étendue, on pourrait avoir une meilleure compréhension du rôle des paramètres dans le

phénomène de propagation, de leurs limites pratiques et de leur variabilité en fonction des différentes caractéristiques physiques des cours d'eau et des crues.

Face à la difficulté d'obtenir des crues réelles en nombre suffisant, et avec des variations souhaitables des différents paramètres, on a travaillé avec des crues synthétiques, propagées selon le modèle complet de Saint Venant.

Comme objectif pratique de cette analyse, on pourrait obtenir des expressions permettant le calcul des paramètres C et D en l'absence de mesures, en confirmant ou non les expressions théoriques vues au paragraphe 2.4.1. En outre, on pourrait aussi obtenir des expressions permettant d'effectuer des corrections et ajustements de paramètres déjà connus, en fonction des caractéristiques des crues que l'on veut étudier.

Pour effectuer cette analyse, on doit tout d'abord, effectuer des régressions multiples, en ayant comme variables à expliquer C et D, et comme variables explicatives, les différents paramètres du cours d'eau et de la crue. Cette étape est décrite au paragraphe 2.4.3.2.

2.4.3.1 - Données utilisées

Les crues synthétiques qu'on a étudiées sont constituées essentiellement de 50 événements, simulés sur des canaux rectangulaires de grande largeur, obtenus lors d'études antérieures, menées au CEMAGREF (Florid, 1984), (Oswald, Ricoleau et Tarhouni, 1983).

Ces crues ont été routées dans des canaux, avec l'utilisation d'un modèle complet de Saint-Venant. Les différents éléments de ces crues, ainsi que des caractéristiques des canaux, sont présentés dans le tableau 2.1.

Ces valeurs reflètent des grandeurs courantes dans la pratique de l'hydrologie ; essentiellement, les différentes caractéristiques retenues et la gamme correspondante de variations sont les suivantes :

- pour les cours d'eau :

. coefficient de Strickler	: 20 à 60 ;
. pente	: 0,00003 à 0,005 ;
. longueurs	: 300 à 10000 m ;

- pour les crues :

- . débit unitaire à l'amont : $0,3$ à $20 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$;
- . durée de dépassement : $0,11$ à $1,71$ heures.

N	Rugosité K	Débit Q/W (m ² /s)	Décalage t (h)	Atténuation a (%)	Durée P (h)	Pente I (‰)	Longueur L (m)
1	30	2,20	0,42	2,50	1,07	2,00	3000
2	60	3,20	0,27	8,16	0,49	1,00	3000
3	60	3,20	0,27	7,59	0,47	1,00	3000
4	35	3,20	0,19	1,47	0,38	5,00	3000
5	20	3,20	0,44	33,44	0,39	0,30	3000
6	20	20,20	0,14	10,97	0,36	3,00	3000
7	35	3,20	0,45	28,59	0,46	0,10	3000
8	35	3,20	0,45	51,75	0,22	0,10	3000
9	35	3,20	0,45	72,19	0,11	0,10	3000
10	35	3,20	0,45	11,13	0,91	0,10	3000
11	35	3,20	0,45	28,59	0,46	0,10	3000
12	35	3,20	0,45	29,69	0,46	0,03	3000
13	35	3,20	0,42	24,94	0,46	0,30	3000
14	35	3,20	0,38	13,44	0,46	1,00	3000
15	35	0,30	1,00	18,33	0,46	0,10	3000
16	35	1,20	0,65	35,75	0,46	0,10	3000
17	35	10,20	0,26	16,91	0,46	0,10	3000
18	35	3,20	0,02	0,53	0,46	0,10	300
19	35	3,20	0,14	4,81	0,46	0,10	1000
20	35	3,20	2,00	72,59	0,46	0,10	10000
21	25	3,20	0,49	33,00	0,46	0,10	3000
22	45	3,20	0,40	25,81	0,46	0,10	3000
23	55	3,20	0,36	23,94	0,46	0,10	3000
24	60	3,20	0,34	23,25	0,46	0,10	3000
25	65	3,20	0,32	22,63	0,46	0,10	3000
26	35	3,50	0,39	23,03	0,46	0,10	3000
27	35	4,00	0,36	17,55	0,46	0,10	3000
28	35	8,00	0,25	5,40	0,46	0,10	3000
29	35	3,20	0,43	30,38	0,46	0,10	3000
30	35	3,20	0,40	30,00	0,46	0,10	3000
31	35	3,20	0,37	29,03	0,46	0,10	3000
32	35	3,20	0,33	28,34	0,46	0,10	3000
33	30	2,10	0,49	18,77	0,45	1,00	3000
34	30	2,05	0,50	19,90	0,45	1,00	3000
35	30	0,60	0,86	22,00	0,45	1,00	3000
36	30	1,10	0,65	21,36	0,45	1,00	3000
37	30	2,10	0,15	4,52	0,45	1,00	1000
38	30	2,10	1,89	49,33	0,45	1,00	10000
39	40	2,10	0,40	13,76	0,45	1,00	3000
40	30	2,10	0,56	28,90	0,45	0,50	3000
41	30	2,10	0,45	6,00	0,84	1,00	3000
42	30	2,10	0,54	42,71	0,21	1,00	3000
43	30	2,10	3,14	79,52	0,26	0,50	10000
44	30	1,10	0,61	2,00	1,71	1,00	3000
45	30	1,10	0,66	4,36	1,71	0,50	3000
46	30	2,10	2,46	70,00	0,20	1,00	10000
47	30	1,10	0,81	56,73	0,20	0,50	3000
48	30	2,10	2,39	40,33	0,87	0,50	10000
49	30	2,10	1,91	22,95	0,87	1,00	10000
50	30	2,10	1,63	6,57	1,70	1,00	10000

Tableau 2.1 - Elements des crues et des canaux synthétiques

On va donc traiter ces 50 événements, qui nous donnent une variation assez importante des valeurs de l'atténuation et du décalage :

- Atténuation : $0,53$ à $79,52$ % ;
- Décalage : $0,02$ à $3,14$ heures.

On voit, que l'on dispose d'une gamme de variations assez étendue des différentes variables en question, ce qui nous permet d'effectuer des régressions pour étudier les variations correspondantes des paramètres.

L'utilisation de la démarche décrite au paragraphe 2.4.2, pour l'ensemble de ces données, nous a permis d'obtenir les valeurs de la célérité et du coefficient de diffusion présentées au tableau 2.2.

N	CELERITE (m/s)	DIFFUSION (m ² /s)	N	CELERITE (m/s)	DIFFUSION (m ² /s)
1	1,994	572	26	2,014	2018
2	3,065	1620	27	2,270	1686
3	3,096	1408	28	3,320	1119
4	4,393	446	29	1,665	2515
5	1,649	2018	30	1,733	3072
6	5,755	9897	31	1,840	3678
7	1,682	1939	32	1,954	5014
8	1,391	1808	33	1,682	665
9	0,726	1978	34	1,649	685
10	1,822	1845	35	0,970	151
11	1,682	1939	36	1,284	347
12	1,649	2080	37	1,859	473
13	1,859	1845	38	1,448	781
14	2,181	953	39	2,075	804
15	0,835	76	40	1,419	925
16	1,174	973	41	1,840	721
17	3,034	4492	42	1,492	478
18	4,137	1978	43	0,779	781
19	1,974	645	44	1,377	384
20	0,811	3984	45	1,259	672
21	1,462	1978	46	1,116	260
22	1,896	2276	47	0,970	305
23	2,117	2807	48	1,139	880
24	2,226	3197	49	1,462	614
25	2,340	3678	50	1,699	757

Tableau 2.2 - Les valeurs de C et D Identifiées

Les valeurs de C varient entre 0,726 et 5,755 m/s, et les valeurs de D sont entre 76 et 5014 m²/s. Ils semblent, donc, constituer un échantillon pouvant être considéré comme représentatif des valeurs réelles, trouvées dans la pratique de l'hydrologie des cours d'eau naturels.

De façon à effectuer des régressions et ensuite à vérifier les différents résultats, on a partagé l'échantillon de crues en deux. Le premier, concernant 25 crues, est destiné aux régressions; le deuxième, avec les 25 autres événements est l'échantillon "Test", destiné à la validation du modèle proposé.

Dans ce deuxième échantillon, on dispose de 5 biefs différents, nommés ST1 à ST5, avec 11, 6, 4, 2 et 2 événements, respectivement. Les données concernant cet échantillon sont présentées au tableau 2.3.

Bief	Rugosité K	Debit Q/W (m ² /s)	Durée P (h)	Atténuation q (%)	Decalage t (h)	Pente I (%)	Longueur L (m)
ST1	35	4,00	0,36	17,55	0,46	0,10	3000
	35	3,20	0,43	30,38	0,46	0,10	3000
	35	3,20	0,40	30,00	0,46	0,10	3000
	35	3,20	0,37	29,03	0,46	0,10	3000
	35	3,20	0,33	28,34	0,46	0,10	3000
	35	3,20	0,45	51,75	0,22	0,10	3000
	35	3,20	0,45	28,59	0,46	0,10	3000
	35	3,20	0,45	72,19	0,11	0,10	3000
	35	3,20	0,45	28,59	0,46	0,10	3000
	35	1,20	0,65	35,75	0,46	0,10	3000
	35	10,20	0,26	16,91	0,46	0,10	3000
ST2	30	2,10	0,49	18,77	0,45	1,00	3000
	30	2,05	0,50	19,90	0,45	1,00	3000
	30	0,60	0,86	22,00	0,45	1,00	3000
	30	1,10	0,65	21,36	0,45	1,00	3000
	30	2,10	0,45	6,00	0,84	1,00	3000
	30	2,10	0,54	42,71	0,21	1,00	3000
ST3	30	2,10	2,46	70,00	0,20	1,00	10000
	30	2,10	1,91	22,95	0,87	1,00	10000
	30	2,10	1,63	6,57	1,70	1,00	10000
	30	2,10	1,89	49,33	0,45	1,00	10000
ST4	30	2,10	0,56	28,90	0,45	0,50	3000
	30	1,10	0,81	56,73	0,20	0,50	3000
ST5	30	2,10	3,14	79,52	0,26	0,50	10000
	30	2,10	2,39	40,33	0,87	0,50	10000

Tableau 2.3 - Données de l'échantillon "test"

2.4.3.2 - Les régressions effectuées

Comme déjà dit précédemment, ayant l'objectif d'effectuer une analyse globale des paramètres C et D, en fonction des différentes variables, du cours d'eau et de la crue, on a procédé à plusieurs régressions multiples.

D'abord, on a fait des régressions pour la détermination des paramètres C et D; ensuite on a cherché des expressions pour permettre la correction des paramètres selon les crues. On décrit, ci-après, les différentes démarches.

a) Régressions pour la détermination des paramètres

a.1) Obtention d'expressions directes

Pour effectuer ces régressions, on a retenu, comme variables à expliquer, des transformées de la célérité et de la diffusion, c'est-à-dire, D/C et D/C^2 , vu l'intérêt démontré au chapitre 2.3.3.

En ce qui concerne les variables explicatives, ont été retenues, au départ, le coefficient de rugosité de STRICKLER (K), la pente (I) et la longueur (L), pour le cours d'eau. Pour la crue, on a retenu comme variables explicatives, le débit maximal par mètre de largeur du bief à l'amont (Q/W) et la durée de dépassement de 80% du débit maximal (P).

On a choisi de travailler avec des transformations logarithmiques et les expressions choisies au départ ont été les suivantes :

$$D/C = e^{a0} (Q/W)^{a1} I^{a2} L^{a3} K^{a4} P^{a5} \quad (2.50)$$

$$D/C^2 = e^{b0} (Q/W)^{b1} I^{b2} L^{b3} K^{b4} P^{b5} \quad (2.51)$$

Dans la figure 2.14 on présente les éléments de la régression effectuée pour D/C ; en ce qui concerne D/C^2 , dans la figure 2.15, on présente les éléments de la régression complète, donnée par l'expression (2.51).

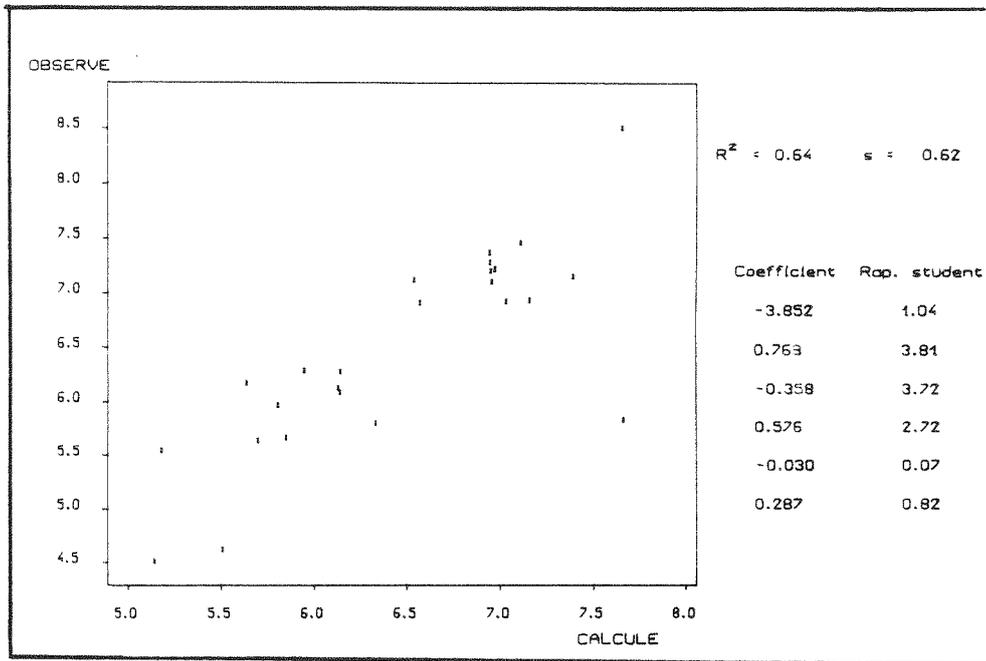


Figure 2.14 - Elements de la régression pour D/C

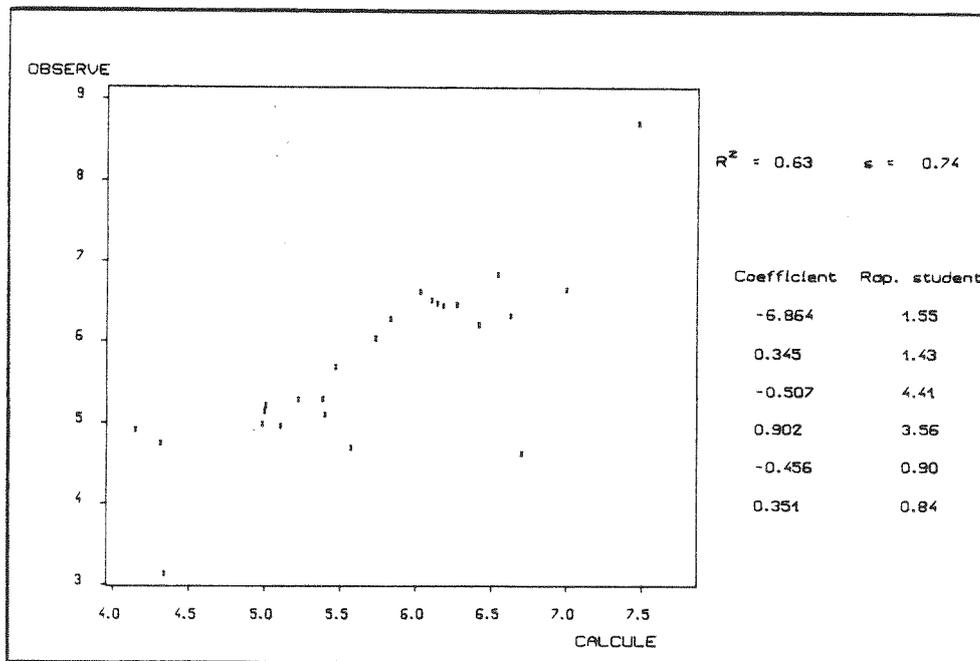


Figure 2.15 - Elements de la régression pour D/C²

L'analyse de l'ensemble de ces résultats nous a permis d'effectuer les remarques suivantes:

- les variables P et K ne sont pas significatives soit pour expliquer D/C soit pour D/C^2 ;

- pour l'explication de D/C^2 , le débit unitaire (Q/W) lui aussi n'est pas important;

- pour l'explication de D/C, la variable longueur du tronçon L joue un rôle assez modéré, avec un rapport de Student faible. Cette variable pourrait, éventuellement, être éliminée sans trop porter préjudice aux résultats de la régression.

On peut donc étudier deux hypothèses pour D/C: avec et sans prise-en-compte de L comme variable explicative - Hypothèse I et II, respectivement.

En effectuant la régression pour l'hypothèse I, on obtient la figure 2.16 :

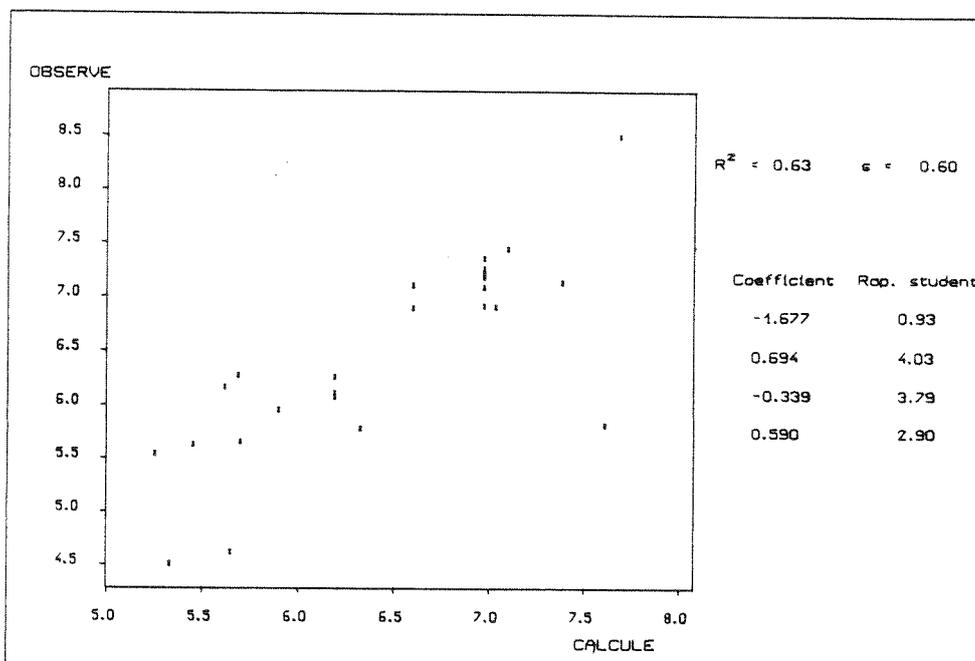


Figure 2.16 - Elements de la régression avec l'hypothèse I

La régression pour l'hypothèse II, nous permet d'obtenir la figure 2.17 ci-après :

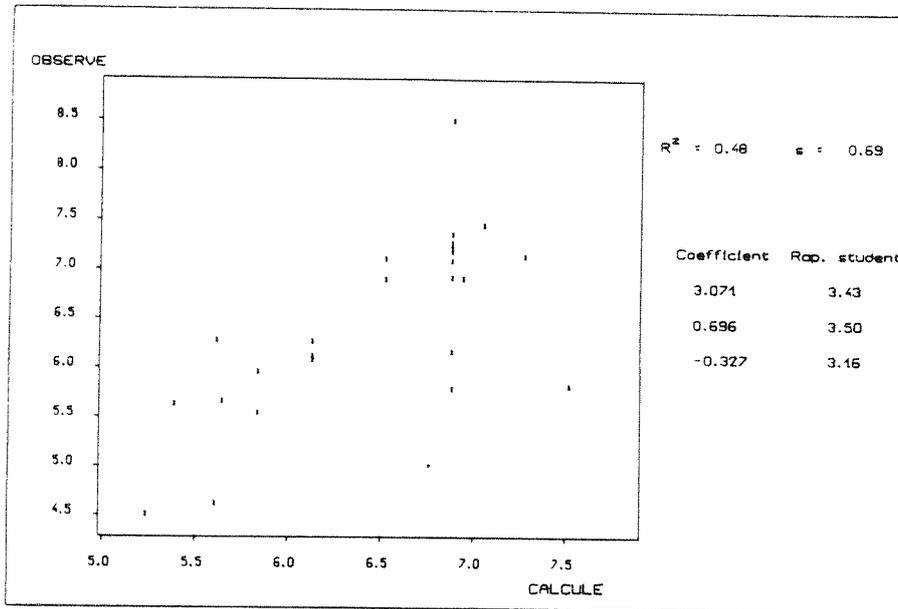


Figure 2.17 - Elements de la régression avec l'hypothèse II

En ce qui concerne la variable D/C^2 , face à l'analyse de la significativité des variables, on peut adopter une expression simplifiée, n'ayant que la pente et la longueur comme variables explicatives. La régression effectuée nous permet d'obtenir la figure 2.18.

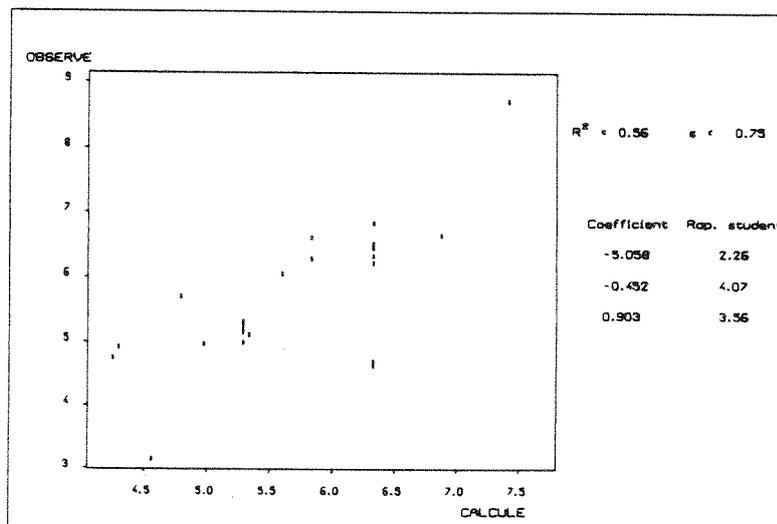


Figure 2.18 - Elements de la régression simplifiée pour D/C^2

D'après ces éléments, on peut donc retenir les expressions suivantes, déjà convenablement transformées pour C et D :

- Hypothèse I :

$$C = 29,2 \frac{(Q/W)^{0,69} \rho^{0,11}}{L^{0,31}} \quad (2.52)$$

$$D = 5,5 \frac{(Q/W)^{1,38} L^{0,28}}{\rho^{0,23}} \quad (2.53)$$

- Hypothèse II:

$$C = 3369 \frac{(Q/W)^{0,70} \rho^{0,12}}{L^{0,90}} \quad (2.54)$$

$$D = 72650 \frac{(Q/W)^{1,40}}{\rho^{0,21} L^{0,90}} \quad (2.55)$$

Dans l'ensemble de ces expressions les coefficients multiplicatifs dependent des unités choisies, à savoir : m, m³/s, m/s et m²/s.

a.2) Obtention d'expressions avec transformation de la pente

Dans un but pratique, on a essayé aussi l'introduction d'une variable transformée de la pente, par addition d'un terme constant, en permettant l'utilisation de la méthode sur des canaux de pente nulle. L'intérêt de cette constante additive a été mise en évidence, de façon empirique, dans une étude antérieure (CEMAGREF, 1985).

Les régressions complètes effectuées, avec le terme additif, ont mis en évidence les mêmes considérations sur les variables significatives que celles effectuées précédemment. Cependant, on constate que la variable L est maintenant significative pour l'explication de D/C. On aura, donc, seulement l'hypothèse I pour le cas du terme additif.

Il nous reste, maintenant, à préciser le terme additif pour la pente I. En effectuant des régressions avec l'adoption de différentes valeurs, on peut obtenir les éléments de la figure 2.19.

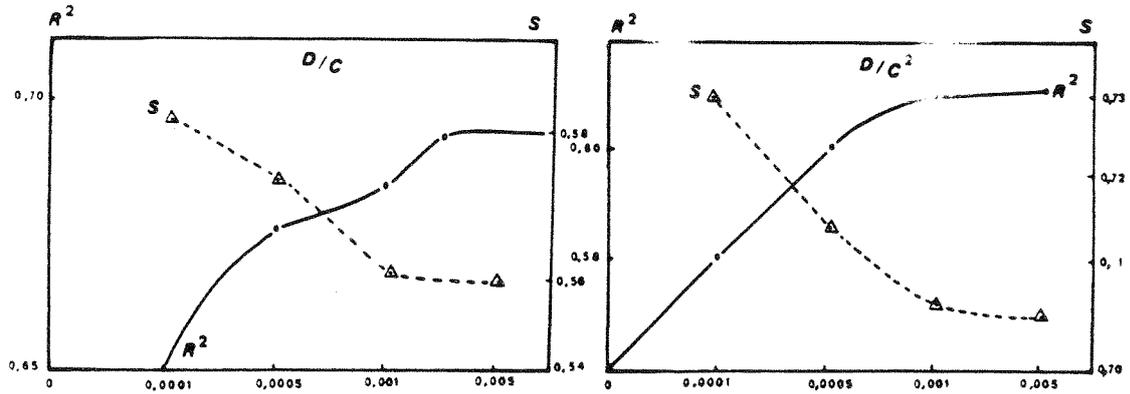


Figure 2.19 - La définition du terme additif de la pente

Cela nous permet donc de retenir la valeur 0,003 pour le terme additif.

En effectuant des régressions pour D/C, on obtient la figure 2.20.

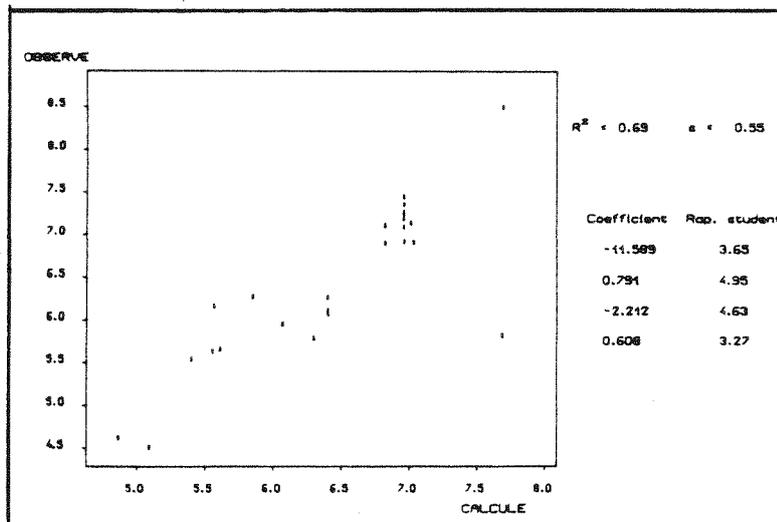


Figure 2.20 - Elements de la régression pour D/C, avec terme constant

Les régressions pour D/C^2 nous donnent les éléments présentés à la figures 2.21.

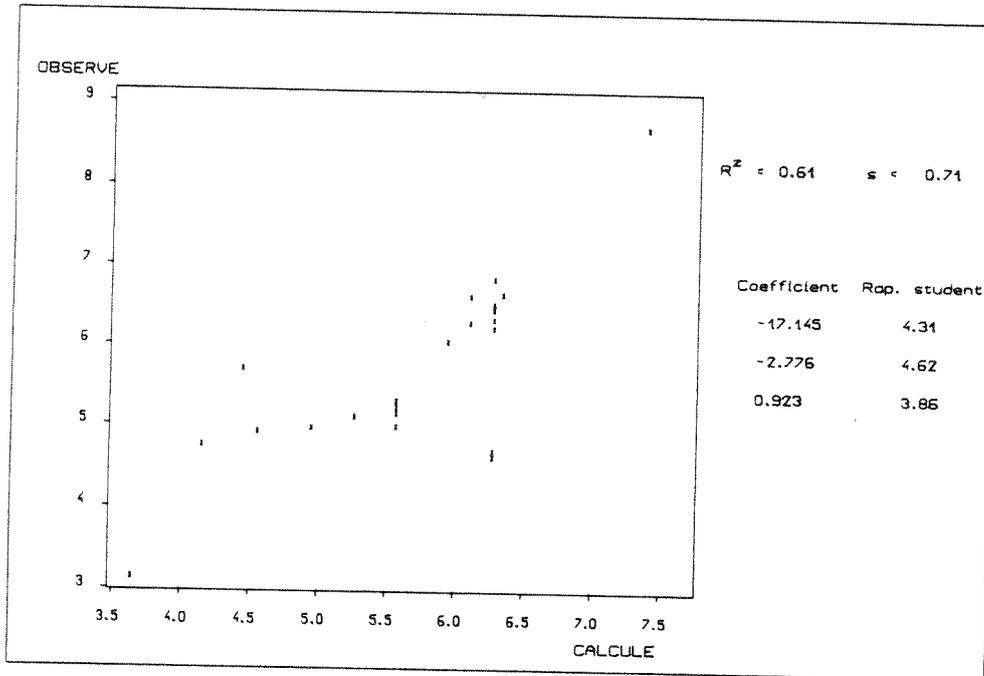


Figure 2.21 - Elements de la régression pour D/C^2 , avec terme constant

On peut donc proposer les expressions suivantes pour C et D:

$$C = 259 \frac{(Q/W)^{0,79} (1 + 0.003)^{0,57}}{L^{0,31}} \quad (2.56)$$

$$D = 0,0024 \frac{(Q/W)^{1,58} L^{0,30}}{(1 + 0,003)^{1,64}} \quad (2.57)$$

a.3) Obtention d'expressions semblables aux expressions théoriques

Pour permettre la comparaison avec les expressions théoriques, on a procédé à des régressions, directement sur les paramètres C et D, avec le débit unitaire (Q/W) et la pente I comme variables explicatives. Malgré la faible significativité de la rugosité K, constatée antérieurement, on a aussi introduit cette variable pour l'explication de C.

Les résultats de la régression pour la célérité sont présentés à la figure 2.22.

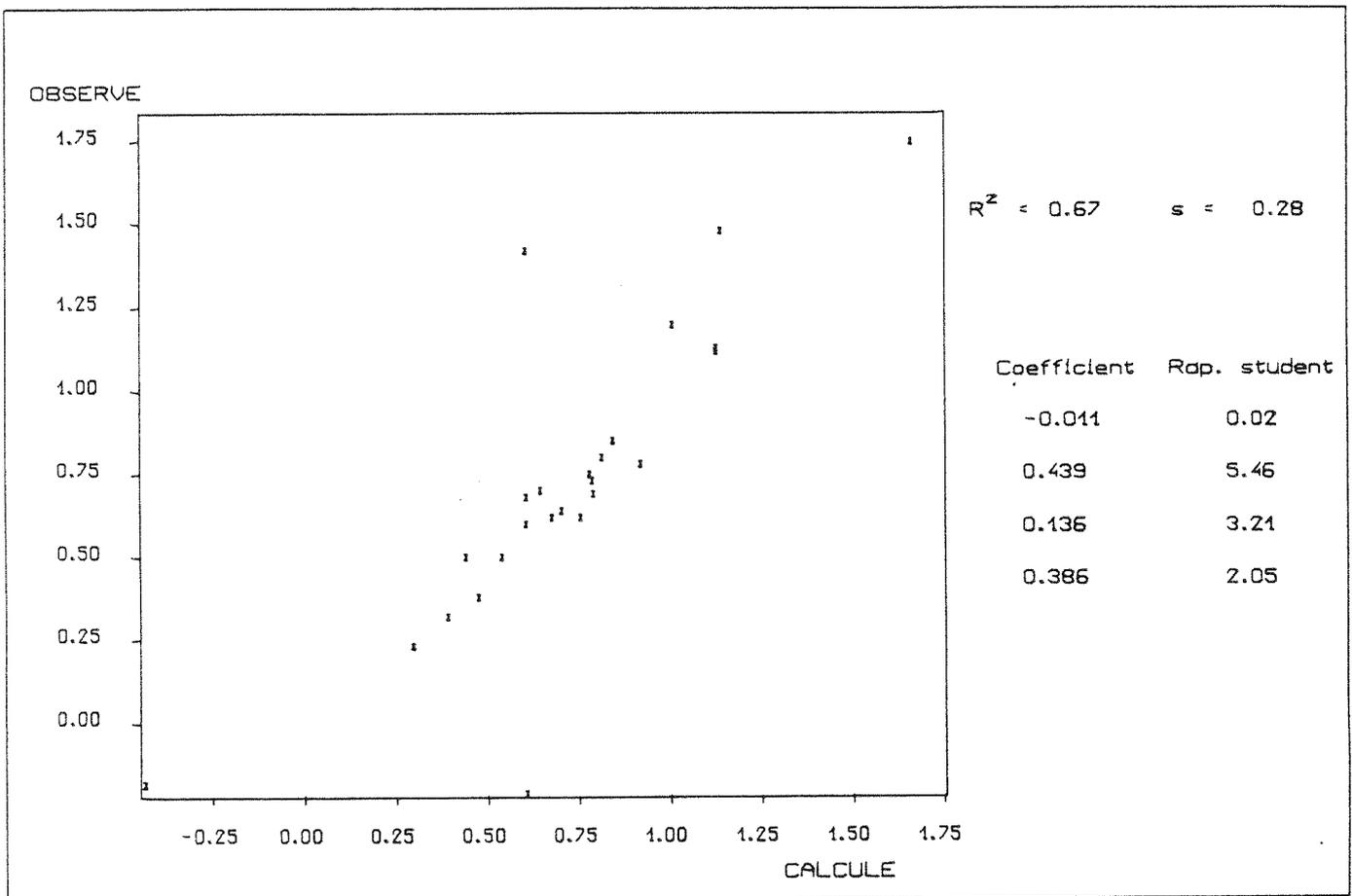


Figure 2.22 - Elements de la régression sur C

En ce qui concerne la variable coefficient de diffusion, D, les résultats de la régression sont présentés à la figure 2.23.

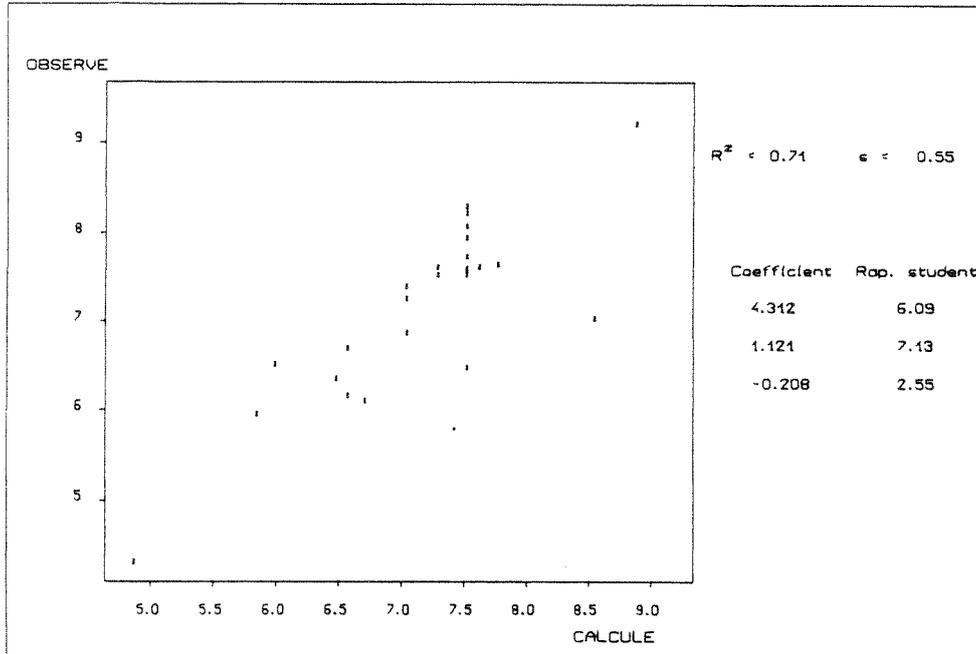


Figure 2.23 - Elements de la régression sur D

Ces éléments nous permettent d'obtenir les expressions suivantes, déjà transformées:

$$C = (Q/W)^{0,44} \rho^{0,14} K^{0,39} \quad (2.58)$$

$$D = 74,6 \frac{(Q/W)^{1,12}}{\rho^{0,21}} \quad (2.59)$$

On constate donc des différences importantes par rapport aux expressions théoriques, avec une augmentation de l'influence du débit de pointe et une diminution de l'importance de la pente et de la rugosité.

a.4) Régressions avec les caractéristiques des biefs

La comparaison des résultats des régressions avec (Q/W), I et K et les régressions complètes permet de voir que la variable explicative L pourrait éventuellement cacher la significativité de la variable K dans ces dernières.

Compte tenu l'intérêt à avoir des valeurs des paramètres C et D pour un tronçon, c'est-à-dire valables pour toute les crues, il nous faut essayer d'obtenir des relations en n'utilisant que des caractéristiques de la rivière.

Pour ce faire on a retenu la rugosité et la pente comme variables explicatives, malgré les faibles rapports de STUDENT obtenus, surtout pour la rugosité. Ainsi, on a fait plusieurs régressions, dont un résumé des résultats est présenté au Tableau 2.4.

EXPRESSIONS	R ²	S	a ₀		a ₁		a ₂	
			Valeur	Rapport Student	Valeur	Rapport Student	Valeur	Rapport Student
$D/C^2 = C a_0 I a_1 K a_2$	0.319	0.930	3.58	1,6	- 0.45	3,2	- 0.43	0,7
$D/C^2 = C a_0 I a_1$	0.305	0.919	2.21	2,0	- 0.43	3,2	-	-
$D/C^2 = e a_0 (I + 0.003) a_1$	0.342	0.894	- 9,03	2,1	- 2,63	3,5	-	-
$D/C = e a_0 I a_1 K a_2$	0.195	0.866	4,45	2,1	- 0,30	2,3	0,12	0,2
$D/C = e a_0 I a_1$	0.193	0.848	4,06	3,9	- 0,30	2,3	-	-
$D/C = e a_0 (I + 0.003) a_1$	0.178	0.855	- 2,66	0,6	- 1,62	0,2	-	-

Tableau 2.4 - Elements des Regressions avec K et I

On peut constater que la qualité des regressions n'est pas très bonne, en général ; la rugosité joue toujours un rôle négligeable. On constate donc que le calcul de C et D, pour un tronçon, à partir d'expressions empiriques n'utilisant que les caractéristiques I et K d'un cours d'eau n'est pas efficace.

a.5) Performance des différentes expressions

Malgré les résultats assez médiocres de l'ensemble des régressions, au niveau des coefficients de détermination et des erreurs standart, (R² et s), et avec même certes points des graphiques des figures 2.20 à 2.22 témoignant des erreurs possibles des modèles, on a utilisé les expressions, que l'on vient d'obtenir, sur les

éléments de l'échantillon "test" pour permettre de juger du bien fondé des différentes expressions donnant C et D pour leur utilisation en propagation de crues.

En effet, l'utilisation des expressions (2.52) à (2.59), ainsi que des expressions théoriques (2.48) et (2.49), nous permet le calcul de C et D, et ensuite, par utilisation de l'abaque 1, nous donne une estimation de l'atténuation et du décalage.

Ensuite, la comparaison des résultats peut être effectuée par l'intermédiaire d'une fonction critère, comme celle donnée par expression suivante:

$$FC = \frac{100}{2N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{(\Delta t_{ci} - \Delta t_i)^2}{\Delta t_i} + \frac{(\Delta Q_{ci} - \Delta Q_i)^2}{\Delta Q_i} \right]^{1/2} \quad (2.60)$$

où :

- FC : Fonction Critère, en % ;
- N : Nombre d'événements ;
- i : Nombre courant, variant de 1 à N ;
- Δt : Décalage observé ;
- Δt_c : Décalage calculé ;
- ΔQ : Atténuation observée ;
- ΔQ_c : Atténuation calculée.

L'adoption de cette démarche pour le calcul de C et D, puis de l'atténuation et du décalage et enfin, de la fonction critère, nous a permis d'obtenir le Tableau 2.5.

METHODE DE CALCUL DE C ET D	COURS D'EAU					MOYENNE PONDEREE
	SV1	SV2	SV3	SV4	SV5	
Calage direct	14,6	11,4	13,2	31,9	31,2	16,3
Expression théorique	16,8	12,6	23,2	22,0	35,2	18,7
Régressions Hypothèse I	15,1	21,8	30,8	48,1	52,4	24,8
directes Hypothèse II	22,4	30,2	49,7	67,5	60,5	35,3
Expressions avec la pente majorée	15,9	17,1	36,3	34,1	42,7	23,1
Expressions semblables aux théoriques	6,6	11,3	22,3	25,3	43,6	14,7

Tableau 2.5 - Valeurs de la Fonction Critère (%)

A partir de l'analyse de l'ensemble de ces résultats, on peut dégager quelques conclusions :

- Les expressions semblables aux expressions théoriques et le calage direct, selon la démarche proposée auparavant, présentent les meilleurs résultats, soit au niveau de la moyenne pondérée globale, soit au niveau des résultats de la Fonction Critere par bief, avec 2 valeurs optimales sur 5;

- Encore en ce qui concerne le calage direct, on peut constater une croissance de la fiabilité avec la taille de l'échantillon utilisé pour le calage. En effet, pour les biefs dont on dispose seulement de 2 crues, c'est-à-dire seulement une pour le calage, la Fonction Critere présente des valeurs supérieures à 30 % ; pour les échantillons plus importants, on reste au dessous de 20 % . Cette constatation est tout-à-fait normale, sachant que si on cale C et D avec une grande série d'événements, on augmente notre chance de nous situer dans des situations proches de celles qu'on veut modéliser, parce qu'on travaille avec une moyenne plus représentative.

- La comparaison des résultats, soit de la moyenne pondérée de la Fonction Critere, soit de valeurs par bief, concernant les expressions théoriques avec ceux des régressions sur (Q/W) , K , et I , vient démontrer la meilleure performance des expressions empiriques. En effet, la différence, en moyenne de FC, est favorable à l'expression empirique, et on observe des valeurs minimales de la Fonction Critere pour 2 des 5 biefs. Pour les expressions théoriques on constate une seule valeur minimale sur les 5 biefs , cependant, on observe une plus grande régularité dans les résultats.

- L'ensemble des résultats obtenus, avec les régressions directes et avec la pente majorée d'un terme constant, vient démontrer que l'on ne peut pas utiliser ces expressions empiriques pour le calcul de C et D, pour obtenir une performance supérieure au calage direct, et même aux expressions théoriques. En effet, la qualité des régressions, avec des valeurs d'Erreur Standard assez élevées, n'est pas très satisfaisante.

En l'absence de données pour le calage direct, les expressions théoriques se présentent comme la méthode la plus fiable. En effet, on constate une relative uniformité des résultats par bief, avec une moyenne pondérée des valeurs de la Fonction Critere assez proche de celle du calage direct.

Une conclusion importante que l'on peut tirer de l'analyse des résultats des régressions est que la présence de la longueur L comme variable explicative significative pour C et D vient mettre en évidence le caractère essentiellement différent du Modèle Hayami par rapport le Modèle Saint Venant.

En effet, les expressions de C et D obtenues avec la régression à partir des crues routées par Saint Venant, concernant donc ce modèle, nous conduisent à des valeurs différentes pour l'atténuation et pour le décalage de celles obtenues par l'Abaque 1 pour des changements de la longueur du tronçon. Par exemple, si on augmente la longueur L pour un tronçon, dont on a calé C et D , d'un facteur " e ", on voit que le modèle Hayami nous conduit à des atténuations moins importantes, de l'ordre de 20%, que celles obtenues avec le modèle Saint Venant. Par contre, le décalage calculé par le modèle Hayami est supérieur de l'ordre de 10%. Le Modèle Hayami retarde trop et n'atténue pas assez. Tout cela semble indiquer que l'on peut avoir un modèle Hayami qui donne la même réponse que le modèle Saint Venant, mais cette réponse ne sera valable que pour une situation spécifique.

Ces résultats, peut-être un peu décevants, dans le sens de l'obtention d'expressions nouvelles permettant le calcul ou la correction de C et D , sont, en fait, tout-à-fait prévisibles. En effet, les natures mathématiques du modèle Saint Venant et du modèle Hayami étant très différentes, on ne doit pas attendre la même réponse des deux modèles.

Pour parer à l'éventualité d'un problème d'échantillonnage, soit un échantillon trop réduit, soit non-représentatif, on a procédé aux mêmes démarches que précédemment, c'est-à-dire toutes les régressions, avec l'ensemble des données des crues disponibles, soit 50 événements. Toutefois les résultats sont essentiellement les mêmes, avec de légères améliorations en ce qui concerne les coefficients de détermination et les erreurs standard, comme on peut le voir en Annexe D. Cette amélioration ne permet cependant pas d'envisager un raisonnement différent du précédent.

Il faut dire aussi que l'on a supposé une relation monotone en fonction des variables I et K . Cette hypothèse de départ n'est peut-être pas tout à fait valable, et si l'on cherchait un autre type de liaison, il se pourrait alors qu'on obtienne des résultats plus satisfaisants.

b) Régressions pour l'ajustement des paramètres

En supposant une variabilité des paramètres C et D en fonction des caractéristiques des crues, on cherche ici à obtenir des expressions permettant l'ajustement des valeurs des paramètres, établis pour une crue donnée, en vue de leur utilisation pour d'autres crues ayant des caractéristiques différentes, et se produisant sur le même bief.

Pour ce faire, on a effectué plusieurs régressions multiples, en utilisant comme variables explicatives le débit unitaire maximal à l'amont (Q/W), et la durée de dépassement (P). Les variables à expliquer sont toujours D/C et D/C².

Pour effectuer les régressions on a travaillé avec les épisodes de crue groupés par tronçons homogènes, c'est-à-dire, ayant les mêmes pente, rugosité et longueur. De cette façon, on a traité 5 tronçons homogènes, avec un total de 25 épisodes de crues, constituant l'Echantillon "Test", vu précédemment.

Les régressions ont été effectuées par tronçon, en associant à chaque tronçon homogène un coefficient constant. Les expressions adoptées au départ ont été les suivantes :

$$D/C = \text{EXP} \sum_{i=1}^5 A_i R_i (Q/W)^{a_0} P^{a_1} \quad (2.61)$$

$$D/C^2 = \text{EXP} \sum_{i=1}^5 A_i R_i (Q/W)^{a_0} P^{a_1} \quad (2.62)$$

avec :

$R_i = 1$, pour une crue ϵ bief;

$R_i = 0$, pour une crue \notin bief.

On a fait ensuite plusieurs essais, en fonction de la significativité des variables explicatives, comme on peut le voir dans le tableau 2.6., où R^2 est le coefficient de détermination, s est l'erreur standard et RS est le rapport de Student:

EXPRESSION	D/C				D/C ²			
	R ²	S	a ₀ /RS	a ₁ /RS	R ²	S	a ₀ /RS	a ₁ /RS
Q ^{a0} p ^{a1}	0.676	0.371	0.408/2.17	- 0.07/0.05	0.554	0.452	- 0.032/0.14	- 0.325/1.86
a ^{a0}	0.692	0.362	0.407/2.23	-	0.491	0.480	- 0.057/0.24	-
p ^{a1}	0.575	0.406	-	0.011/0.07	0.561	0.440	-	- 0.327/1.92
(Qp) ^{a0}	0.646	0.391	0.152/1.23	-	0.527	0.459	0.196/1.35	-
(Qp) ^{a0}	0.648	0.390	0.149/1.28	-	0.540	0.451	- 0.215/1.60	-

Tableau 2.6 - Eléments des Régressions par Bief

Les résultats obtenus sont assez intéressants. En effet, on a obtenu des coefficients de détermination toujours proches de 0,6 , avec des erreurs standards de 0,4 environ. Cependant la significativité des variables est assez faible, avec des rapports de Student toujours inférieurs à 2,5. On a ici, peut-être, une bonne régression, concernant les différents groupements de biefs, avec une forte dispersion des crues, à l'intérieur de chaque groupe.

Ce fait ne nous permet donc pas d'obtenir des conclusions claires et définitives, et on ne peut pas proposer des expressions permettant des ajustements de C et D selon les caractéristiques des crues.

Ce résultat, apparemment insatisfaisant, peut être considéré en fait comme une confirmation de l'hypothèse d'invariabilité des paramètres C et D du modèle HAYAMI, ce qui constitue sa justification par rapport au modèle de l'onde de crue diffusante. En effet, pour un bief donné, on voit que les paramètres de la crue (le débit et la durée) ne jouent pas un rôle important pour l'explication de C et D; ces paramètres sont donc des caractéristiques spécifiques de cours d'eau, concernant la physique du canal et non les caractéristiques des crues. L'hypothèse centrale du modèle HAYAMI de supposer constants C et D durant toute la crue, semble être donc valable.

2.5 - POSSIBILITES D'EXTENSION DU MODELE SIMPLIFIE

La méthodologie qu'on vient de proposer est assez souple pour nous permettre de faire face à une gamme importante de situations réelles.

En effet, on peut entrevoir la possibilité d'aborder des problèmes plus complexes qui se présentent dans la pratique de l'hydrologie, comme les crues multiples et les réseaux hydrographiques. On analyse dans les paragraphes qui suivent les différentes généralisations possibles.

2.5.1 - Tronçons de cours d'eau non homogènes

On est souvent obligé de traiter des tronçons de cours d'eau qui sont constitués d'une succession de biefs homogènes (C et D constants à l'intérieur de chaque bief).

Dans ces conditions, on doit traiter séparément chaque bief, jugé homogène, comme on peut le voir sur la figure 2.24 :

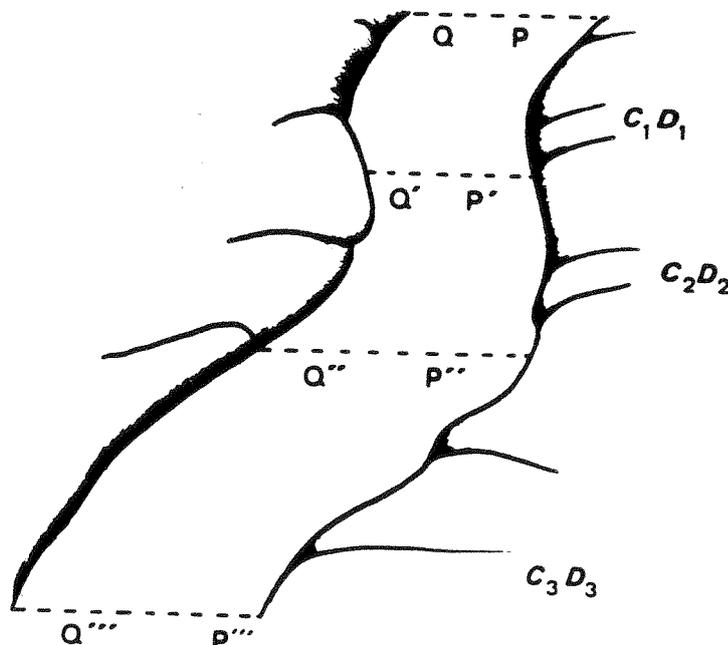


Figure 2.24 - Un tronçon comme une succession de biefs homogènes

En effet, en utilisant d'abord la démarche proposée sur le premier bief, on peut déterminer alors les valeurs de Q' , de Δt (abaque 1) et de P' (abaque 2). On utilise ensuite ces caractéristiques de la crue à l'aval du premier bief comme données amont pour le deuxième bief, et, successivement jusqu'à la fin du tronçon étudié. On obtient ainsi le débit après routage et le retard de la pointe, constitué de la somme des retards relatifs à chaque bief.

Evidemment cette démarche s'applique seulement à quelques situations particulières, car souvent il faut tenir compte d'un certain nombre d'aspects, comme l'interdépendance des conditions en limite aval, par exemple.

2.5.2 - Crues multiples

Un autre problème qui se pose souvent est l'occurrence des crues complexes, constituées de deux ou plusieurs pointes, comme on peut voir sur la figure 2.25:

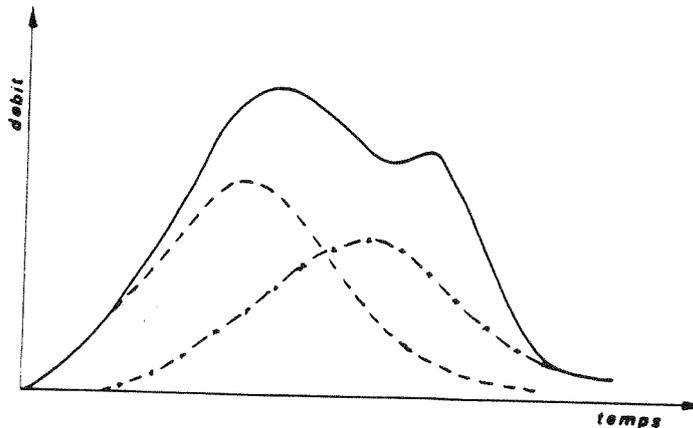


Figure 2.25 - Décomposition d'une crue multiple

Du fait de la linéarité du modèle d'Hayami, cette situation peut être également traitée, en effectuant une décomposition de l'hydrogramme en une somme de crues d'Hayami, de façon à obtenir une crue résultante assez semblable à celle observée.

Ensuite on utilise la méthodologie proposée séparément pour la propagation de chacune des crues. En effectuant la somme des hydrogrammes à l'aval, on recompose la crue résultante.

2.5.3 - Réseaux hydrographiques

La situation la plus générale que l'on puisse envisager de traiter correspond à tout un réseau hydrographique, avec des crues en l'amont. Pour obtenir la crue à l'aval, il faut associer les remarques des paragraphes précédents.

Pour mieux illustrer la démarche on présente ci-après un exemple de réseau (figure 2.26) :

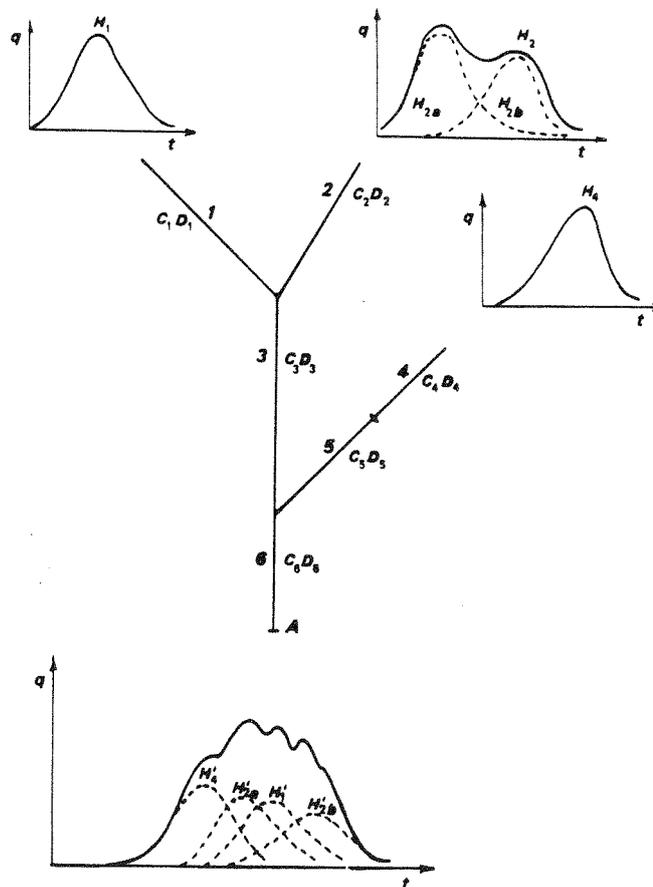


Figure 2.26 - Réseau hydrographique

Le réseau est donc constitué de 6 biefs, numérotés de 1 à 6. Un tronçon de rivière n'étant pas homogène a été décomposé en deux biefs (4 et 5). A l'amont des tronçons 1, 2 et 4, on dispose d'hydrogrammes d'entrée, H_1 , H_2 , et H_4 ;

l'hydrogramme H_2 étant complexe, avec 2 pointes de crues. Notre objectif est d'établir l'hydrogramme résultant en A, à l'aval du bief 6. Grâce à des crues antérieures, on dispose des éléments (débits maximaux Q , décalages Δt et durées P) pour chaque bief, qui nous ont permis d'identifier les paramètres C et D.

La démarche est alors la suivante :

- décomposition de l'hydrogramme H_2 en somme de deux crues d'Hayami, qui doivent être routées séparément, comme décrit au paragraphe 2.5.2;
- propagation des hydrogrammes d'entrée le long de tous les biefs parcourus. Pour H_1 , par exemple, on doit faire le routage pour les biefs 1, 3 et 6. Cela permet d'obtenir le débit, la durée et le retard en A, relatifs à chaque hydrogramme d'entrée;
- obtention de l'hydrogramme résultant en A, constitué de la somme des hydrogrammes routés de H_1' , H_{2a}' , H_{2b}' et H_4' (propriété de linéarité du modèle d'Hayami).

Cette démarche, apparemment simple, pourrait permettre donc de traiter aisément les situations rencontrées dans la pratique. Evidemment cette possibilité est assez théorique, des problèmes pratiques pour la mise-en-oeuvre de cette démarche pouvant apparaître.

2.6 - CONCLUSION

L'étude effectuée dans cette deuxième partie de la thèse débouche sur une utilisation extrêmement simple du modèle d'Hayami.

Les simplifications adoptées s'accordent assez bien avec l'état des données disponibles dans la pratique quotidienne de l'hydrologie, et en calant les paramètres C et D du modèle Hayami, sur les caractéristiques les plus pertinentes, on accroît nos chances d'atteindre les objectifs fixés.

Par ailleurs, le modèle Hayami se présente comme un outil assez intéressant, capable de représenter convenablement une gamme importante de conditions de cours d'eau et de crues. En effet, malgré la distance entre ce modèle et le modèle Saint Venant, il semble qu'il pourrait même être utile pour certaines situations plus complexes, comme les réseaux hydrographiques et les crues complexes.

L'étude n'a pas abouti à des expressions empiriques satisfaisantes pour l'évaluation, a priori, des paramètres C et D du modèle, en l'absence de données sur des crues antérieures. Il en est de même avec les expressions pour l'ajustement de paramètres selon les crues. En l'absence de données, on ne peut donc rien faire de mieux que d'utiliser les expressions théoriques.

Pour synthétiser l'ensemble des résultats, on rappelle ci-après les consignes proposées pour l'utilisation du modèle Hayami, selon la disponibilité des données et le type d'utilisation nécessaire :

- Utilisation pour décrire la propagation :

Détermination de l'atténuation et du temps de transfert (ΔQ et Δt) à partir de la connaissance de la crue à l'amont (Q et P), de la longueur du tronçon (L), de la célérité et de la diffusion (C et D). Deux cas de figure sont possibles, concernant C et D :

. C et D sont déjà connus et on peut utiliser directement l'abaque 1;

. C et D ne sont pas disponibles et on est, donc, obligé de les estimer au préalable, pour ensuite pouvoir utiliser l'abaque 1 comme précédemment.

- Utilisation pour calage des caractéristiques des biefs :

C'est l'identification de la célérité et de la diffusion (C et D). Cette opération est l'inverse de la précédente. Deux cas de figure sont aussi possibles ici, concernant les données disponibles pour le calage de C et D :

. Des données de crues ne sont pas disponibles et on doit appliquer les expressions théoriques pour l'évaluation de C et D, en utilisant les données du cours d'eau (K, I, W) et de la crue (Q);

. Des données de crues sont disponibles et on peut utiliser l'abaque 1 pour faire l'identification de C et D. Les données nécessaires sont la longueur du cours d'eau (L) et les caractéristiques des crues (Q, Q', P et Δt). On doit ensuite choisir parmi les couples C et D obtenus les valeurs les plus adaptées au cas étudié.

Il reste, maintenant, à vérifier l'applicabilité de la méthode simplifiée proposée, sur des cours d'eau et des crues réels. Cela sera effectué dans la quatrième partie de cette recherche, parallèlement à une autre méthode que nous allons aborder dans la troisième partie.

TROISIEME PARTIE

**ETUDE DE L'INFLUENCE DES CARACTERISTIQUES
DES BIEFS ET DES CRUES SUR LA PROPAGATION**

**PROPOSITION DE MODELES SIMPLIFIES DE
PROPAGATION DES POINTES DE CRUES**

3.1 - INTRODUCTION

Cette troisième partie de la thèse est consacrée à une étude de l'influence des caractéristiques des biefs et des crues sur la propagation.

Comme dans la deuxième partie, nous nous intéressons aux pointes des crues, notamment aux caractéristiques d'atténuation et de temps de transfert. L'étude débouche aussi sur la proposition de méthodes simplifiées d'évaluation des principaux éléments d'une propagation.

Beaucoup d'études ayant le même objectif d'apprécier les facteurs prépondérants dans un certain phénomène ont recours à l'analyse dimensionnelle pour simplifier le nombre de variables. Dans cette recherche nous avons jugé cette démarche superflue du fait des grandes simplifications introduites dans la description des crues et des biefs de propagation.

Dans le paragraphe 3.2 qui suit, nous allons présenter les éléments sur lesquels l'étude a été fondée, c'est-à-dire les cours d'eau et les hydrogrammes de crue. Nous décrirons également les caractéristiques de la modélisation utilisée pour la mise en oeuvre des simulations.

Dans le paragraphe 3.3, on fera une analyse des résultats obtenus, ce qui nous permettra de proposer, au paragraphe 3.4, après de nouvelles simulations, des modèles simplifiés de propagation.

3.2 - LES ELEMENTS DE L'ETUDE

Pour la mise en oeuvre de l'étude, la démarche adoptée est, essentiellement, la suivante :

- *simulation de la propagation d'un certain nombre de crues synthétiques sur plusieurs biefs schématisés, avec utilisation d'un modèle mathématique, basé sur le système complet de Saint-Venant unidimensionnel ;*
- *obtention de relations entre les variables du phénomène de propagation auxquelles on s'intéresse et les caractéristiques des cours d'eau et des crues ;*
- *établissement d'équations algébriques permettant de suivre l'évolution de ces variables au cours de la propagation, et constituant donc des modèles simplifiés de propagation.*

On décrit, dans la suite, les différents éléments de cette démarche.

3.2.1 - Les caractéristiques des cours d'eau

Pour étudier convenablement l'influence des différentes caractéristiques des cours d'eau et des crues sur la propagation, il nous faut traiter un nombre significatif de biefs, avec des caractéristiques hydrauliques assez différentes, représentatifs des cours d'eau qui apparaissent dans la pratique de l'hydrologie.

L'utilisation de données provenant de cours d'eau réels, bien que très séduisante, serait rendue très difficile par des problèmes de recherche de données variées. Il nous faut donc simuler la propagation de crues synthétiques sur des cours d'eau simplifiés, schématisés. On a choisi d'adopter une schématisation par une section rectangulaire large, caractérisée par la largeur, la rugosité et la pente. Avec une telle géométrie on peut travailler avec des débits par unité de largeur, cette dernière n'apparaît plus de façon explicite et un bief est donc caractérisé par le couple rugosité-pente.

Pour donner une certaine généralité aux résultats, on a adopté une gamme assez large et représentative de valeurs pour les couples rugosité-pente caractéristiques des cours d'eau. Les valeurs adoptées ont été choisies différemment tout au long des différentes étapes de l'étude en fonction des résultats partiels obtenus pour notre premier objectif qui est de dégager des liaisons entre les différentes variables intervenant dans le phénomène. Pour cette première étape, on a adopté la gamme suivante de valeurs du coefficient de Strickler -K- et de la pente -I- :

- K : 15, 30 et 50 ;
- I : 2×10^{-5} , 10^{-4} , 5×10^{-4} et 2×10^{-3} .

La combinaison de ces deux paramètres va donc nous permettre de traiter 12 biefs hydrauliquement assez différents et représentatifs de cours d'eau et canaux réels.

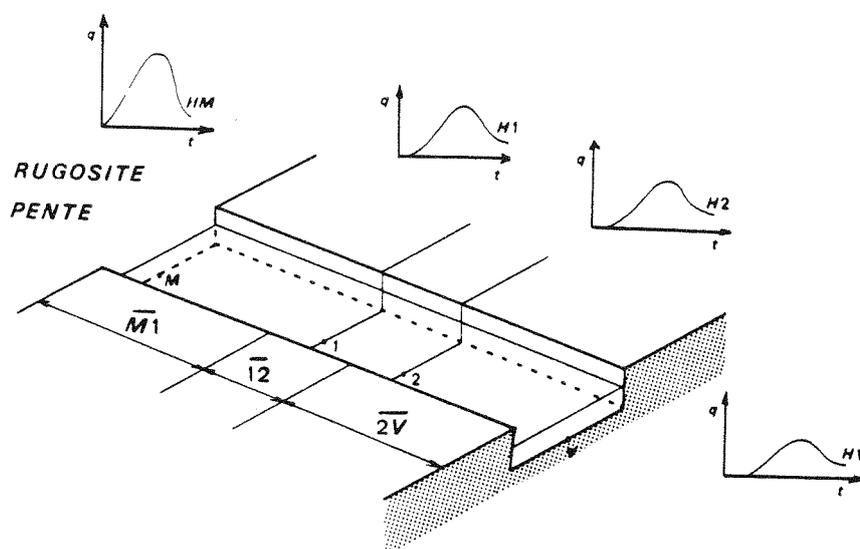


Figure 3.1 - Schématisation des cours d'eau

Ayant comme but d'essayer de s'affranchir, ou plutôt de minimiser, l'influence des conditions aux limites, on va étudier le routage sur un tronçon central de cours d'eau, encadré par des prolongements amont et aval, comme illustré à la figure 3.1. La longueur de ce tronçon central (l_2) et des deux prolongements ($M1$ et $2V$) a été fixée différemment au long des étapes de l'étude, pour les mêmes raisons que celles évoquées pour la rugosité et pour la pente.

Au cours de la première étape, qui vise à dégrossir le problème, la longueur du tronçon central a été choisie égale à 2 000 m. Les prolongements amont et aval ont été pris de 4 000 m. La longueur totale du bief est donc de 10 000 m.

On va traiter effectivement, dans notre étude, les hydrogrammes enregistrés aux points 1 et 2 du bief, correspondant au tronçon central. Ces hydrogrammes (H_1 et H_2) sont, a priori, peu influencés par les conditions aux limites amont et aval.

3.2.2 - Les caractéristiques des hydrogrammes

Selon une démarche tout-à-fait similaire à celle adoptée pour les biefs, il nous faut aussi une représentation simplifiée des hydrogrammes réels. Il nous faut également choisir convenablement les variables, de façon à avoir une bonne représentation des hydrogrammes, sans trop alourdir le développement théorique nécessaire à l'étude.

On décrit dans le paragraphe suivant, les critères adoptés pour la forme des hydrogrammes ainsi que les variables représentatives de ces derniers.

3.2.2.1 - Choix du type d'hydrogramme et des variables à représenter

Comme décrit au paragraphe 3.2.1, on va analyser les hydrogrammes simulés par le modèle complet de Saint-Venant aux points 1 et 2 de notre bief, c'est-à-dire les hydrogrammes H_1 et H_2 de la figure 3.1. Il nous faut utiliser une représentation analytique de ces hydrogrammes, dépendant de quelques paramètres, dont il nous sera possible de suivre l'évolution tout au long de la propagation.

Il est donc nécessaire de choisir, parmi la panoplie des hydrogrammes synthétiques cités dans la littérature, le type de formulation le plus adapté aux besoins spécifiques de cette étude.

Les critères considérés pour effectuer le choix de l'hydrogramme sont les suivants, en plus de la continuité des débits :

- la simplicité de la formulation ;
- la souplesse pour une bonne adaptation aux hydrogrammes obtenus tout au long du routage ;
- la dérivabilité ;
- l'intégrabilité (évaluation du volume global) ;
- le niveau de connaissance par la communauté technico-scientifique ;
- la cohérence avec l'ensemble de la thèse.

Les types d'hydrogrammes retenus ont été les suivants :

- hydrogramme de forme triangulaire - HT ;
- hydrogramme en double triangle - HDT ;
- hydrogramme avec montée rectiligne et décrue exponentielle - HRE ;
- hydrogramme de la méthode Socose - HS ;

- hydrogramme unitaire d'Hayami - HH ;
- hydrogramme de Nash - HN.

L'analyse de ces différents types d'hydrogrammes selon les critères précédemment cités est présentée dans le tableau 3.1.

HYDROGRAMME CRITERE	HT	HDT	HRE	HS	HH	HN
Simplicité	X		X	X		X
Souplesse		X				X
Dérivabilité				X	X	X
Intégrabilité	X	X	X	X	X	X
Connaissance	X	X	X		X	X
Cohérence					X	

Tableau 3.1 - Analyse multicritère des différents types d'hydrogrammes

On peut constater que l'hydrogramme de NASH se présente comme le plus adapté aux besoins de la présente étude. L'hydrogramme type de NASH est donné par l'expression (3.1) :

$$q = Q \left(\frac{t}{t_m} \right)^{n-1} \text{EXP} \left[- (n - 1) \left(\frac{t}{t_m} - 1 \right) \right] + Q_0 \quad (3.1)$$

avec :

- q : débit fonction du temps t ;
- Q : débit de pointe, mesuré au-dessus du débit de base ;
- t_m : temps de montée ;
- n : paramètre de forme ;
- Q₀ : débit de base et débit initial.

Avec n pris égal à 3, on obtient l'expression (3.2) :

$$q = Q \left(\frac{t}{t_m} \right)^2 \text{EXP} \left[- 2 \left(\frac{t}{t_m} - 1 \right) \right] + Q_0 \quad (3.2)$$

qui est l'expression fréquemment adoptée pour l'hydrogramme de Nash.

Les premiers essais effectués avec cette expression nous ont permis de constater, cependant, que l'on ne dispose pas d'assez de souplesse pour s'adapter correctement aux hydrogrammes obtenus après routage, notamment en ce qui concerne le début de la crue. On a donc introduit une légère modification de la formulation de Nash, et proposé l'expression (3.3), retenue pour la suite de l'étude, et que l'on appellera "hydrogramme type Nash" :

$$q = Q \left(\frac{t}{t_m} \right)^2 \text{EXP} \left[(2/\alpha) (1 - t / t_m)^\alpha \right] + Q_0 \quad (3.3)$$

On a, avec cette expression :

- un paramètre d'échelle sur les débits - Q - ;
- un paramètre d'échelle sur les durées - t_m - ;
- un paramètre de forme - α - .

L'hydrogramme obtenu avec cette expression apparaît sur la figure 3.2.

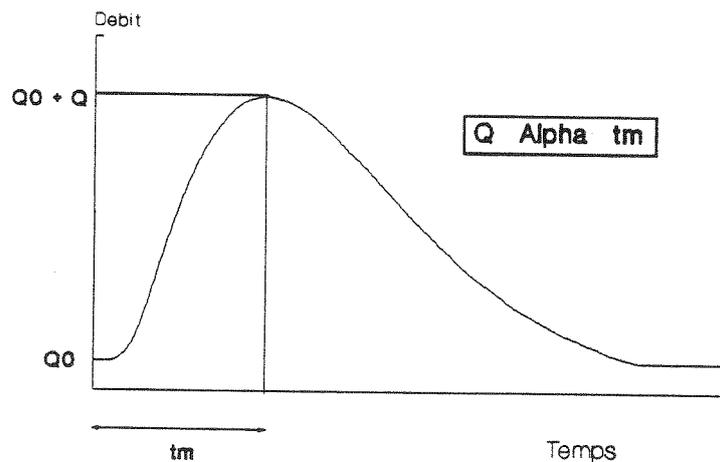


Figure 3.2 - L'hydrogramme type Nash

De façon analogue à la démarche adoptée dans la deuxième partie du présent travail, on va s'intéresser seulement à la pointe de l'hydrogramme, la forme de la crue étant considérée comme secondaire. Plus précisément, on va considérer la partie de l'hydrogramme dépassant 80 % du débit de pointe. Les paramètres t_m et α de l'hydrogramme synthétique seront calés à partir des paramètres M et N des crues réelles, qui correspondent à la durée de montée et de décrue pour la partie de l'hydrogramme dépassant 80 % du débit de pointe, comme on le voit sur la figure 3.3.

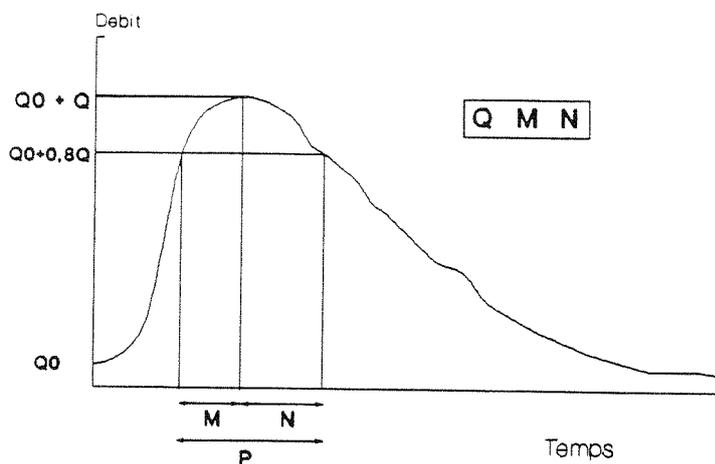


Figure 3.3 - Les paramètres de l'hydrogramme réel

Le paramètre P désignera la durée $M + N$, durée totale de dépassement de $Q_0 + 0.8 Q$. Il correspond à la valeur $t_2 - t_1$, t_1 et t_2 étant les racines de l'équation (3.4) :

$$\left(\frac{t}{t_m}\right)^2 \text{EXP} \left\{ \frac{P}{\alpha} \left[1 - \left(\frac{t}{t_m}\right)^\alpha \right] \right\} = 0.8 \quad (3.4)$$

et :

$$t_1 = 1 - M/t_m$$

$$t_2 = 1 + N/t_m$$

La résolution numérique de l'équation 3.4 pour 21 valeurs différentes nous permet d'obtenir le tableau 3.2.

La mise en oeuvre de régressions liant les différentes variables du tableau 3.2 nous permet d'obtenir les expressions suivantes :

$$t_m/P = 1.044 \alpha^{0.53} \quad \text{avec } R^2 = 0.997;$$

$$N/M = 1.388 / \alpha^{0.312} \quad \text{avec } R^2 = 0.997.$$

α	t_m/P	N/M	α	t_m/P	N/M
0.5	0.719	1.741	1.6	1.344	1.192
0.6	0.797	1.626	1.7	1.387	1.171
0.7	0.868	1.540	1.8	1.428	1.153
0.8	0.933	1.462	1.9	1.468	1.136
0.9	0.994	1.416	2.0	1.506	1.120
1.0	1.052	1.370	2.1	1.544	1.105
1.1	1.106	1.330	2.2	1.580	1.091
1.2	1.158	1.296	2.3	1.616	1.078
1.3	1.207	1.265	2.4	1.651	1.065
1.4	1.255	1.238	2.5	1.685	1.053
1.5	1.300	1.214	-	-	-

Tableau 3.2 - Résolution numérique de l'équation 3.4

Cela nous permet donc de proposer les expressions (3.5) et (3.6), qui nous permettent de passer des données facilement repérables (M et N) sur des hydrogrammes réels, aux paramètres α et t_m des crues synthétiques, qui seront utilisés dans le modèle de propagation :

$$\alpha = 2,86 \left(\frac{M}{N}\right)^{3.2} \quad (3.5)$$

$$t_m = 1,04 (M + N) \alpha^{0.53} \quad (3.6)$$

De façon à étudier convenablement l'influence des différentes caractéristiques de la crue sur le phénomène de propagation, il nous faut adopter une gamme importante de variation des trois paramètres de l'expression décrivant l'hydrogramme (3.3).

De même que pour les caractéristiques des biefs (paragraphe 3.2.1), on a adopté des valeurs différentes selon les diverses étapes de l'étude. Dans un premier temps et pour dégrossir le problème, on a retenu la gamme suivante de valeurs pour les trois paramètres de l'expression (3.3). On a introduit la largeur du cours d'eau W, puisque ce sont les débits par unité de largeur qui interviennent dans notre schéma :

$$\left(\frac{Q}{W}\right) : 1, 2 \text{ et } 4 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} ;$$

t_m : 5400, 10800 et 21600 s ;

α : 0.75, 1.00 . et 2.00.

On va donc traiter 27 hydrogrammes, correspondant à la combinaison de ces trois paramètres. Ces hydrogrammes concernent l'hydrogramme "HM" de la figure 3.1. Les hydrogrammes effectivement pris en compte sont les hydrogrammes "H1" et "H2" peu influencés par les conditions aux limites.

3.2.2.2 - Etude sur le débit de base

En plus des trois paramètres Q , t_m et α de l'hydrogramme synthétique, donné par l'expression 3.3, on pourrait prendre en compte les effets des variations du débit de base dans la propagation.

Une étude antérieure (Cemagref, 1985) avait mis en évidence l'absence d'influence sensible de cette variable sur le routage, et pour vérifier cette hypothèse, on a effectué une étude de la propagation de 16 crues, avec des débits de base correspondant successivement à 5, 10 et 20 % du débit de pointe.

Le bief sur lequel on a étudié la propagation présente un coefficient de Strickler de 30 et une pente moyenne de 5×10^{-4} . Le tronçon étudié présente une longueur de 2000 m, encadré par des prolongements amont et aval de 4000 m, selon la description faite au paragraphe 3.2.1.

Les 16 crues simulées, correspondant à des combinaisons de 4 valeurs de débits de pointe, 3 valeurs de alpha et 3 valeurs de temps de montée, comme on peut le voir au tableau 3.3, présentent 3 différentes valeurs de débits de base en pourcentage du débit de pointe. On simule donc le routage de 48 événements -16 crues avec 3 valeurs différentes de débit de base pour chaque crue. Il faut remarquer que ces valeurs correspondent à des hydrogrammes à l'entrée du bief (point M de la figure 3.1); les valeurs présentées dans le tableau 3.3 sont déjà légèrement différentes, en fonction du routage sur le tronçon (M1) à l'amont du bief qui nous intéresse.

Pour mettre en évidence l'influence réelle du débit de base dans la propagation, on a fait des régressions de l'atténuation et de la vitesse de propagation, en fonction du rapport Q_0/Q_1 , en plus des variables explicatives que sont les différentes caractéristiques des hydrogrammes (débit de pointe, alpha et temps de montée). Des régressions ont été effectuées et on a obtenu les expressions (3.7) et (3.8) :

$$AT = \frac{(Q_1 - Q_2)}{Q_2 L} = 27,11 \left(\frac{Q_0}{Q_1}\right)^{-0.03} \left(\frac{Q_1}{W}\right)^{-0.14} \alpha^{0.26} t_m^{-0.77} \quad (3.7)$$

$$VIT = 0,75 \left(\frac{Q_0}{Q_1}\right)^{-0.14} \left(\frac{Q_1}{W}\right)^{0.26} \alpha^{0.23} t_m^{-0.12} \quad (3.8)$$

où :

Q_1 et Q_2 : les débits de pointe aux points 1 et 2, respectivement ;

Q_0 : le débit de base;

L : la longueur du tronçon central : 2.0 km ;

VIT : la vitesse de propagation dans le tronçon central.

Débit (m ³ /s)		Atténuation (%)/km	Vitesse (m/s)	Temps de Monte (h)	Alpha	Débit (m ³ /s)		Atténuation (%)/km	Vitesse (m/s)	Temps de Monte (h)	Alpha
Base	Pointe					Base	Pointe				
0.050	0.854	5.775	1.069	1.149	0.940	0.200	0.998	4.660	1.123	1.551	1.470
0.050	1.058	0.919	1.778	5.568	0.900	0.200	1.201	0.824	1.357	5.513	0.650
0.050	0.953	3.043	1.162	1.348	0.560	0.200	1.092	1.584	1.059	1.820	0.850
0.050	1.058	1.089	2.528	5.624	0.920	0.200	1.195	1.041	0.738	7.528	1.500
0.100	1.954	3.497	1.195	1.406	0.620	0.400	2.229	1.742	1.251	1.801	0.870
0.100	2.107	1.214	0.963	7.379	1.530	0.400	2.415	1.337	1.141	5.689	0.910
0.100	2.065	2.088	1.373	2.769	0.860	0.400	2.367	1.815	1.426	3.154	1.060
0.100	2.024	2.088	2.660	1.740	1.860	0.400	2.320	2.325	1.643	3.000	1.870
0.200	3.718	4.115	2.388	1.351	1.460	0.800	4.304	3.517	2.143	1.634	1.970
0.200	4.131	1.596	1.868	2.882	0.920	0.800	4.734	1.600	1.498	2.970	0.950
0.200	4.214	1.142	1.138	7.233	1.080	0.800	4.781	0.911	1.378	7.089	0.990
0.200	4.068	2.141	2.357	2.927	1.890	0.800	4.687	2.130	1.787	3.000	1.920
0.100	1.000	3.737	0.931	1.554	0.680	0.300	1.110	4.280	1.295	1.731	1.800
0.100	0.901	5.802	1.093	1.348	1.190	0.300	1.302	1.307	0.925	7.680	1.130
0.100	1.105	0.952	1.406	6.032	0.770	0.300	1.202	2.886	1.166	1.991	0.990
0.100	1.111	1.560	1.069	5.689	0.930	0.300	1.302	1.406	0.944	7.528	1.490
0.200	2.051	3.389	1.281	1.630	0.770	0.600	2.428	2.389	1.570	1.856	0.900
0.200	2.156	1.682	1.390	3.030	1.000	0.600	2.604	1.089	1.085	5.689	0.900
0.200	2.124	2.463	1.959	3.077	2.040	0.600	2.552	1.556	1.339	3.000	0.950
0.200	2.222	1.476	1.117	5.689	0.930	0.600	2.502	1.782	1.413	3.000	1.830
0.400	3.921	4.212	2.247	1.493	1.720	1.200	4.712	3.127	2.798	1.784	2.240
0.400	4.356	1.756	1.817	3.000	0.990	1.200	5.156	1.699	1.545	3.000	0.970
0.400	4.270	2.159	2.312	3.000	1.940	1.200	5.233	0.962	2.092	5.513	0.650
0.400	4.444	1.126	1.143	5.689	0.690	1.200	5.105	2.129	1.769	2.129	1.769

Tableau 3.3 - Données utilisées pour l'étude de Q_0

Les régressions effectuées sur les logarithmes des variables, comme on peut le voir à l'Annexe D nous conduisent à des écarts-types de la variable Q_0/Q_1 de 0,056 et 0,057, respectivement, ce qui nous donne donc, des rapports de Student de 0,53 et 2,48. Cela nous indique que le rapport Q_0/Q_1 n'est pas significatif dans l'explication des caractéristiques de la propagation, et confirme donc l'hypothèse initiale qui avait été mise en évidence dans l'étude antérieure précitée. On va donc pouvoir proposer une formulation indépendante du débit de base.

Dans cette première étape de l'étude, on a retenu un débit de base correspondant à 10 % du débit de pointe.

3.2.3 - La modélisation adoptée pour l'obtention des données

Pour conduire la démarche précédemment décrite, il nous faut effectuer des simulations de la propagation de plusieurs crues sur plusieurs biefs, avec l'aide d'un modèle fiable. Dans le paragraphe 3.2.3.1, on va faire une description succincte des caractéristiques du modèle utilisé ; dans le paragraphe 3.2.3.2 on rapporte une analyse effectuée sur les caractéristiques de la discrétisation que sont le pas d'espace et le pas de temps.

3.2.3.1 - Le modèle complet utilisé

Comme déjà dit, pour effectuer les simulations, on doit utiliser un modèle physique complet, c'est-à-dire un modèle basé sur la résolution du système complet de Saint-Venant, sans simplification.

Plusieurs alternatives de modélisation se présentent, (cf. paragraphe 1.3.6). Pour des raisons pratiques, on a choisi d'utiliser un modèle numérique largement utilisé au Cemagref, que l'on a adapté aux besoins du présent travail. Il s'agit d'un modèle fondé sur un schéma numérique de différences finies implicite, connu comme "schéma de 4 points de Preismann", décrit par Cunge, Holly et Verwey (1980).

Dans ce schéma numérique (figure 3.4), la discrétisation d'une fonction $f(x,t)$ et de ses dérivées partielles est faite avec un coefficient de pondération θ , compris entre 0 et 1, comme on peut le voir dans les expressions (3.9), (3.10) et (3.11) :

$$f(x,t) = \theta(f_{i+1}^{n+1} + f_i^{n+1})/2 + (1 - \theta)(f_{i+1}^n + f_i^n)/2 \quad (3.9)$$

$$\partial f / \partial x = \theta(f_{i+1}^{n+1} - f_i^{n+1})/\Delta x + (1 - \theta)(f_{i+1}^n - f_i^n)/\Delta x \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{1}{2}\right) \left[(f_{i+1}^{n+1} - f_{i+1}^n) / \Delta t + (f_i^{n+1} - f_i^n) / \Delta t \right] \quad (3.11)$$

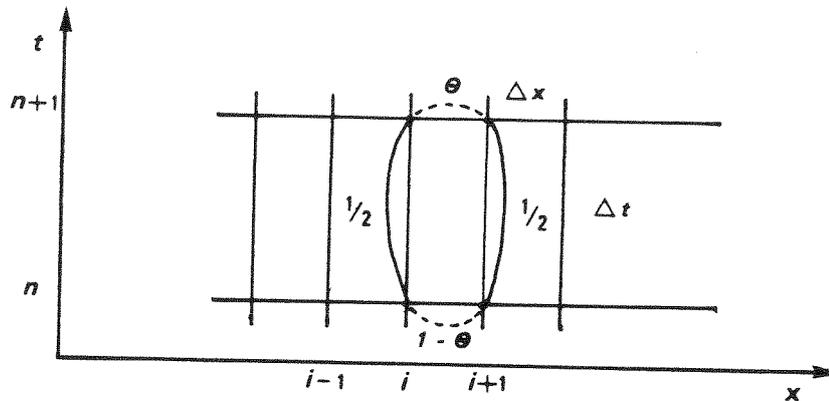


Figure 3.4 - Schéma implicite de Preissmann
(d'après "Guide de Prévision de crues", 1989)

L'adoption de ce type de formulation sur les équations de Saint-Venant, après traitement mathématique (Pochat, 1980) nous conduit à des expressions donnant les cotes et les débits le long du cours d'eau, à chaque pas de temps. L'introduction des conditions aux limites amont et aval permettent de clore le système.

La résolution de ce schéma numérique, dans le modèle utilisé est faite par la méthode du "Double Balayage" (Pochat, 1980), qui permet l'inversion du système d'équations, donnant les cotes et les débits en chaque point discrétisé du cours d'eau.

Cette méthode de résolution est numériquement stable, quel que soit le pas de calcul adopté, à condition que l'on ait $\theta \geq 0.5$. On a retenu, pour toutes les étapes du travail, $\theta = 0.75$. Le système est donc inconditionnellement stable.

Il reste maintenant à garantir une certaine précision des résultats, laquelle est fonction des caractéristiques de la discrétisation adoptée : le pas d'espace, le pas de temps, la valeur de θ et le nombre de points représentatifs de la crue (Abbot, 1979) (Cunge, Holly et Verwey, 1980) et (Tucci, 1986).

Comme on se propose de traiter un nombre important d'événements, on a tout intérêt à adopter des pas de calcul assez larges mais pas trop, cependant, pour ne pas introduire des imprécisions trop importantes. Cela nous a conduit à effectuer une étude pour vérifier l'influence de ces paramètres de discrétisation sur la qualité des résultats dans le cadre particulier de notre système simplifié (hydrogrammes et biefs). C'est l'objet du paragraphe suivant.

3.2.3.2 - Etude du pas d'espace et du pas de temps

Pour essayer d'évaluer le rôle du pas d'espace et du pas de temps sur la qualité du routage, on a étudié la propagation sur un cours d'eau -K et l donnés-, en effectuant des changements de pas d'espace (Δx) et de pas de temps (Δt).

On doit comparer, ensuite, la qualité du routage selon les différentes valeurs de Δx et Δt , en essayant de dégager des considérations sur d'éventuelles dégradations des résultats et conclure sur des valeurs optimales pour le calcul.

En l'absence d'un repère absolu, c'est-à-dire des caractéristiques de la propagation effectivement observées, on a adopté la démarche suivante :

- on cale un hydrogramme synthétique type Nash sur l'hydrogramme à l'entrée du tronçon central étudié (point 1) ;
- on calcule son volume ;
- on cale deux hydrogrammes type Nash sur l'hydrogramme à la sortie du tronçon central (point 2); pour le premier hydrogramme, on impose le même volume que celui calculé à l'amont ; pour le deuxième, on cale tous les paramètres, sans se préoccuper de la conservation des volumes ;
- on compare la qualité de l'ajustement des deux hydrogrammes type Nash à l'aval. Si l'on constate un écart important entre les deux calages, on peut dire que la traduction numérique de Saint-Venant n'est pas satisfaisante puisque la conservation des volumes introduit une contrainte trop grande pour l'ajustement de l'hydrogramme type Nash, ce qui, a contrario, suggère que l'équation de continuité n'est pas respectée, et que par conséquent le schéma numérique est déficient.

On a étudié la propagation d'une crue caractérisée par $Q/W = 4,0 \text{ m}^2/\text{s}$, $Q_0/W = 0.4 \text{ m}^2/\text{s}$, $t_m = 10800 \text{ s}$ et $\alpha = 1.0$, sur 3 cours d'eau. Le premier cours d'eau, que l'on appelle "cas central" est caractérisé par $K = 30$ et $l = 5 \times 10^{-4}$. Les deux autres cours d'eau, appelés "variantes 1 et 2", ont pour pente $l = 5 \times 10^{-5}$ et $l = 4 \times 10^{-3}$, respectivement. La propagation est étudiée sur un tronçon central de 8000 m encadré par des prolongements de 4000 m à l'amont et à l'aval.

L'évaluation de la qualité du routage est faite par l'intermédiaire de l'expression (3.12) :

$$FQR = 100 \left\{ 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^n (Q_i - Q_{vi})^2 - \sum_{i=1}^n (Q_i - Q_{Ni})^2}{\sum_{i=1}^n Q_i^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (3.12)$$

où :

Q : débit de pointe observé ;

Q_v : débit de pointe calculé, avec conservation de volume ;

Q_n : idem, sans conservation de volume ;

i : numéro courant, variant de 1 à n ;

n : nombre de cas simulés.

Plus FQR est proche de 100, plus grand est le respect de la continuité.

On a adopté les valeurs suivantes des pas de calcul :

- pas d'espace : 25, 50, 100, 250, 500, 800, 1000, 2000 et 4000 m ;

- pas de temps : 30, 60, 120, 180, 360, 720, 1080, 2160, 3600 et 5400 s.

Pour les variantes 1 et 2, les pas d'espace de 25, 50 et 800 m et les pas de temps de 30, 60, 180, 2160 et 5400 s n'ont pas été utilisés, l'analyse avec les autres valeurs ayant été jugée suffisante. On a donc traité 192 événements; dans la figure 3.5 on présente les valeurs de la fonction critère FQR dans le plan $\Delta x - \Delta t$, pour le cas central.

Après l'analyse des résultats du routage, on peut faire les commentaires suivants :

- on constate une relative homogénéité de la qualité du routage dans le plan $\Delta x - \Delta t$;

- il y a une certaine concentration des valeurs importantes de FQR pour Δt entre 1800 et 2700 s;

- pour les pas de temps supérieurs à 3600 s, on constate une nette dégradation des résultats ;
- les valeurs faibles de Δx et Δt nous donnent des valeurs assez faibles de FQR.

Ces résultats semblent indiquer que dans le schéma implicite utilisé, il n'y a pas vraiment de limitation pour la grandeur du pas d'espace et de temps autres que celles dictées par le "bon sens", dans la mesure où l'on doit représenter convenablement les hydrogrammes et les biefs. En effet, la dégradation constatée pour $\Delta t > 3600$ s semble indiquer une mauvaise représentation de l'hydrogramme. On ne constate pas une dégradation semblable pour des valeurs élevées de Δx car on travaille avec un bief régulier de section constante sur toute sa longueur.

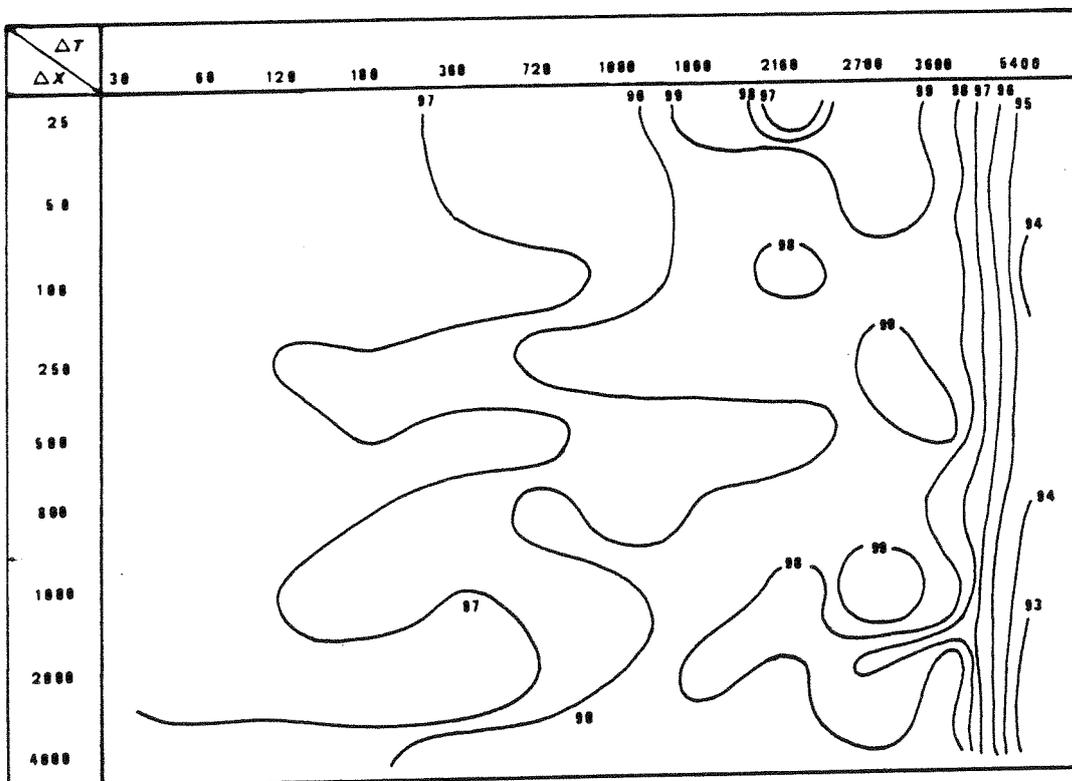


Figure 3.5 - Courbes de isovaleurs de la fonction critère pour différents pas de calcul

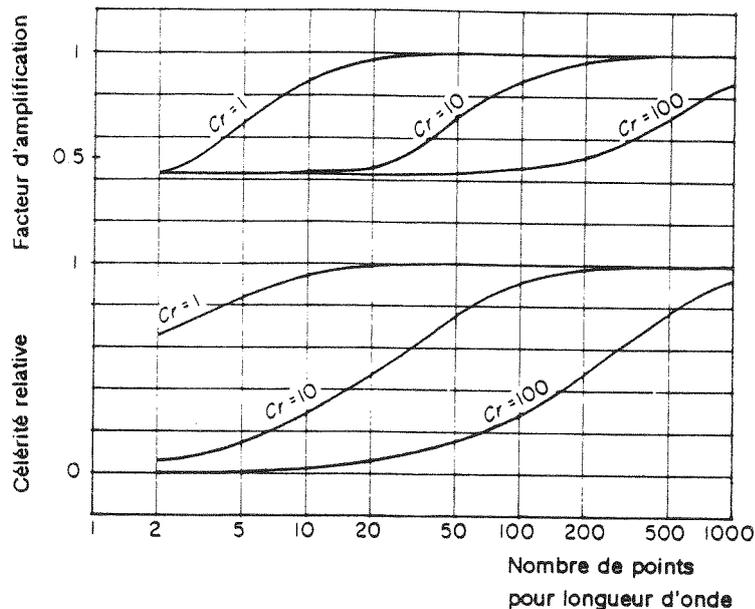
Une interprétation que l'on pourrait donner au sujet de la détérioration de la fonction critère FQR pour les faibles valeurs de Δx et Δt est que l'on introduit, dans les calculs, des erreurs numériques d'arrondi qui conduisent à des résultats moins satisfaisants.

Il semble donc convenable de travailler avec des valeurs de pas d'espace et de temps adéquats pour une bonne représentation des hydrogrammes et des biefs, en évitant d'utiliser des valeurs trop faibles pour Δx et Δt , pour éviter d'éventuelles erreurs d'arrondi. Cette recommandation

permet d'utiliser des pas de calcul assez important et, par suite, de réduire les temps de calcul sur ordinateur.

Pour l'étape suivante, on va adopter une valeur de $\Delta x = 400$ m. Sachant que l'on va travailler avec des temps de montée plus faibles que celui adopté précédemment (10800 s), on va retenir une valeur de $\Delta t = 900$ s. On se place donc dans une position favorable dans le plan $\Delta x - \Delta t$ selon la figure 3.5. Ultérieurement, pour la mise en oeuvre des simulations qui serviront à l'établissement de modèles simplifiés (paragraphe 3.4), on adoptera des valeurs différentes pour les pas de calcul, mais pour d'autres raisons que l'on exposera au préalable.

Les vérifications effectuées, a posteriori, avec les données utilisées, selon les indications de Abbot (1979), nous conduisent à des erreurs toujours nulles, soit pour la vitesse de propagation, soit pour l'atténuation. En effet, on a des nombres de Courant qui varient entre 0,7 et 24 ; les longueurs d'onde, assimilées à deux fois les temps de montée, varient de 19000 m à 114500 m. L'application de ces valeurs aux abaques cités par Abbot (1979) et présentés à la figure 3.6 pour $\theta = 0.7$ nous conduisent à des valeurs de célérité relative et à des facteurs d'amplification de 1,0, ce qui confirme l'adéquation de la discrétisation adoptée.



**Figure 3.6 - Propriétés du schéma de Preissmann pour $\theta = 0.7$
d'après Abbot (1979)**

3.2.4 - Importance de la condition aval

Dans l'étude de la propagation avec les hypothèses complètes de Saint-Venant, la condition en limite aval joue un rôle indubitable. Cependant, nous avons tenté d'analyser le phénomène de propagation dans une partie assez éloignée de cette condition aval pour en être relativement indépendante. Nous allons vérifier si tel est bien le cas.

Pour ce faire, on va effectuer les simulations de l'écoulement selon différentes conditions aval, pour apprécier les effets de ces changements sur les paramètres de la propagation. Tout d'abord, on va simuler la propagation dans 324 situations, correspondant à 27 crues sur 12 biefs, avec une condition aval qui prend la profondeur normale comme condition en limite aval, au point "V" du bief présenté à la figure 3.1. Cet échantillon d'événements correspond donc à celui utilisé dans la partie de l'étude qui envisage de dégager les liaisons entre les paramètres des cours d'eau et des crues et les caractéristiques de la propagation. Ensuite, on procède à des changements de cette condition aval, par la création d'abord d'un rétrécissement de 20 %, puis un élargissement de même ampleur pour la section aval. Dans ces conditions, on aura des profondeurs à la limite aval différentes de la profondeur normale adoptée pour la première situation. On simule donc la propagation dans 324 situations pour chacune de ces deux modifications de la condition aval, en totalisant donc 972 simulations.

La comparaison et l'analyse des caractéristiques de la propagation dans les trois situations de condition aval nous permettront d'apprécier l'hypothèse d'une influence modeste de cette dernière lorsque l'on se trouve éloigné d'une section de contrôle. Cette analyse sera décrite au paragraphe 3.3.3.

Cette démarche, bien qu'assez simplifiée, doit permettre d'avoir une idée sur le problème. Pour gagner une meilleure compréhension et pour mieux quantifier l'effet général de la condition aval, on devrait mener une étude beaucoup plus détaillée, avec la simulation d'autres situations aval et aussi, avec différents éloignements du point "V" par rapport au point "2" du bief (cf. figure 3.1). Une telle étude, plus approfondie que celle entreprise, n'étant pas considérée comme essentielle face aux objectifs fixés, n'a pas été effectuée dans le cadre de cette thèse.

3.3 - PREMIERES CONCLUSIONS SUR LES RESULTATS DES SIMULATIONS

Après le traitement des différents cas décrits précédemment on a tenté de dégager des liaisons entre les différentes variables du phénomène étudié. L'étude des 324 événements, correspondant à la propagation de 27 crues sur 12 biefs, a permis, d'abord, des considérations sur les hydrogrammes et, ensuite, sur les éléments fondamentaux de la propagation, c'est-à-dire l'atténuation des pointes de crue et le temps de transfert de celles-ci. Puis, l'analyse de l'ensemble des événements, correspondant aux trois conditions aval, (paragraphe 3.2.4) permettra d'analyser le rôle de cette dernière. Les premières conclusions sur les résultats des simulations nous permettront, ensuite, de proposer des modèles simplifiés de propagation.

3.3.1 - Considérations sur l'hydrogramme

Pour permettre de suivre la déformation de la crue, au long de la propagation, on a étudié l'évolution des paramètres caractéristiques de l'hydrogramme, que sont le débit de pointe, Q , le temps de montée, t_m , et le paramètre de forme, α .

L'évolution du paramètre débit de pointe sera étudiée dans le paragraphe 3.3.2 ; il nous reste donc à étudier ici, l'évolution du temps de montée et du paramètre α .

Il nous a paru intéressant d'introduire une nouvelle variable, homogène à un volume, donné par le produit du débit de pointe, Q/W par la durée totale de dépassement, P ($M + N$). On va donc substituer au couple (α, t_m) le couple ($t_m, PQ/W$).

On a donc fait des régressions sur les paramètres temps de montée et PQ/W , en ayant comme variables explicatives les différentes caractéristiques des cours d'eau et des crues. En ce qui concerne les cours d'eau, les variables explicatives adoptées au départ sont le coefficient de Strickler, K , et la pente, I ; en ce qui concerne les crues, les variables utilisées sont le débit de pointe, Q/W , le temps de montée et le produit PQ/W , le cas échéant.

Pour le temps de montée, la régression effectuée, avec l'ensemble de ces variables explicatives, donnée par l'expression ci-après, est présentée à la figure 3.7.

$$t_{m2} = a_0 t_{m1}^{a1} K a^2 I a^3 (Q/W)^{a4}$$

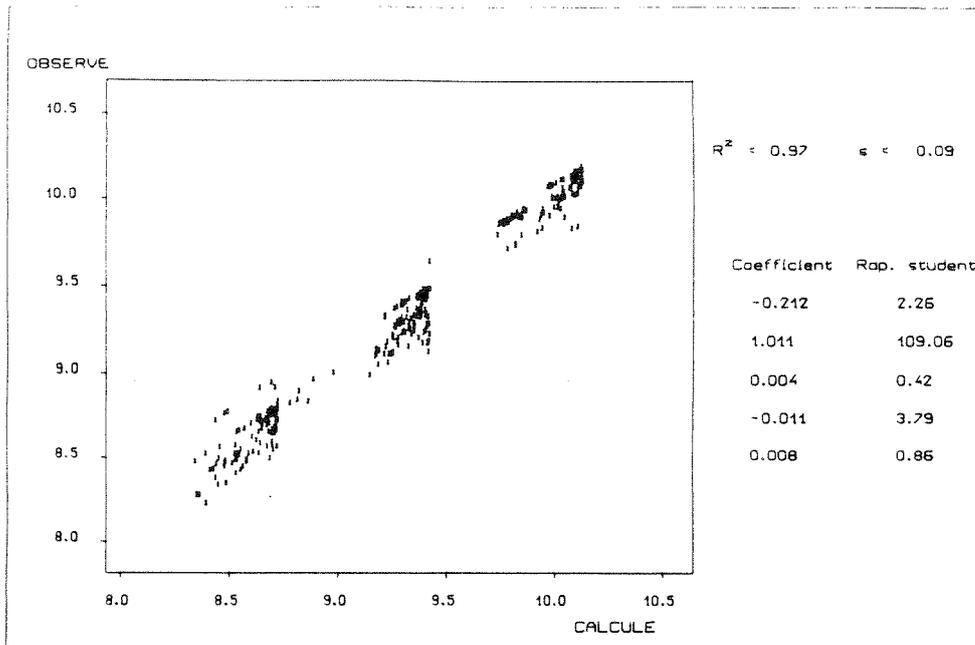


Figure 3.7 - Éléments de la régression sur le temps de montée, avec l'ensemble des variables explicatives

On constate que l'unique variable explicative vraiment significative est le temps de montée, à l'amont. En effectuant la régression avec une expression plus simple, n'ayant que le temps de montée comme variable explicative, on obtient les éléments de la figure 3.8.

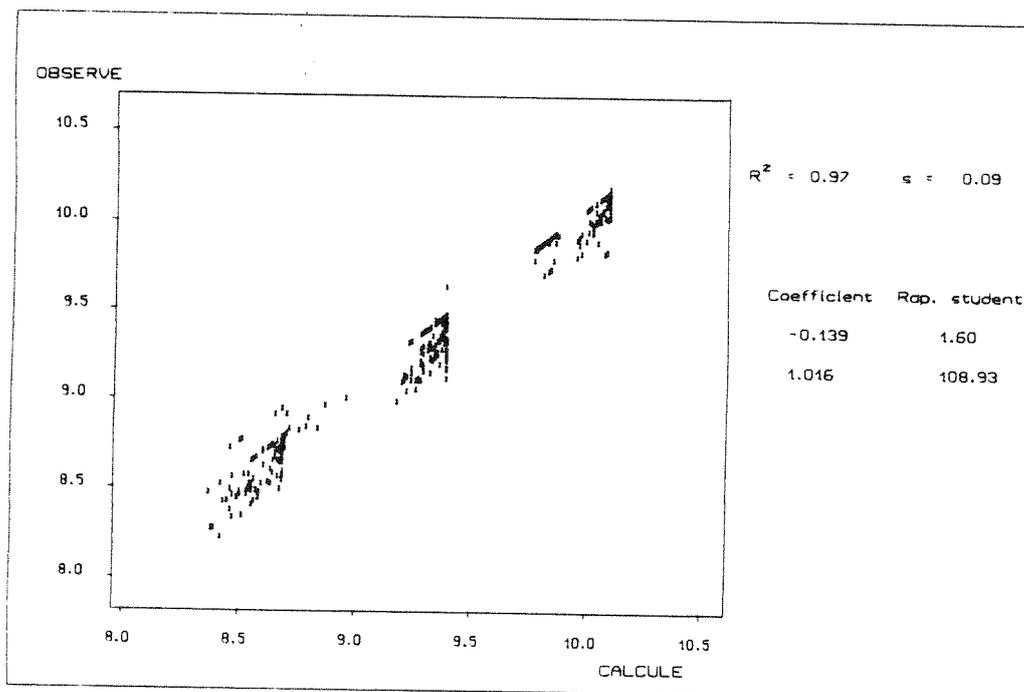


Figure 3.8 - Éléments de la régression sur le temps de montée, avec le temps de montée à l'amont comme seule variable explicative

On voit donc que le temps de montée reste, grossièrement, constant après routage, et on peut proposer l'expression (3.13) :

$$t_{m2} \cong t_{m1} \quad (3.13)$$

où t_{m1} et t_{m2} sont les temps de montée, respectivement à l'entrée et à la sortie du tronçon central, points 1 et 2 de la figure 3.1. Cette constatation est tout à fait compatible avec une étude antérieure (Cemagref, 1985).

En ce qui concerne le produit PQ/W , l'adoption d'une démarche tout à fait similaire nous permet d'obtenir les éléments des figures 3.9 et 3.10.

On arrive à une conclusion identique que celle vue pour le temps de montée : le paramètre PQ/W reste, grossièrement, constant après routage, d'où l'expression (3.14) :

$$P_2 Q_2/W \cong P_1 Q_1/W \quad (3.14)$$

Où Q_1 et Q_2 sont les débits de pointe à l'entrée et à la sortie du tronçon central (points 1 et 2 de la figure 3.1), P_1 et P_2 sont les durées totales de dépassement constatées aux mêmes positions et W est la largeur.

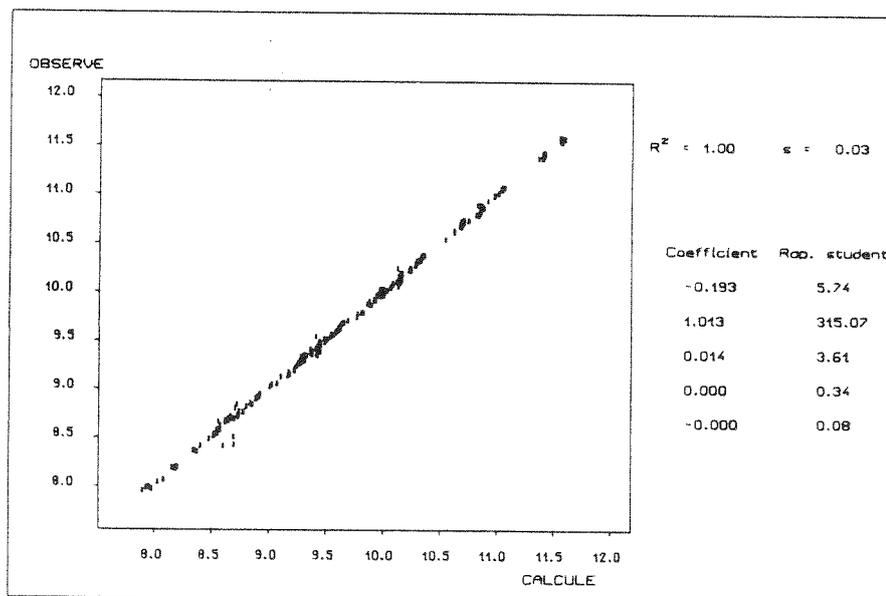


Figure 3.9 - Eléments de la régression sur le produit PQ/W , avec l'ensemble de variables explicatives

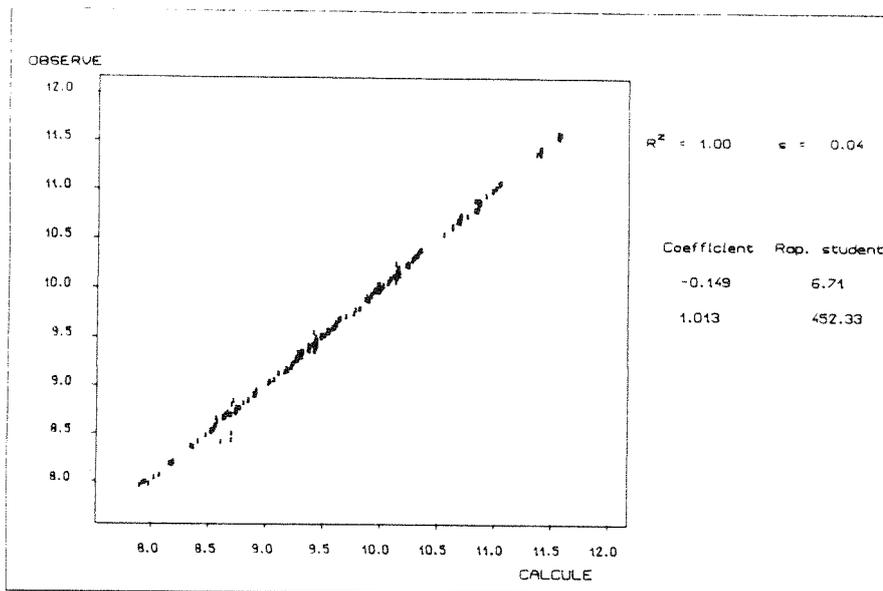


Figure 3.10 - Éléments de la régression sur le produit PQ/W, avec PQ/W à l'amont comme seule variable explicative

Il faut remarquer ici que cette déduction sur la constance du produit PQ/W et de t_m est, peut-être, un peu sommaire. Cependant elle est nécessaire si l'on veut avoir des chances d'obtenir un modèle simple et opérationnel pour décrire la propagation. L'étude menée dans la deuxième partie de la thèse (modèle Hayami) et les applications des modèles sur des cas réels (quatrième partie), nous permettent de voir que, dans la pratique, on se trouve souvent dans des conditions où ces hypothèses simplificatrices sont vérifiées.

Pour suivre la forme de la crue, et donc le paramètre alpha, par l'intermédiaire du rapport M/N, on a, d'après la combinaison de (3.5) et (3.6) :

$$t_m = 1,04 [2,86 (M/N)^{3.2}]^{0.53} (M+N) = 1,82 (M/N)^{1.7} (M+N)$$

Comme t_m reste constant après routage, on a :

$$(M_1/N_1)^{1.7} (M_1 + N_1) = (M_2/N_2)^{1.7} (M_2 + N_2)$$

Comme le produit PQ/W reste, lui aussi, constant, on peut écrire :

$$Q_1 (M_1 + N_1) = Q_2 (M_2 + N_2)$$

et donc :

$$(M_1 + N_1) = \frac{Q_2}{Q_1} (M_2 + N_2)$$

Ce qui entraine :

$$\left(\frac{M_1}{N_1}\right)^{1.7} \frac{Q_2}{Q_1} (M_2 + N_2) = \left(\frac{M_2}{N_2}\right)^{1.7} (M_2 + N_2)$$

Et ensuite :

$$\frac{1}{Q_1} \left(\frac{M_1}{N_1}\right)^{1.7} = \frac{1}{Q_2} \left(\frac{M_2}{N_2}\right)^{1.7}$$

D'où :

$$N_2 = \frac{M_2}{\frac{M_1}{N_1} \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^{0.6}} = N_1 \frac{M_2}{M_1} \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^{0.6}$$

Et :

$$Q_1 (M_1 + N_1) = Q_2 [M_2 + N_1 (M_2/M_1) (Q_1/Q_2)^{0.6}]$$

Ce qui nous permet d'estimer la durée de montée à l'aval :

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{(M_1 + N_1) (Q_1 / Q_2)}{M_1 + N_1 (Q_1 / Q_2)^{0.6}} \quad (3.15)$$

De façon analogue, en reprenant une des expressions précédentes, on a :

$$M_2 = M_1 \left(\frac{N_2}{N_1}\right) \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^{1.69}$$

En portant dans $Q_1 (M_1 + N_1) = Q_2 (M_2 + N_2)$, on obtient :

$$Q_1 (M_1 + N_1) = Q_2 \left[M_1 (N_2/N_1) (Q_2/Q_1)^{0.6} + N_2 \right]$$

et donc :

$$\frac{Q_1}{Q_2} (M_1 + N_1) = N_2 + M_1 \frac{N_2}{N_1} \left(\frac{Q_2}{Q_1} \right)^{0.6}$$

Ce qui nous permet d'obtenir l'expression (3.16) de la durée de décrue à l'aval :

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{(N_1 + M_1) (Q_1 / Q_2)}{N_1 + M_1 (Q_2 / Q_1)^{0.6}} \quad (3.16)$$

Avec les expressions (3.15) et (3.16) on peut suivre la variation des paramètres M et N tout au long de la propagation. Cela nous permet donc d'apprécier l'évolution du paramètre alpha au cours du routage et donc la déformation d'une pointe de crue.

3.3.2 - Considérations sur les éléments de la propagation

Après les considérations sur l'hydrogramme, il nous reste maintenant à analyser les éléments de la propagation que sont l'atténuation des pointes de crues et le temps de transfert de ces pointes. Cela constitue, effectivement, l'objectif essentiel de cette étude.

La démarche à suivre consiste à représenter ces éléments de la propagation sous forme d'équations différentielles ordinaires, obtenues à partir de régressions, ayant comme variables explicatives les différentes caractéristiques des cours d'eau et des crues.

Du fait que l'on va s'intéresser essentiellement à la pointe de la crue, et non à tout l'hydrogramme, on peut, obtenir une simplification de la formulation mathématique de la propagation. En effet, une variable, le temps, disparaît dans la description du phénomène et l'on doit pouvoir le représenter par de simples équations différentielles, à la place des équations aux dérivées partielles constituant le système de Saint-Venant.

Ainsi, si x représente l'abscisse de la section considérée le long du bief, et si l'on désigne par Q le débit maximum et T_p l'instant de l'occurrence de ce débit en cette section, d'abscisse x , (cf. figure 3.11), notre système d'équations pourra être du type des expressions suivantes :

$$\frac{dQ}{dx} = f(K, l, \dots) \quad (3.17)$$

$$\frac{dT_p}{dx} = g(K, l, \dots) \quad (3.18)$$

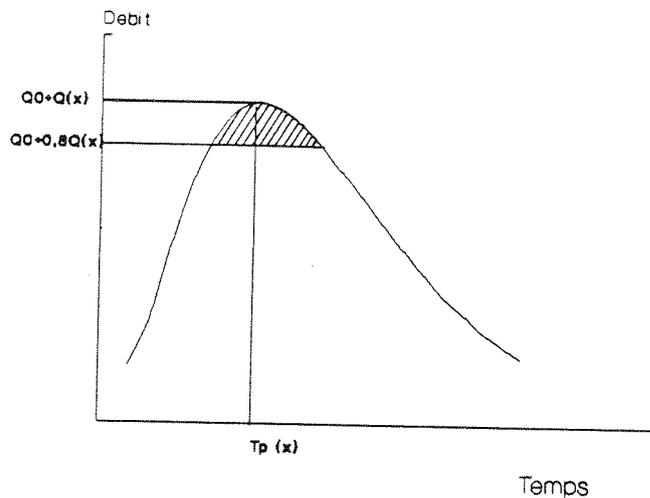


Figure 3.11 - La pointe de la crue à la section d'abscisse x

Pour l'établissement de cette formulation, une difficulté apparaît du fait que, en réalité, on ne dispose pas des dérivées dQ/dx et dT_p/dx , mais seulement des rapports $\Delta Q/\Delta x$ et $\Delta T_p/\Delta x$. On devra donc déduire, les dérivées des rapports des différences finies.

Si l'on admet, a priori, un modèle du type (3.17) et (3.18), on doit intégrer ce modèle sur le pas d'espace correspondant au tronçon central (tronçon 1.2 de la figure 3.1), pour pouvoir caler les paramètres des fonctions f et g , de façon à retrouver les résultats de la simulation numérique, à savoir ΔQ et ΔT_p .

Pour définir un modèle, c'est-à-dire proposer des expressions analytiques dépendant de paramètres aux fonctions f et g , on a deux grandes options possibles. Si l'on adopte comme variables de ces fonctions seulement des éléments invariants le long d'un bief, on obtiendra un modèle dont les paramètres seront rigoureusement indépendants de la longueur choisie pour le tronçon central. Par contre, si l'on prend comme variables des éléments qui varient au long de la

propagation, on obtiendra des résultats qui sont, a priori, valables strictement pour la longueur de ce tronçon.

Comme l'objectif de cette partie de l'étude est d'établir et d'analyser les liaisons entre les différentes caractéristiques des cours d'eau et des crues sur les paramètres de la propagation, on a retenu d'adopter la deuxième alternative. Cependant, on considérera les indications obtenues comme généralisables et reproductibles pour d'autres longueurs de cours d'eau. En effet, notre objectif ici n'est pas de quantifier le phénomène, mais seulement d'apercevoir ses lignes générales, pour permettre (au paragraphe 3.4) d'étudier de façon plus détaillée les deux alternatives citées, mais alors, avec la préoccupation de proposer des modèles effectivement opérationnels.

3.3.2.1 - L'Atténuation

En ce qui concerne l'atténuation des pointes des crues, les variables explicatives essayées au départ pour la fonction f (expression 3.17), sont la rugosité et la pente, pour le cours d'eau. Pour les crues, les variables retenues sont le débit de pointe, Q/W et le produit PQ/W , dont on vient de voir la conservation au cours de la propagation.

L'expression (3.17) serait alors :

$$d(Q/W)/dx = f(K, l, PQ/W, Q/W)$$

De façon plus précise on propose l'expression :

$$\frac{d(Q/W)}{dx} = \frac{(Q/W)^{a_4}}{a_0 K^{a_1} l^{a_2} (PQ/W)^{a_3}}$$

Intégrons ce modèle pour en déduire une relation entre différences finies :

$$\int \frac{d(Q/W)}{(Q/W)^{a_4}} = \int \frac{dx}{a_0 K^{a_1} l^{a_2} (PQ/W)^{a_3}}$$

Comme toutes les variables, sauf Q , sont constantes au cours du routage, l'intégration est immédiate, pour $a_4 \neq 1$ et donne :

$$(a_4 - 1) \left(\frac{1}{Q_2 a_4^{-1}} - \frac{1}{Q_1 a_4^{-1}} \right) = \frac{x_2 - x_1}{a_0 K a_1 l a_2 (P_1 Q_1 / W) a_3 W a_4^{-1}}$$

où :

- Q_1 : débit de pointe à l'entrée du tronçon central (point 1 de la figure 3.1), en dessous du débit de base, en $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$;
- Q_2 : idem, à la sortie du tronçon (point 2) ;
- $x_2 - x_1 = L$: longueur du tronçon (2 000 m) ;
- W : largeur du cours d'eau, en m ;
- P_1 : durée totale de dépassement à l'entrée du tronçon central, en s ;
- K : coefficient de Strickler ;
- l : pente.

En essayant plusieurs valeurs pour a_4 , on peut utiliser le modèle linéaire sur les logarithmes des variables en cause, pour déterminer les différents paramètres a_0 , a_1 , a_2 et a_3 . Les résultats de ces essais apparaissent sur la figure 3.12, où R^2 est le coefficient de détermination et s est l'erreur standard.

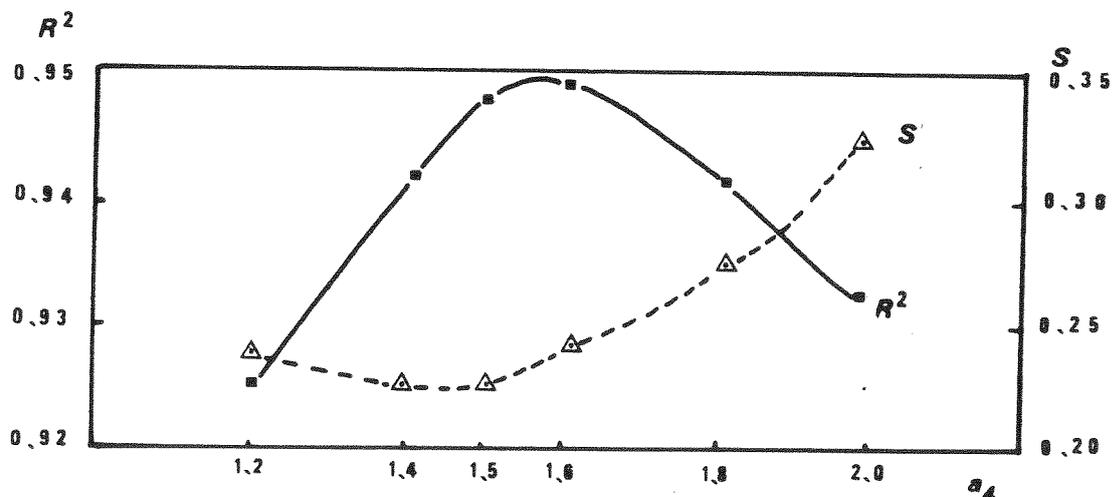


Figure 3.12 - Variation des coefficients de détermination et des erreurs standard en fonction de a_4

On voit donc que la valeur de a_4 qui nous donne les valeurs optimales pour R^2 et S est proche de 1.5. En adoptant cette valeur pour a_4 , on peut maintenant caler le modèle linéaire pour les autres variables. Les éléments de la meilleure régression sont présentés à la figure 3.13.

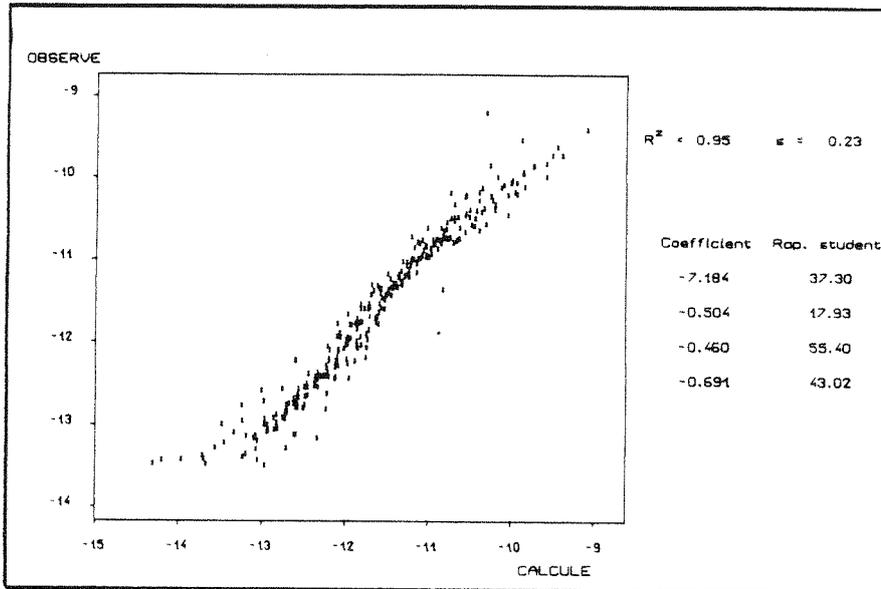


Figure 3.13 - Éléments de la régression pour l'atténuation

Ces éléments nous permettent d'écrire l'expression suivante :

$$\frac{1}{Q_2^{0.50}} - \frac{1}{Q_1^{0.50}} = \frac{(x_2 - x_1)}{660 K^{0.50} 10^{0.46} (P_1 Q_1 / W)^{0.69} W^{0.50}}$$

Cette expression devient, en notant $x_2 - x_1 = L$:

$$\frac{1}{Q_2^{0.50}} = \frac{1}{Q_1^{0.50}} \left[1 + \frac{L}{660 K^{0.50} 10^{0.46} P_1^{0.69} (Q_1 / W)^{0.19}} \right]$$

En introduisant une nouvelle variable, D_f , donnée par l'expression (3.19) :

$$D_f = 660 K^{0.50} 10^{0.46} P_1^{0.69} (Q_1 / W)^{0.19} \quad (3.19)$$

On peut alors obtenir l'expression (3.20) :

$$Q_2 = \frac{Q_1}{(1 + L/D_f)^2} \quad (3.20)$$

Avec les expressions (3.19) et (3.20) on peut donc évaluer le débit de pointe à l'aval, à partir des caractéristiques des cours d'eau et des crues. On voit, de façon directe et explicite, le rôle de ces caractéristiques sur le débit à l'aval, et donc sur l'atténuation.

Il nous reste maintenant à étudier le temps de transfert de la pointe de la crue.

3.3.2.2 - Le temps de transfert

Pour l'étude du temps de transfert des pointes de crues, on a choisi d'utiliser une formulation légèrement différente de l'expression (3.18), en recherchant une expression pour la vitesse de propagation de la pointe, soit donc $V = dx/dt$.

En ce qui concerne les variables explicatives, on a retenu les mêmes que celles utilisées pour l'atténuation, sauf, au départ, le débit de pointe, variable le long de la propagation.

La formulation proposée est donc donnée par (3.21) :

$$dx/dt = g(K, I, PQ/W) \quad (3.21)$$

De même que pour l'atténuation, on propose d'explicitier g comme suit :

$$dx/dt = b_0 K^{b_1} I^{b_2} (PQ/W)^{b_3}$$

Pour effectuer l'intégration, on pose :

$$dt = \frac{dx}{b_0 K^{b_1} P^{b_2} (Q/W)^{b_3}}$$

Ce qui nous donne :

$$T = \frac{(x_2 - x_1)}{b_0 K^{b_1} P^{b_2} (Q_1/W)^{b_3}}$$

Où T est le temps de transfert des pointes de crues.

En effectuant une régression sur les logarithmes des variables, on obtient des résultats non satisfaisants, avec une erreur standard de 0,50. On constate aussi la non significativité de la variable PQ/W. Il nous faut donc essayer une formulation différente, et on a remplacé la variable P Q/W par le temps de montée, tm. Les résultats obtenus apparaissent à la figure 3.14.

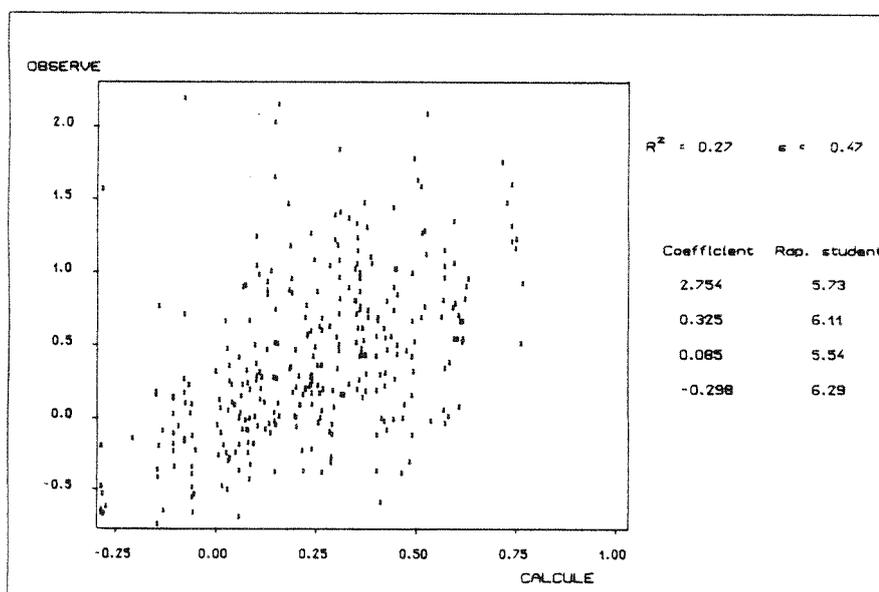


Figure 3.14 - Éléments de la régression pour le temps de transfert

On constate donc une légère amélioration des résultats. Dans ces conditions, on peut proposer l'expression (3.22), en notant $x_2 - x_1 = L$:

$$T = \frac{L \, tm^{0.30}}{15.71 \, K^{0.33} \, I^{0.09}} \quad (3.22)$$

En introduisant une nouvelle variable, C_p , donnée par l'expression suivante :

$$C_p = \frac{15.71 \, K^{0.33} \, I^{0.09}}{tm^{0.30}}$$

Que l'on peut aussi écrire à partir des expressions (3.5) et (3.6) :

$$C_p = \frac{13.14 \, K^{0.33} \, I^{0.09}}{(M/N)^{0.51} (M+N)^{0.30}} \quad (3.23)$$

On obtient donc l'expression (3.24), en notant $L = x_2 - x_1$:

$$T = \frac{L}{C_p} \quad (3.24)$$

Avec les expressions (3.23) et (3.24) on peut donc évaluer le temps de transfert des pointes de crues, mais il semble que la variable débit de pointe joue un rôle important, et que l'on doit essayer d'améliorer ces résultats. Introduisons donc cette variable dans la formulation de l'expression (3.21) ce qui donne l'expression (3.25) :

$$\frac{dx}{dt} = g(K, I, PQ/W, Q/W) \quad (3.25)$$

Et plus précisément :

$$\frac{dx}{dt} = b_0 K^{b_1} I^{b_2} (PQ/W)^{b_3} (Q/W)^{b_4}$$

D'après (3.20), on peut poser :

$$\frac{dx}{dt} = b_0 k^{b_1} p^{b_2} (PQ/W)^{b_3} \left[\frac{Q_1/W}{(1 + x/D_f)} \right]^{2b_4}$$

et

$$b_0 k^{b_1} p^{b_2} (PQ/W)^{b_3} (Q_1/W)^{b_4} dt = (1 + x/D_f)^{2b_4} dx$$

En intégrant, on obtient :

$$b_0 k^{b_1} p^{b_2} (P_1 Q_1/W)^{b_3} (Q_1/W)^{b_4} T = \frac{D_f}{2b_4 + 1} [1 + (x_2 - x_1)/D_f]^{2b_4 + 1}$$

On peut maintenant effectuer des régressions sur les logarithmes des variables, pour caler les coefficients b_0 , b_1 , b_2 et b_3 à partir de la valeur de $b_4 = 0.4$ obtenue par tâtonnement. Les éléments de la meilleure régression sont présentés sur la figure 3.15 :

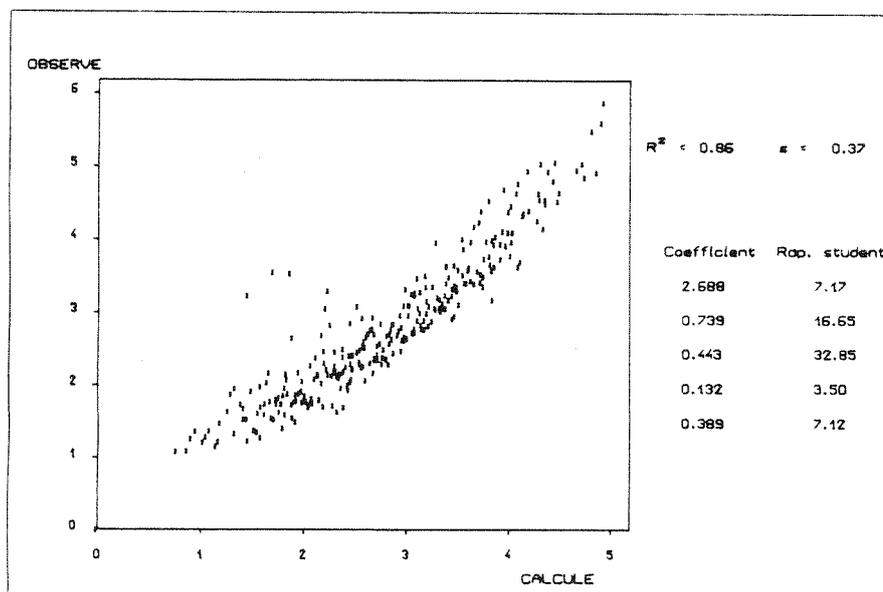


Figure 3.15 - Éléments de la régression, avec les débits de pointe pour le temps de transfert

En introduisant une nouvelle variable, C_f , donnée par l'expression (3.26) à partir des résultats de la régression :

$$C_f = 14.71 K^{0.74} I^{0.44} (P_1 Q_1 / W)^{0.13} (Q_1 / W)^{0.40} \quad (3.26)$$

Et l'on peut proposer l'expression (3.27) :

$$T = \frac{D_f}{1.8 C_f} \left(1 + \frac{L}{D_f}\right)^{1.8} \quad (3.27)$$

Avec les expressions (3.26) et (3.27) on peut voir, de façon directe, le rôle des caractéristiques des cours d'eau et des crues sur le temps de transfert. Evidemment ces expressions ne sont pas strictement correctes, car la variable D dépend, elle aussi, du débit de pointe. Cependant, on peut considérer ces expressions comme approximativement valables pour avoir une idée des liaisons entre les différentes variables en cause.

3.3.3 - Les effets de la condition aval

Avec l'ensemble des expressions (3.14) et (3.15) pour l'hydrogramme, (3.19) et (3.20) pour l'atténuation et (3.26) et (3.27) pour le temps de transfert, on peut suivre, de façon simplifiée, l'évolution d'une pointe de crue au cours d'une propagation. Il nous reste, maintenant, pour accomplir les objectifs fixés, à vérifier la faiblesse des effets de la condition en limite aval sur les caractéristiques de la propagation, dans les conditions d'éloignement d'une section de contrôle aval.

Pour ce faire, on a procédé aux mêmes démarches que précédemment, avec les éléments relatifs au routage, concernant deux autres conditions aval, que sont l'élargissement et le rétrécissement, comme décrit au paragraphe 3.2.4. Puis, la comparaison et l'analyse des variations des valeurs des coefficients calés pour les trois situations, doivent permettre de mettre en évidence les effets de la condition en limite aval sur la propagation.

Les résultats des régressions pour ces deux autres conditions aval, en ce qui concerne l'atténuation, sont présentés au tableau 3.4, toujours en adoptant la valeur de 1,5 pour a_4 .

SITUATION	R ²	S	VALEUR DES COEFFICIENTS / R. STUDENT			
			a ₀	a ₁	a ₂	a ₃
Elargissement	0,942	0,241	742 / 33	0,50 / 17	0,43 / 51	0,73 / 44
Rétrécissement	0,933	0,268	2776 / 36	0,44 / 14	0,48 / 51	0,65 / 35

Tableau 3.4 - Éléments des régressions pour l'atténuation concernant les conditions aval d'élargissement et de rétrécissement

En ce qui concerne le temps de transfert, les résultats des régressions pour les deux conditions aval sont présentés au tableau 3.5 :

SITUATION	R ²	S	VALEUR DES COEFFICIENTS / R. STUDENT			
			b ₀	b ₁	b ₂	b ₃
Elargissement	0,873	0,353	4,90 / 4	0,78 / 18	0,43 / 33	0,24 / 7
Rétrécissement	0,824	0,416	26,84 / 8	0,71 / 14	0,44 / 29	0,09 / 2

Tableau 3.5 - Éléments des régressions pour le temps de transfert, concernant les conditions aval d'élargissement et de rétrécissement

Les résultats obtenus nous permettent d'établir le tableau 3.6, qui permet la comparaison des valeurs des différents coefficients, pour les trois conditions aval :

SITUATION	ATTENUATION				TEMPS DE TRANSFERT			
	a ₀	a ₁	a ₂	a ₃	b ₀	b ₁	b ₂	b ₃
Normal	1 318	0,50	0,46	0,69	14,71	0,74	0,44	0,13
Elargissement	742	0,50	0,43	0,73	4,90	0,78	0,43	0,24
Rétrécissement	2 776	0,44	0,48	0,65	26,84	0,71	0,44	0,09

Tableau 3.6 - Les variations des coefficients selon la condition aval

L'analyse de ces éléments nous permet quelques remarques, pour l'atténuation comme pour le temps de transfert.

En effet, en ce qui concerne l'atténuation, les changements de la condition aval donnent lieu à de petites variations sur les paramètres a_1 , a_2 et a_3 , qui nous conduisent à l'augmentation de l'atténuation avec le rétrécissement, c'est-à-dire que plus l'écoulement est facilité (élargissement), plus grands seront les débits en aval et donc, plus petite sera l'atténuation. Cependant, on constate que cette variation est neutralisée, au moins en partie, par la variation du terme constant, a_0 , qui varie dans le sens opposé à celui des autres coefficients. En effet, on voit que le rétrécissement à l'aval donne lieu à une nette augmentation de a_0 , ce qui conduit, donc, à une diminution de l'atténuation.

En ce qui concerne le temps de transfert, on constate des variations sensibles au niveau des coefficients b_1 et b_3 . Ces variations nous conduisent à une diminution du temps de transfert avec l'élargissement ; pour le rétrécissement, on vérifie l'influence inverse. Cependant, de façon tout à fait identique à cette vue pour l'atténuation, les variations du terme constant avec la condition aval nous conduisent à une certaine "neutralisation" des effets des changements des valeurs des coefficients b_1 et b_3 .

D'après cette analyse, on peut dire que si l'écoulement à l'aval est facilité -cas d'élargissement- on aura des débits en aval plus forts et des vitesses de propagation plus grandes. On aura donc des atténuations et des temps de transfert plus réduits pour l'élargissement, et vice-versa pour le rétrécissement.

Ces constatations, tout-à-fait cohérentes avec ce que l'on pouvait attendre, reposent, cependant, sur des variations de valeur des coefficients assez faibles, parfois du même ordre de grandeur que les écarts-types. Il nous faut donc essayer de vérifier globalement la faiblesse de l'influence d'une condition aval éloigné.

Pour ce faire, on a traité un échantillon englobant les trois échantillons précédents, soit 972 simulations. On a introduit, dans les relations recherchées, une nouvelle variable explicative, la "condition aval", prise successivement égale à 1,0 , 1,2 et 0,8, selon la situation (normale, élargissement et rétrécissement). En ce qui concerne l'atténuation, les résultats des régressions effectuées apparaissent sur la figure 3. 16.

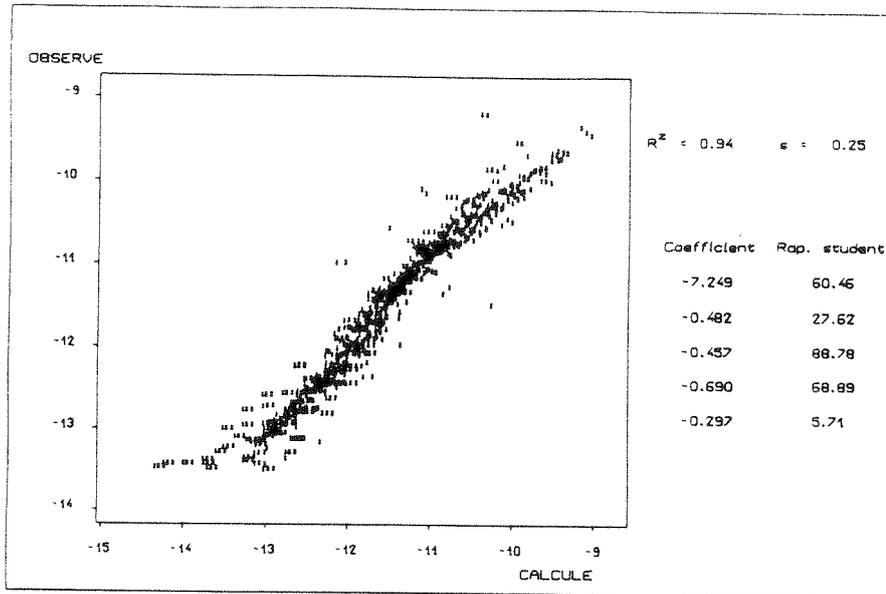


Figure 3.16 - Éléments de la régression pour l'atténuation avec la variable explicative "Condition Aval"

Pour les temps de transfert, la mise en oeuvre des régressions conduit aux résultats exposés dans la figure 3.17.

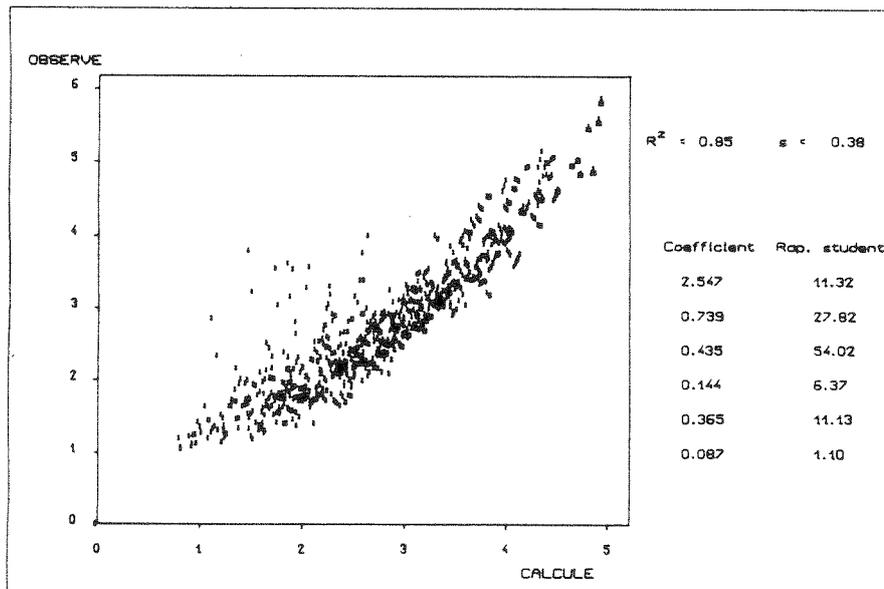


Figure 3.17 - Éléments de la régression pour le temps de transfert avec la variable explicative "Condition Aval"

En ce qui concerne le temps de transfert, on constate nettement, que la variable "Condition Aval" n'est pas significative, avec un rapport de Student de 1,1. Par contre, en ce qui concerne l'atténuation, on a un rapport de Student de 5,7, ce qui témoigne de la significativité de la variable. Cependant, on constate aussi que ce rapport est assez faible comparé aux rapports de Student des autres variables explicatives en cause.

On peut donc conclure en disant que, dans le cadre de cette étude, les variations constatées en fonction d'une condition aval éloignée sont assez modérées, et que, si l'on recherche seulement un ordre de grandeur de l'atténuation et du temps de transfert des pointes de crue, le rôle de cette condition aval dans le phénomène de propagation devient secondaire, du moins dans la gamme de variations prises en compte. C'est le choix qui a été adopté pour la suite de l'étude, qui concerne la proposition de modèles simplifiés de propagation.

3. 4 - PROPOSITION DE MODELES SIMPLIFIES DE PROPAGATION

L'étude menée au paragraphe 3. 3 a mis en évidence des liaisons entre quelques variables du phénomène de propagation et les caractéristiques des cours d'eau et des crues. Cela nous a permis d'entrevoir la possibilité d'étudier et de proposer des modèles simplifiés de propagation, en substituant au système d'équations aux dérivées partielles de Saint-Venant, des équations différentielles ordinaires et même de simples équations algébriques. Nous considérons que les expressions du paragraphe 3.3 peuvent être améliorées, en simplifiant certaines données.

C'est donc avec un objectif très pragmatique que l'on a développé cette partie du travail ; on va essayer de mettre au point des modèles opérationnels de propagation, d'utilisation facile et qui donnent des réponses rapides et fiables, encore qu'approchées et limitées, car on va s'intéresser seulement à la pointe d'une crue.

3.4.1 - Les éléments de l'étude

Pour pouvoir mettre au point ces modèles simplifiés on va adopter une démarche tout à fait semblable à celle vue au paragraphe 3.3. : on simule la propagation d'un certain nombre de crues sur quelques biefs ; on effectue, ensuite, des régressions sur les différentes variables. La différence par rapport à l'étape précédente est que l'on a ici une préoccupation de quantification réelle, et il nous faut donc avoir une précision plus importante pour les résultats. On a aussi intérêt à obtenir une meilleure représentativité des cours d'eau et des crues qui se présentent, effectivement, dans la pratique de l'hydrologie.

puisque l'on a mis en évidence l'absence d'influence de certains paramètres, on peut augmenter la finesse de variation des paramètres maintenus. On a donc utilisé ici des cours d'eau et des crues avec des caractéristiques différentes de celles antérieures. De même, les paramètres de la discrétisation adoptée sont, eux aussi, différents. On décrit, aux paragraphes 3.4.1.1 et 3.4.1.2 les éléments des cours d'eau, des crues et de la discrétisation adoptés, qui vont nous permettre d'aboutir aux modèles simplifiés, qui seront décrits aux paragraphes 3.4.2. et 3.4.3.

3.4.1.1 - Les cours d'eau et les hydrogrammes

En ce qui concerne les cours d'eau, la schématisation adoptée ici reste, pour l'essentiel, la même que celle vue au paragraphe 3.2.1. En effet, on va encore étudier le routage sur un tronçon central, encadré par des prolongements amont et aval; la différence est que maintenant, les

longueurs adoptées sont de 5000 m pour le tronçon central et de 2 000 pour chaque prolongement, amont et aval, comme on peut le voir à la figure 3.18.

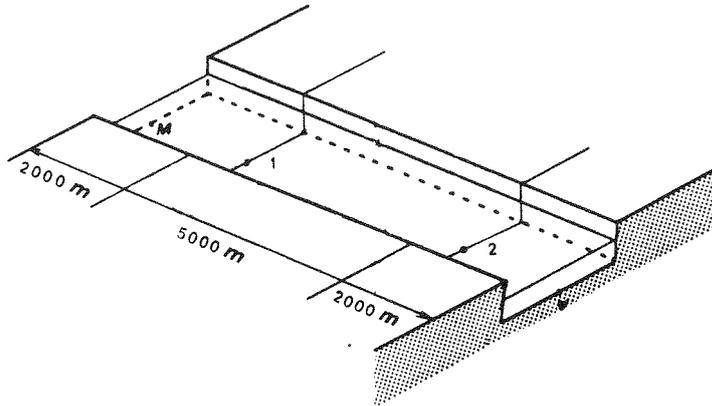


Figure 3.18 - Schématisation des cours d'eau pour la mise au point des modèles

En effet, on a constaté précédemment le faible rôle de la condition limite aval, et cela nous permet de réduire la longueur des tronçons d'encadrement, amont et aval, et donc d'augmenter la longueur du tronçon central, sans alourdir les temps de calcul.

En ce qui concerne les caractéristiques des cours d'eau, on a adopté une gamme de variation des paramètres rugosité et pente assez différente de celle utilisée précédemment. En effet, la simplification résultant de la non-influence de la forme de la crue sur les composantes de la propagation nous autorise à refaire les simulations en détaillant mieux les valeurs prises par les variables effectivement influentes. On a adopté la gamme suivante des coefficients de Strickler -K- et de pente -I- :

K : 15, 25, 35, et 45 ;

I : 0,00005, 0,00015, 0,00045 et 0,00135 .

On va donc traiter 16 biefs, correspondant à la combinaison de ces deux paramètres. On peut croire que cette variation des coefficients est plus conforme aux situations généralement rencontrées dans la pratique.

Comme déjà dit, les résultats obtenus à l'étape précédente, où a été mise en évidence une loi pour suivre l'évolution de la forme de la crue, nous ont permis une certaine simplification, ou plutôt une réduction de la gamme de variation des paramètres qui caractérisent l'hydrogramme. En effet, on a adopté une valeur unique pour le paramètre de forme, alpha, en faisant varier, de façon plus importante, le débit de pointe et le temps de montée, de façon à rendre notre échantillon d'hydrogramme plus réaliste et plus conforme aux crues effectivement observées. On a retenu la gamme suivante de variation des paramètres, avec alpha toujours égal à 1,0 :

Q/W : 1, 2, 4 et $8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$;

t_m : 3600, 7200, 14400 et 28800 s.

Pour le débit de base, on a choisi une valeur constante, égale à $0,20 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Cela nous donne un rapport Q_0/Q qui varie de 2,5 à 20 % au lieu d'avoir toujours un débit de base correspondant à 10 % du débit de pointe, comme adopté précédemment. Malgré l'absence d'influence de ce paramètre sur la propagation (comme on a vu au paragraphe 3.2.2.2), l'actuelle représentation, avec des variations du rapport Q_0/Q est plus réaliste.

On a donc 16 hydrogrammes différents, correspondant à la combinaison, un à un, des paramètres que l'on vient de fixer. On va donc simuler la propagation de 16 crues sur chacun des 16 biefs. Cela nous donne donc un échantillon de 256 événements, assez diversifiés, qui semble être assez représentatif pour permettre l'établissement de modèles simplifiés de propagation.

3.4.1.2 - Les simulations effectuées

Pour simuler la propagation des 16 crues sur les 16 biefs, soit donc 256 événements, comme on vient de le voir, on a adopté une démarche assez semblable à celle adoptée précédemment, mais qui présente, cependant, quelques différences notables.

Ainsi, de façon analogue, on va traiter les hydrogrammes H_1 et H_2 , correspondant au tronçon central de la figure 3.18. Cependant, au contraire de l'étape précédente, on va considérer les éléments des hydrogrammes effectivement donnés par Saint-Venant, et non les éléments obtenus d'après le calage des hydrogrammes "type Nash". On ne va pas caler des hydrogrammes analytiques, on va traiter les données, les valeurs de débit effectivement enregistrées aux points 1 et 2 de notre bief à l'étude.

En effet, dans l'étape précédente, on a traité des valeurs de débit de pointe et de temps de transfert obtenues à partir des hydrogrammes "type Nash", calés sur les données de routage, obtenues à partir de l'utilisation du modèle complet de Saint-Venant. Maintenant, on va enregistrer, et ensuite traiter, les valeurs données directement par le modèle Saint-Venant, aux points 1 et 2 de

notre bief, sans passer par le lissage des valeurs discretisées. On doit ainsi obtenir une plus grande fidélité au phénomène réel de propagation, mais on a besoin d'une plus grande précision des calculs.

Les paramètres de l'hydrogramme retenu pour l'étude sont présentés à la figure 3.19.

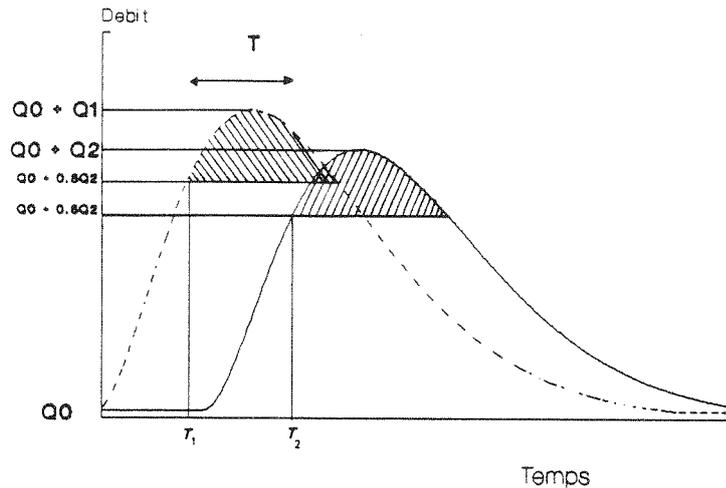


Figure 3.19 - Les paramètres des hydrogrammes adoptés pour la mise au point des modèles

Pour l'étude de l'atténuation, on va enregistrer et traiter les débits de pointe Q_1 et Q_2 . Pour l'étude du temps de transfert, on a choisi d'utiliser les temps de début de dépassement de 80 % du débit de pointe, au lieu d'essayer d'utiliser les temps de l'occurrence du débit maximal. On pense que l'on aura une précision plus importante pour la définition de ce temps, surtout quand on a affaire à des hydrogrammes très plats, qui peuvent nous conduire à une mauvaise définition de l'instant précis où se produit le débit de pointe.

On peut assimiler ce temps de transfert de début de crue au temps de transfert de la pointe. Cependant, si on le désire, on peut aisément passer d'un temps de transfert à l'autre, avec l'utilisation des expressions établies au paragraphe 3.3.1.

Un autre aspect que l'on doit traiter ici concerne la discrétisation adoptée. En effet, pour pouvoir traiter directement les résultats du modèle de Saint-Venant, sans le passage par les hydrogrammes "type Nash", on doit avoir une meilleure précision des données, au niveau du détail de représentation des hydrogrammes. On doit pouvoir suivre les hydrogrammes avec précision dans leur déroulement temporel ce qui nous conduit à adopter des pas de calcul plus faibles.

On a donc été obligé d'utiliser des paramètres de discrétisation assez différents de ceux vus précédemment. En effet, on a adopté un pas d'espace de 100 m et un pas de temps de 50 s,

beaucoup plus faibles que les pas de calcul antérieurs. Cela nous conduit à un calcul numérique beaucoup plus important que précédemment.

Pour pouvoir s'affranchir des problèmes numériques d'arrondi, éventuellement présents dans ce nouveau schéma numérique, avec des pas de calcul aussi faibles (paragraphe 3.2.3.2.), on a fait les calculs en "double précision", c'est-à-dire avec la représentation des nombres par 15 chiffres, au lieu des 6 normalement utilisés avec le matériel IBM (Hehl, 1986).

L'ensemble de ces mesures visant à une meilleure précision, que sont le choix des paramètres retenus, la réduction des pas de calcul et la représentation numérique élargie, doit nous permettre une meilleure pertinence des résultats, et donc des modèles proposés.

3.4.2 - Le modèle simplifié global

L'objectif de cette étape de l'étude est la proposition d'un modèle de propagation indépendant de la longueur du tronçon de calcul.

On garde ici l'idée de remplacer au système aux dérivées partielles un système aux équations différentielles ordinaires, comme on l'a exposé au paragraphe 3.3.2. Ainsi, reprenons la situation décrite au paragraphe 3.3.2. où x représente l'abscisse de la section considérée le long du bief, Q le débit maximum à l'abscisse x et T l'instant où débute la pointe de l'hydrogramme en cette section. Ces notations sont illustrées par la figure 3.20 :

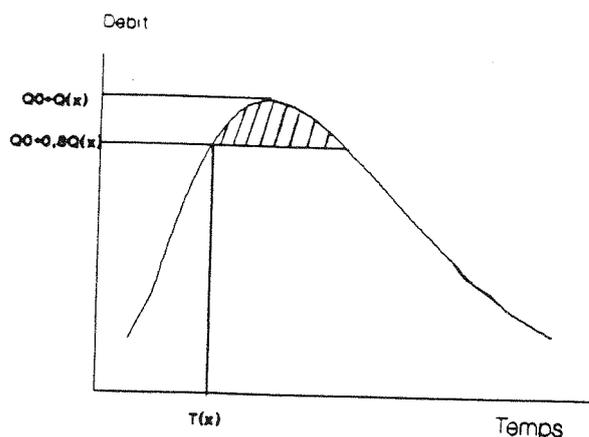


Figure 3.20 - Représentation de la pointe de la crue à l'abscisse x dans les modèles de propagation

La proposition d'un modèle global, indépendant de la longueur du tronçon, repose sur une formulation, soit pour l'atténuation, soit pour le temps de transfert, fondée seulement sur des éléments invariants le long du routage. Ainsi, les variables des expressions (3.17) et (3.18), mutatis

mutantis, doivent être limitées à la rugosité et à la pente, pour les cours d'eau et au produit PQ/W pour les crues; pour l'atténuation on pourrait introduire une fonction du débit de pointe. Les expressions (3.17), pour l'atténuation, et (3.18) pour le temps de transfert deviennent :

$$d(Q/W) / dx = f(K, l, PQ/W) \varphi(Q/W) \quad (3.28)$$

$$dT/dx = g(K, l, PQ/W) \quad (3.29)$$

Pour l'atténuation, en précisant l'expression (3.28), on peut écrire avec $\varphi(Q/W) = Q/W$:

$$\frac{W}{Q} d(Q/W) / dx = -1 / a_0 K a^1 (1 + a_4)^{a_2} (PQ/W + a_5)^{a_3}$$

Cette expression s'intègre immédiatement et donne :

$$\ln(Q_2/Q_1) = \frac{-(x_2 - x_1)}{a_0 K a^1 (1 + a_4)^{a_2} (P_1 Q_1/W + a_5)^{a_3}}$$

Où :

Q_1 : débit de pointe à l'entrée du tronçon , en dessus du débit de base, en $m^3 s^{-1}$;

Q_2 : idem, à la sortie du tronçon ;

$x_2 - x_1 = L$: longueur du tronçon ;

P_1 : durée totale de dépassement à l'entrée du tronçon, en s ;

K : coefficient de Strickler ;

l : pente ;

W : largeur du tronçon, en m.

En utilisant le modèle linéaire sur les logarithmes des variables, on peut déterminer les différents coefficients a_0 , a_1 , a_2 et a_3 . Les coefficients additifs, a_4 et a_5 doivent être calés par le tâtonnement.

La recherche du terme additif de la pente nous permet d'obtenir la figure 3.2, pour $a_5 = 0$. Dans la figure, R^2 est le coefficient de détermination et s l'erreur standard du modèle.

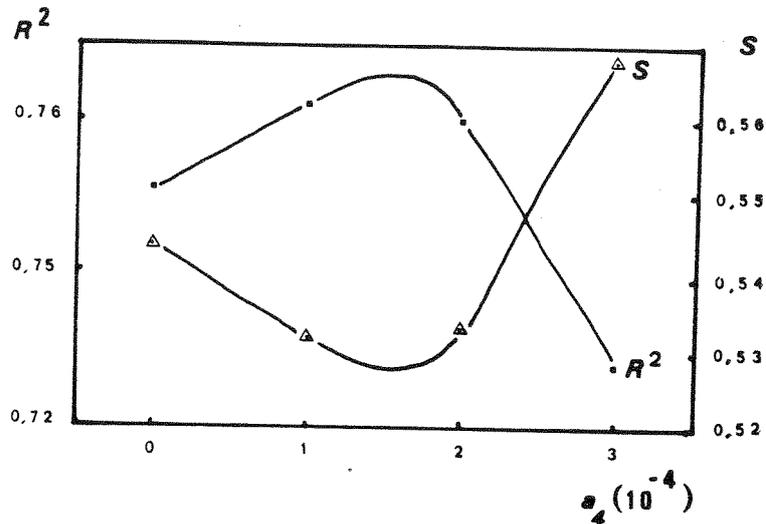


Figure 3.21 - Recherche de la valeur optimale de a_4 pour la formulation globale

On peut donc retenir la valeur 10^{-4} pour le terme additif de la pente. En utilisant cette valeur, on peut rechercher maintenant la valeur optimale de a_5 , qui nous permet d'obtenir la figure 3.22.

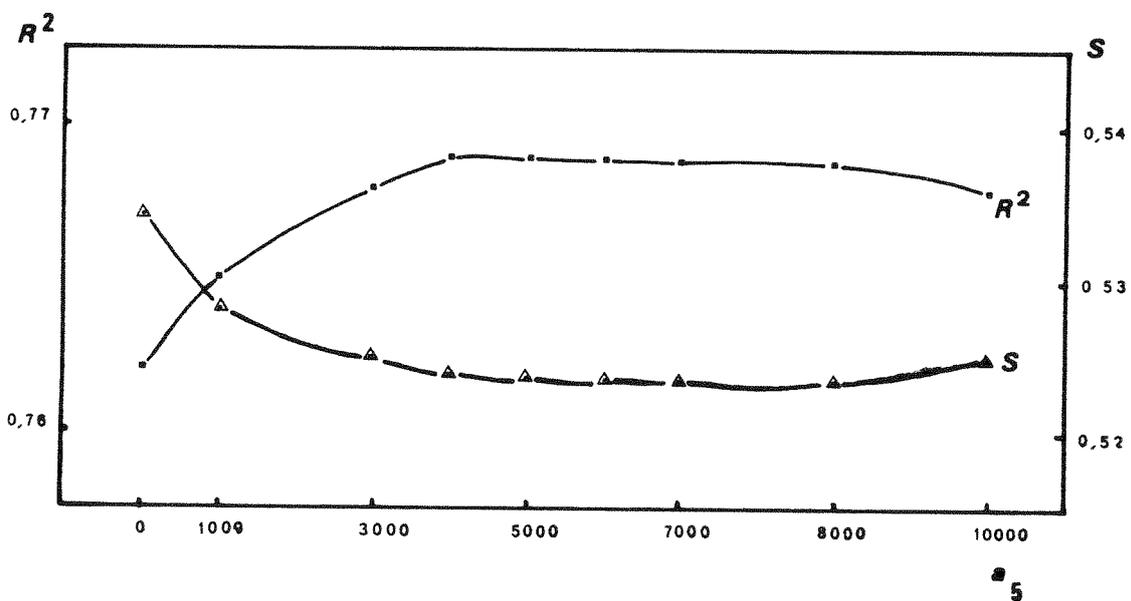


Figure 3.22 - Recherche de la valeur optimale de a_5 pour la formulation globale

On a donc retenu la valeur 5000 pour le terme additif du produit PQ/W .

Cela posé, on peut maintenant déterminer les autres coefficients. Les éléments de la meilleure régression obtenue sont présentés à la figure 3.23, pour $a_4 = 0.0001$ et $a_5 = 5000$.

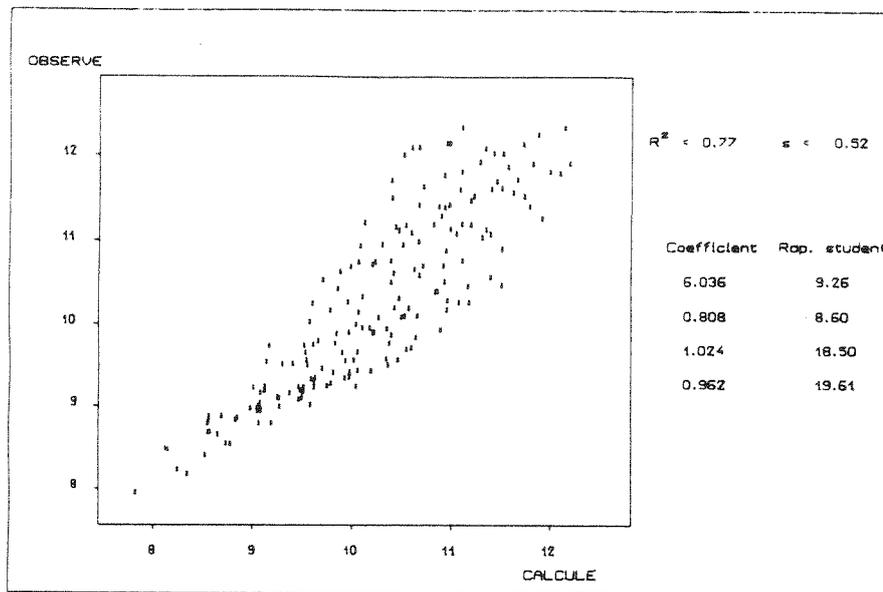


Figure 3.23 - Eléments de la régression pour l'atténuation, avec la formulation globale

Il faut remarquer ici que ces résultats concernent les cas où l'atténuation observée est supérieure à 2 %. On a jugé, en effet, que les valeurs trop faibles de l'atténuation sont peu significatives. l'échantillon effectivement pris en compte est de 184 événements, ce qui correspond à 72 % de l'ensemble initial de 256 cas.

Ces éléments nous permettent d'écrire l'expression suivante :

$$Q_2 = Q_1 \text{EXP} \left[\frac{-L}{418 K^{0.81} (1+0.0001)^{1.02} (P_1 Q_1 / W + 5000)^{0.96}} \right]$$

Si l'on introduit une nouvelle variable D_G , donnée par l'expression (3.30) :

$$D_G = 418 K^{0.81} (1 + 0.0001)^{1.02} (P_1 Q_1 / W + 5000)^{0.96} \quad (3.30)$$

On peut obtenir l'expression (3.31) :

$$Q_2 = Q_1 \text{EXP} \left(-\frac{L}{D_G} \right) \quad (3.31)$$

Avec les expressions (3.30) et (3.31), on peut donc évaluer le débit de pointe à l'aval, à partir des caractéristiques des cours d'eau et des crues. Ces expressions sont rigoureusement valables pour une longueur quelconque du tronçon étudié.

En ce qui concerne le temps de transfert, en précisant l'expression 3.29, on a proposé l'expression suivante:

$$dT/dx = 1 / [b_0 K^{b_1} (1 + b_4)^{b_2} (PQ / W + b_5)^{b_3}]$$

En intégrant, on obtient :

$$T = (x_2 - x_1) / [b_0 K^{b_1} (1 + b_4)^{b_2} (P_1 Q_1 / W + b_5)^{b_3}]$$

Où :

- T : temps de transfert des débuts de crue, en s ;
- $x_2 - x_1 = L$: longueur de tronçon, en m ;
- K : coefficient de Strickler ;
- P_1 : durée totale de dépassement à l'entrée, en s ;
- Q_1 : débit de pointe à l'entrée du tronçon, en m^3/s ;
- W : longueur de cours d'eau, en m ;
- i : pente.

Selon une démarche semblable à celle suivie pour l'atténuation, on peut maintenant effectuer des régressions linéaires sur les logarithmes des variables, pour déterminer les coefficients b_0 , b_1 , b_2 et b_3 , après la recherche, par tâtonnement, des valeurs optimales de b_4 et b_5 . Cette recherche nous donne la figure 3.24, pour $b_5 = 0$.

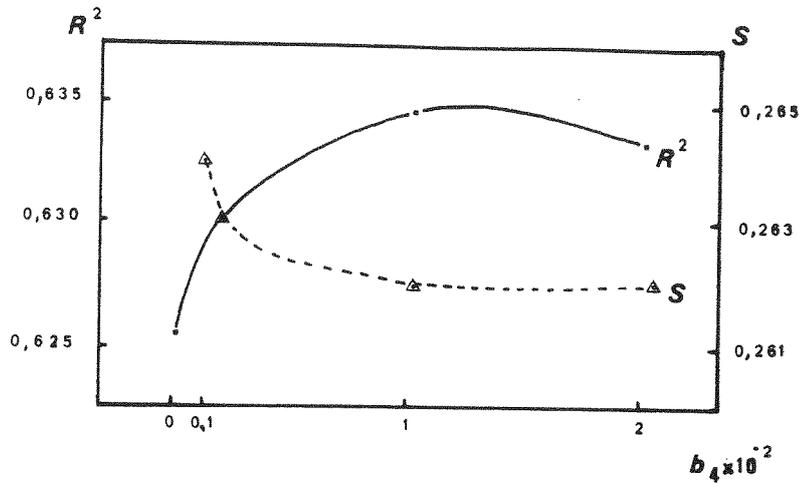


Figure 3.24 - Recherche de la valeur optimale de b_4 pour la formulation globale

En utilisant la valeur 0,001 pour b_4 , la recherche de b_5 nous permet de constater l'absence d'intérêt d'avoir une constante additive pour le produit PQ/W (figure 3.25).

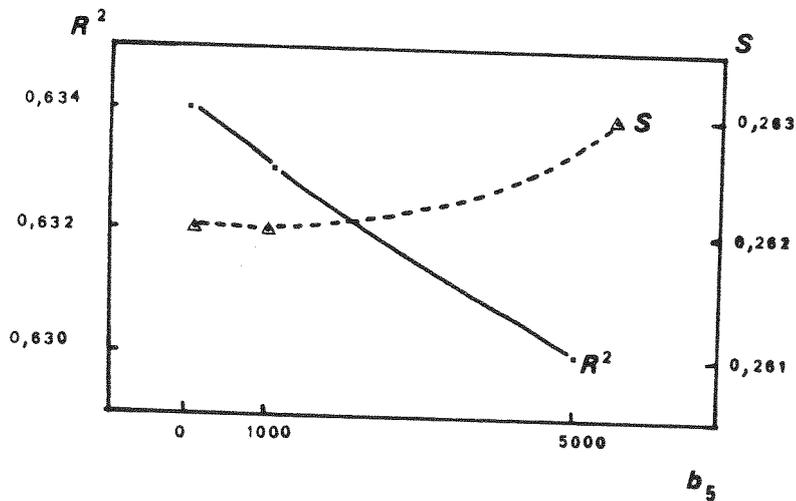


Figure 3.25 - Recherche de la valeur optimale de b_5 pour la formulation globale

Les résultats de la meilleure régression obtenue sont présentés à la figure 3.26, avec les coefficients b_4 et b_5 ainsi fixés.

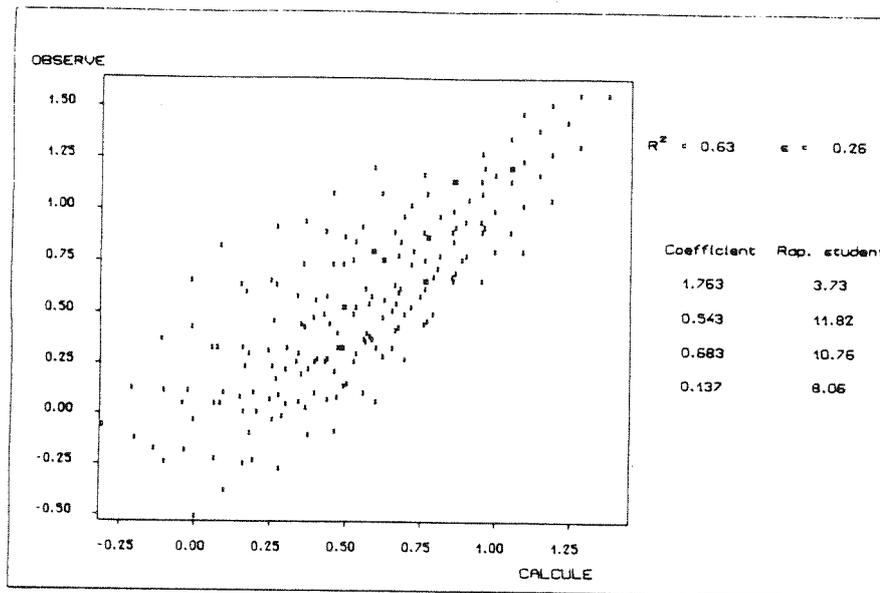


Figure 3.26 - Résultats de la régression pour le temps de transfert, avec la formulation globale

Comme pour l'atténuation, on a également introduit une limitation à l'échantillon effectivement traité : on n'a pas considéré les pentes les plus faibles ($I = 0,00005$) ; notre échantillon a donc une taille résiduelle de 192 valeurs.

Les résultats de la régression nous permettent d'écrire l'expression suivante :

$$T = L / [5,8 K^{0.54} (1 + 0.001)^{0.68} (P_1 Q_1 / W)^{0.14}]$$

Si l'on introduit une nouvelle variable C_G , donnée par l'expression (3.32) :

$$C_G = 5,8 K^{0.54} (1 + 0.001)^{0.68} (P_1 Q_1 / W)^{0.14} \quad (3.32)$$

On peut établir l'expression (3.33) :

$$T = L / C_G \quad (3.33)$$

Les expressions (3.32) et (3.33) nous permettent donc d'évaluer le temps de transfert des débuts de pointe de crue. Cependant, on peut constater que le paramètre débit de pointe semble

jouer un rôle important pour l'explication du temps de transfert. En effet, on constate une erreur standard assez importante, qui implique une estimation trop incertaine pour le temps de transfert.

L'ensemble des expressions, (3.30) et (3.31) pour l'atténuation et (3.32) et (3.33) pour le temps de transfert, ainsi que les expressions (3.14) et (3.15) pour la forme de la pointe de la crue, constituent donc un modèle simplifié global pour l'étude de la propagation. Ce modèle global nous permet d'évaluer, de façon directe et très simple, les principaux éléments du phénomène de propagation, à partir de caractéristiques facilement repérables des cours d'eau et des crues.

Cependant, les incertitudes du modèle précédent nous poussent à rechercher un modèle plus précis, même si cela doit conduire à des expressions dont la validité est limitée à un pas d'espace fixe donné. Cette recherche constitue l'objet du paragraphe suivant.

3.4.3 - Modèle simplifié à pas d'espace fixé

Pour obtenir un modèle plus performant, on va refaire la démarche précédente, en cherchant, maintenant, une formulation élargie, avec la prise en compte de l'ensemble des variables en jeu. On risque cependant d'obtenir un modèle qui ne sera valable que pour le pas d'espace de 5000 m, constituant la longueur du tronçon central adopté dans les simulations effectuées pour cette étape de l'étude.

Selon la remarque déjà faite aux paragraphes 3.3.2. et 3.4.2., puisque l'on s'intéresse à la pointe de la crue, et non à tout l'hydrogramme une variable disparaît dans notre description du phénomène, ce qui simplifie significativement sa représentation mathématique.

En reprenant les notations du paragraphe précédent, illustrées dans la figure 3.19, notre système d'équations (3.28) et (3.29) pourra maintenant intégrer le débit de pointe comme variables dans les fonctions f et g. On a donc :

$$d(Q/W)/dx = f(K, l, PQ/W, Q/W) \quad (3.34)$$

$$dT/dx = g(K, l, PQ/W \text{ ou } t_m, Q/W) \quad (3.35)$$

C'est ce système d'équations que l'on propose pour la modélisation de la propagation. On présente ci-après les deux composantes retenues pour l'étude : l'atténuation et la durée de propagation de la pointe.

3.4.3.1 - L'atténuation de la pointe

En ce qui concerne l'atténuation, on peut préciser un peu le modèle donné par (3.34) avec l'expression (3.36) :

$$d(Q/W)/dx = -\frac{1}{\alpha} h(K, l, PQ/W) (Q/W)^{1+\alpha} \quad (3.36)$$

Ce qui donne par intégration :

$$\frac{1}{(Q_2/W)^\alpha} - \frac{1}{(Q_1/W)^\alpha} = (x_2 - x_1) h(K, l, (P_1 Q_1/W))$$

Ou encore :

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1}{[1 + (x_2 - x_1) h(K, l, P_1 Q_1/W) Q_1^\alpha]^{1/\alpha}} \quad (3.37)$$

On peut poser :

$$h(K, l, (P_1 Q_1/W) Q_1^\alpha) = 1/D_5$$

Avec D_5 ayant la dimension d'une longueur.

L'expression (3.37) devient, en notant L la différence $x_2 - x_1$ ($L = 5000$ m, dans notre cas) :

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1}{(1 + L / D_5)^{1/\alpha}}$$

Maintenant, on va abandonner le modèle (3.36) et modifier légèrement la formulation précédente pour construire empiriquement un modèle plus précis, mais non généralisable à un pas d'espace quelconque. On peut introduire à cet effet un paramètre β , supplémentaire, tel que $\beta \in]0,1[$ et :

$$\frac{Q_2 - \beta Q_2}{Q_1 - \beta Q_2} = \frac{1}{(1 + L / D_5)^{1/\alpha}}$$

Ce qui donne l'expression (3.38) :

$$Q_2 = \frac{Q_1}{\beta + (1 - \beta) (1 + L / D_5)^{1/\alpha}} \quad (3.38)$$

Cette expression permet de définir a posteriori D_5 , d'après les observations de Q_1 et Q_2 , et par suite de caler un modèle explicatif pour D_5 . Ce modèle peut être représenté par l'expression (3.39) :

$$D_5 = a_0 K a_1 (1+a_5)^{a_2} [P_1 Q_1 / W + a_6]^{a_3} (Q_1 / W)^{a_4} \quad (3.39)$$

Les régressions effectuées pour la recherche de α et β par tâtonnement, nous permettent d'obtenir les résultats apparaissant dans les figures 3.27 et 3.28, pour les coefficients de détermination et les erreurs standard, respectivement, avec les coefficients a_5 et a_6 nuls :

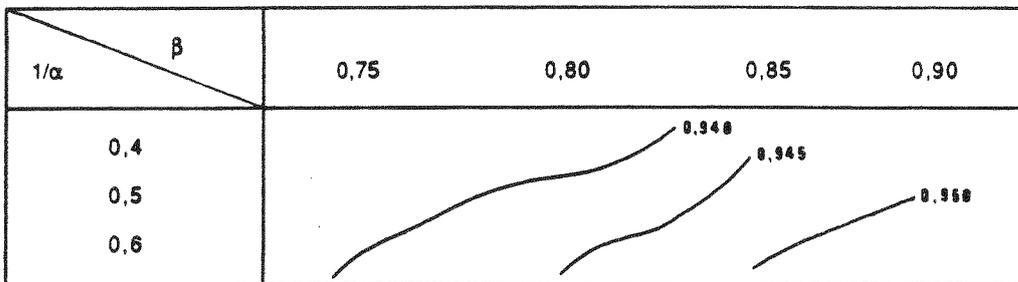


Figure 3.27 - Valeurs du coefficient de détermination (R^2)

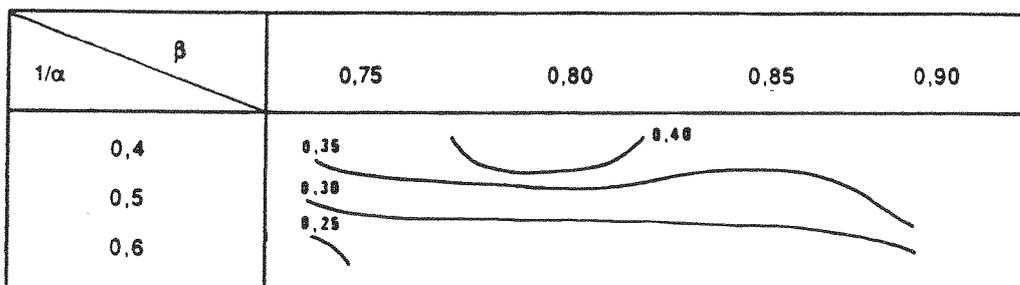


Figure 3.28 - Valeurs de l'erreur standard

On a retenu les valeurs de $\alpha = 2,0$ et $\beta = 0,85$ pour effectuer les régressions linéaires pour la détermination des coefficients a_0, a_1, a_2, a_3 et a_4 et la recherche des coefficients additifs, a_5 et a_6 par tâtonnement.. Cette recherche nous permet d'obtenir les résultats de la figure 3.29. concernant le terme additif de la pente a_5 (avec $a_6 = 0$).

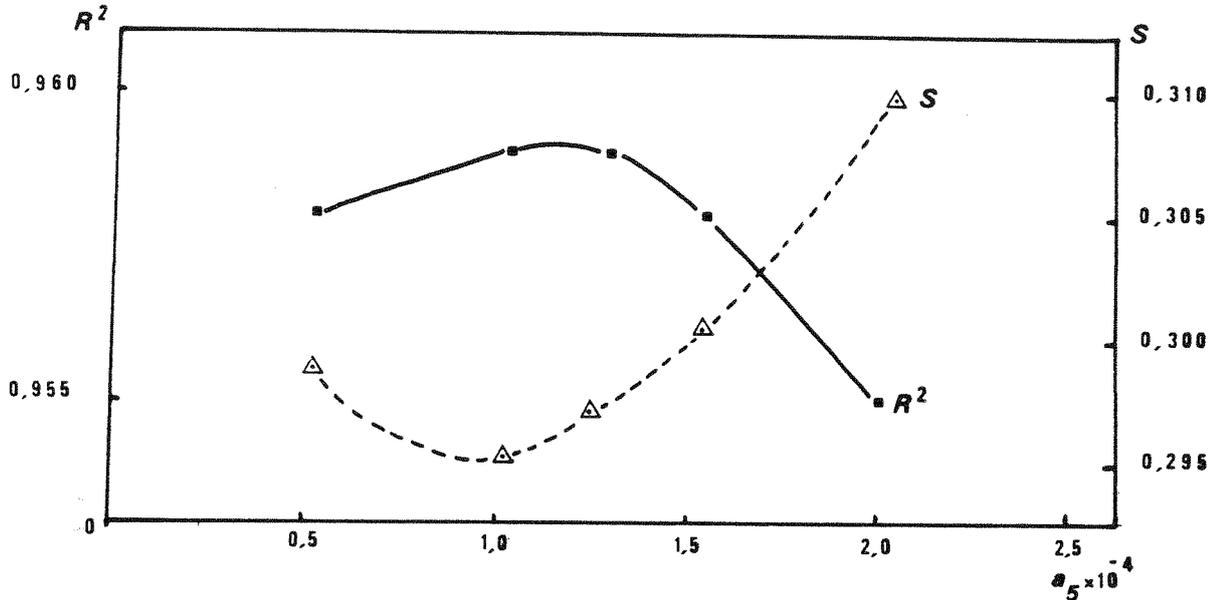


Figure 3.29 - Recherche de la valeur optimale de a_5

On a donc retenu la valeur 10^{-4} pour le terme additif de la pente, a_5 . Le terme additif du produit PQ / W , a_6 , s'est présenté comme non significatif, étant donné que son introduction nous conduit à des résultats moins satisfaisants. En effet, on a une valeur de $R^2 = 0,948$ et de $S = 0,344$ pour $a_6 = 1000$, et, par contre on a $R^2 = 0,959$ et $S = 0,295$ pour $a_6 = 0$.

Cela posé, on peut maintenant déterminer les coefficients a_0, a_1, a_2, a_3 et a_4 . Les résultats des régressions effectuées apparaissent sur la figure 3.30.

Ces résultats, obtenus avec l'échantillon d'événements où les atténuations sont supérieures à 2 %, nous permettent donc de proposer l'expression finale de la variable intermédiaire D_5 :

$$D_5 = 0,95 K^{1,27} (l+10^{-4})^{1,59} P_1^{1,64} (Q_1/W)^{0,55} \quad (3.40)$$

Le débit à l'aval peut être calculé par l'expression (3.41) :

$$Q_2 = \frac{Q_1}{0,85 + 0,15 (1 + L/D_5)^{0,5}} \quad (3.41)$$

Dans ces expressions, les unités sont celles du système international, à savoir :

- Q₁ : débit de pointe à l'entrée du tronçon, au dessus du débit de crue, en m³/s ;
- Q₂ : idem, à la sortie du tronçon ;
- K : coefficient de Strickler ;
- I : pente ;
- W : largeur moyenne du tronçon, en m ;
- P₁ : durée totale de dépassement à l'amont en s ;
- L : longueur du tronçon, en m.

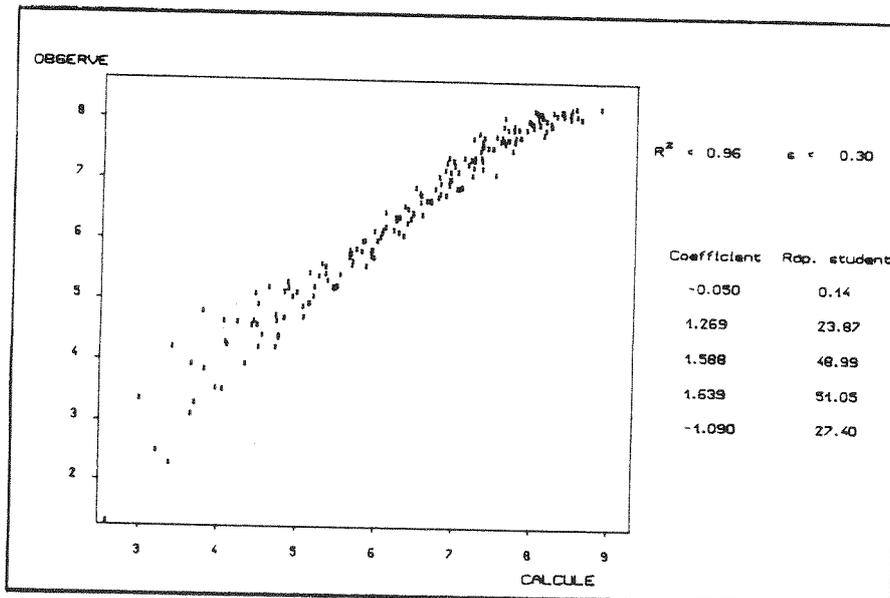


Figure 3.30 - Résultats de la régression pour D₅

Avec l'utilisation de ces deux expressions, (3.40) et (3.41), on peut donc évaluer, de façon simple et rapide, l'atténuation d'une crue sur un bief donné. Il reste, maintenant à étudier le temps de transfert de la crue.

3.4.3.2 - Le temps de transfert

De façon similaire à celle adoptée pour l'atténuation, il faut préciser ici l'expression (3.35) :

$$dT/dx = k(K, l, PQ/W)/(Q/W)^\sigma \quad (3.42)$$

D'après (3.38) on a :

$$(Q/W)^\sigma = (Q_1/W)^\alpha \frac{1}{\{\beta + (1 - \beta) [1 + (x - x_1) / D_5]^{1/\alpha}\}^\sigma}$$

Ce qui donne :

$$\frac{dT}{dx} = \frac{k(K, l, P_1 Q_1 / W)}{(Q_1 / W)^\sigma} \{\beta + (1 - \beta) [1 + (x - x_1) / D_5]^{1/\alpha}\}^\sigma$$

Si l'on introduit une nouvelle variable C_5 donnée par (3.43) :

$$\frac{1}{C_5} = \frac{k(K, l, P_1 Q_1 / W)}{(Q_1 / W)^\sigma} \quad (3.43)$$

Il vient :

$$dT/dx = \frac{1}{C_5} \{(\beta + (1 - \beta) [1 + (x - x_1) / D_5]^{1/\alpha})\}^\sigma$$

Soit :

$$C_5 T = \int_0^L [\beta + (1 - \beta) (1 + x/D_5)^{1/\alpha}]^\sigma dx \quad (3.44)$$

Cette relation permet de calculer C_5 en fonction de T et par suite de caler un modèle explicatif pour C_5 , donné par une expression du type de (3.45) :

$$C_5 = b_0 K^{b_1} (1+b_5)^{b_2} (P_1 Q_1 / W + b_6)^{b_3} (Q_1 / W)^{b_4} \quad (3.45)$$

Avec $b_4 = \sigma$, la recherche, par tâtonnement du terme additif b_5 , nous permet d'obtenir la figure 3.31, pour $b_6 = 10000$:

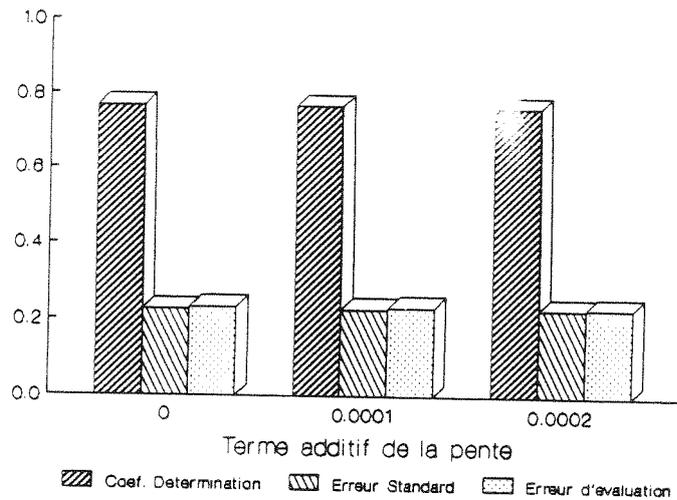


Figure 3.31 - Recherche de la valeur optimale de b_5

On voit que les résultats obtenus sont sensiblement équivalents. Pour une question de cohérence avec l'expression de l'atténuation, et de simplicité opérationnelle, on a retenu la valeur de 10^{-4} pour b_5 .

En utilisant cette valeur de b_5 , la recherche de b_6 nous conduit à la figure 3.32:

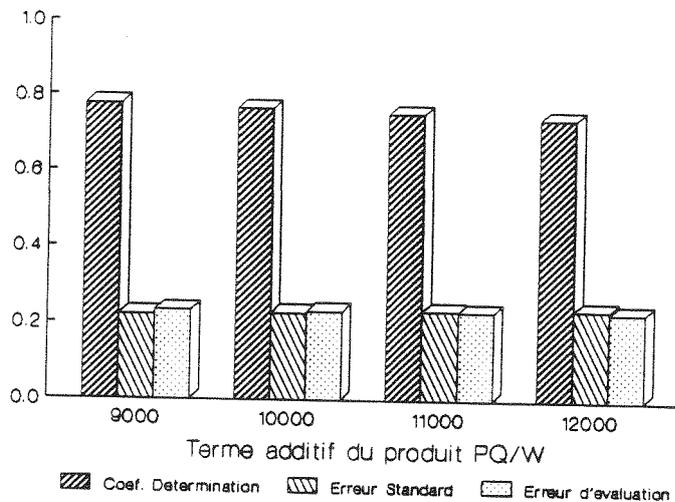


Figure 3.32 - Recherche de la valeur optimale de b_6

Cela nous permet de retenir la valeur de $1,1 \times 10^4$ pour b_6 .

Avec les termes additifs déjà fixés, on peut maintenant déterminer les coefficients b_0 , b_1 , b_2 , b_3 et b_4 de l'expression (3.45), avec calage d'un modèle linéaire sur les logarithmes des variables. On obtient les résultats présentés à la figure 3.33.

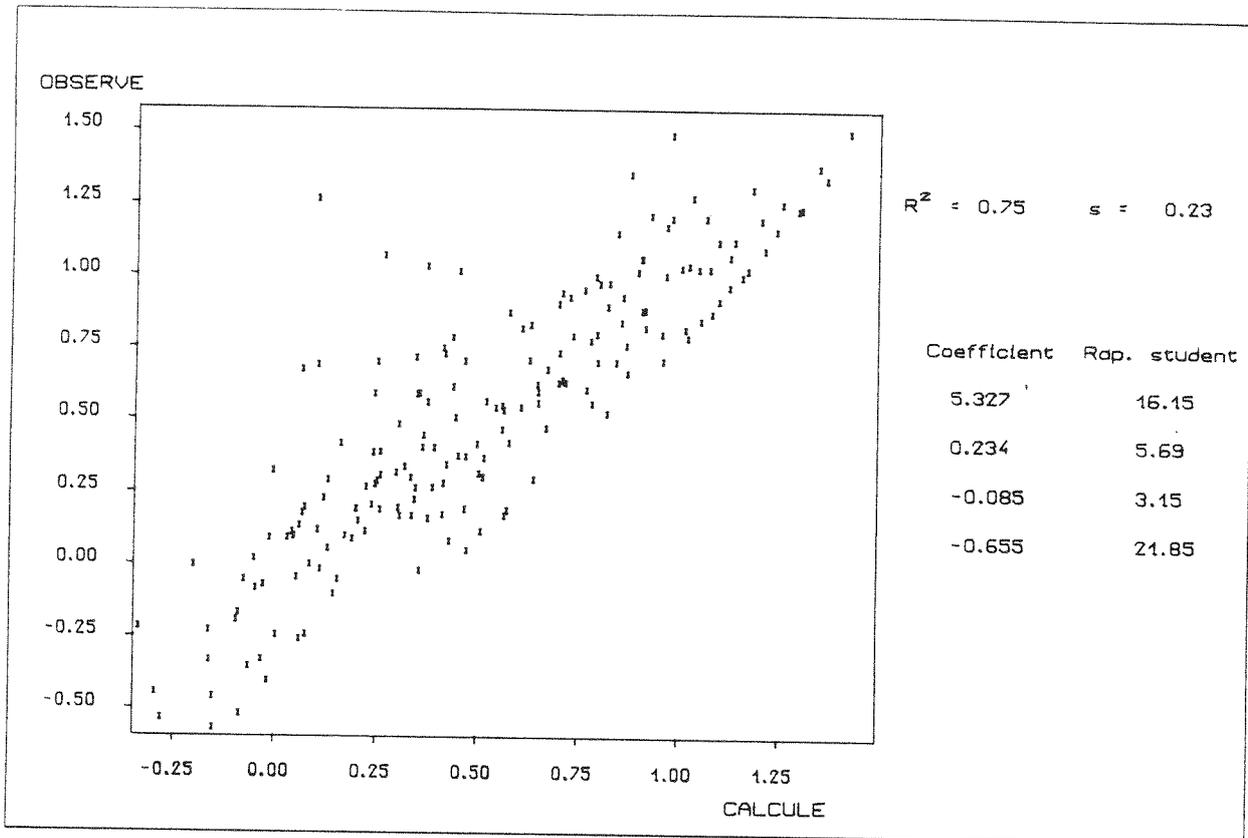


Figure 3.33 - Eléments de la régression pour C_5

Il faut noter que par cohérence avec le paragraphe précédente, on a traité un échantillon plus réduit, d'où sont exclus les cas où on a une atténuation inférieure à 2%. Avec ces résultats, on peut proposer l'expression finale pour C_5 :

$$C_5 = 205 K^{0,23} (1+10^{-4})^{-0,09} [P_1 + (1,1 \times 10^4 W/Q_1)]^{-0,66} \quad (3.46)$$

Pour obtenir une équation algébrique pour le temps de transfert, de même que pour l'atténuation, il nous faut maintenant essayer d'obtenir une estimation simplifiée de l'intégrale apparaissant dans l'expression (3.44) et qui devient l'expression (3.47) après introduction des valeurs des coefficients :

$$T = \frac{1}{C_5} \int_0^L [0.85 + 0.15 (1 + x/D_5)^{0,5}]^{0,66} dx \quad (3.47)$$

En faisant le changement de variable $x / D_5 = y$, on obtient :

$$T = \frac{D_5}{C_5} \int_0^{L/D_5} [0.85 + 0.15 (1 + y)^{0.5}]^{0.66} dy$$

On peut noter :

$$f(y) = [0.85 + 0.15 (1 + y)^{0.5}]^{0.66}$$

avec $y = x/D_5$.

Et l'on doit calculer l'intégrale :

$$S = \int_0^{L/D_5} f(y) dy$$

Or, on sait que les valeurs de D_5 dans notre échantillon sont comprises entre 18 et 252000 ; on a donc des variations de L/D_5 de 0,02 à 275. La fonction $f(y)$ est monotone croissante, avec une faible pente, ayant comme valeur minimale $f(y) = 1$, pour $y = 0$.

On peut proposer l'approximation suivante de $f(y)$ quand y est grand, en négligeant le terme 0.85 :

$$f(y) \cong 0.28 (1 + y)^{0.33}$$

Pour $y = 0$, on peut proposer la simple addition d'une constante à l'expression précédente, pour aboutir à une expression convenable et donner à $f(y)$ la valeur 1 pour $y = 0$.

$$f(y) \cong 0.72 + 0.28 (1 + y)^{0.33}$$

Nous avons à intégrer $f(y)$ pour obtenir une expression explicite pour S . Si l'on fait :

$$z = 1 + y$$

on obtient l'expression :

$$\int_1^{1+L/D5} (0.72 + 0.28 z^{0.33}) dz$$

Expression que l'on peut intégrer facilement :

$$0.72 \frac{L}{D5} + 0.28 \left[\frac{z^{1.33}}{1.33} \right]_1^{1+L/D5}$$

ou :

$$0.72 \frac{L}{D5} + 0.21 [(1 + L/D5)^{1.33} - 1]$$

L'expression correspondante pour le temps de transfert est donc la suivante :

$$T = \frac{D5}{C5} \{0.72 L/D5 + 0.21 [(1 + L/D5)^{1.33} - 1]\} \quad (3.48)$$

On pourrait proposer encore une expression qui nous donne une approximation plus fine de $f(y)$. En effet, dans la gamme de variation de notre échantillon, l'addition du terme 0.72 à $(1 + y)$, nous conduit à une surestimation de $f(y)$ pour des valeurs de $y > 0$ (cf. figure 3.34) :

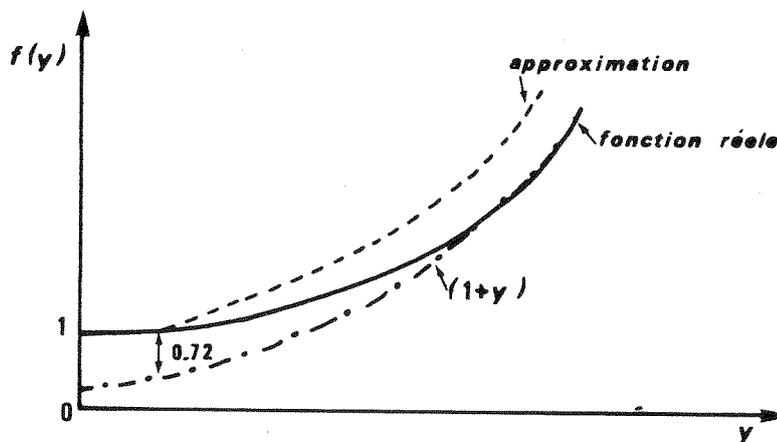


Figure 3.34 - La fonction $f(y)$ et son approximation

Ainsi, on peut remplacer le terme constant 0.72 par une fonction qui décroît avec la croissance de y . On propose donc une nouvelle approximation, S_c donnée par l'expression (3.49) :

$$f(y) = \frac{0.714}{(1+y)^A} + 0.286(1+y)^{0.33} \quad (3.49)$$

L'exposant A peut être calé de façon à minimiser l'erreur faite sur l'intégrale S en calculant la nouvelle approximation de l'intégrale S_c à partir de (3.49).

Dans ces conditions, on a :

$$S_c = \int_0^{L/D5} \frac{0.714}{(1+y)^A} dy + 0.286 \int_0^{L/D5} (1+y)^{0.33} dy$$

Avec $1+y = z$, on a :

$$S_c = 0.714 \int_1^{1+L/D5} 1/z^A dz + 0.286 \int_1^{1+L/D5} z^{0.33} dy$$

et :

$$S_c = \frac{0.714}{1-A} \left[z^{1-A} \right]_1^{1+L/D5} + \frac{0.286}{1.33} \left[z^{1.33} \right]_1^{1+L/D5}$$

Soit donc :

$$S_c = \frac{0.714}{1-A} \left[(1+L/D5)^{1-A} - 1 \right] + \frac{0.286}{1.33} \left[(1+L/D5)^{1.33} - 1 \right] \quad (3.50)$$

On veut que l'expression S_c , donnée par (3.50) soit la plus proche possible de S . Comme S dépend de A , en faisant $S_c = S$ on obtient une équation en A pour différentes valeurs de $L/D5$ (tableau 3.7).

L/D_5	S	Valeur de A telle que $Sc = S$	Valeur de Sc pour $A = 0.08$
1	1,022	0.066	1.018
2	2,078	0.069	2.068
10	11,301	0,077	11.273
50	67,337	0,089	68.038
200	342,004	0,099	349.764

Tableau 3.7 - Recherche d'une valeur adéquate pour A

On constate donc une faible variation du coefficient A. En adoptant une valeur centrale ($A = 0.08$), qui nous conduit à des faibles erreurs. On peut donc proposer l'expression suivante pour l'approximation de l'intégrale :

$$Sc \approx 0.776 [(1 + L/D_5)^{0.92} - 1] + 0.215 [(1 + L/D_5)^{1.33} - 1]$$

Le calcul du temps de transfert serait donc effectué par l'expression (3.51) :

$$T = \frac{D_5}{C_5} \{0.776 [(1 + L/D_5)^{0.92} - 1] + 0.215 [(1 + L/D_5)^{1.33} - 1]\} \quad (3.51)$$

Cependant, pour la suite du travail, on va conserver l'expression de T donnée par (3.48). En effet, les incertitudes concernant les différentes étapes de notre démarche nous autorisent à utiliser une approximation assez grossière de l'intégrale.

Les expressions (3.46) et (3.48) nous permettent donc d'évaluer le temps de transfert des pointes de crues. Dans ces expressions, les unités sont celles du système international :

- K : coefficient de Strickler ;
- I : pente;
- P_1 : durée totale de dépassement à l'entrée du tronçon, en s ;
- W : longueur moyenne du cours d'eau, en m ;

- Q_1 : débit de pointe à l'entrée du tronçon, en m^3/s ;
- T : temps de transfert, en s ;
- L : longueur du cours d'eau, en m.

3.4.3.3 - Le modèle simplifié proposé

On vient d'établir un système simple pour la propagation d'une pointe de crue le long d'un bief de caractéristiques données. La méthode de calcul proposée consiste à décomposer le bief en tronçons de 5000 m de longueur, le dernier étant le seul à avoir, éventuellement, une longueur plus faible. Pour chaque tronçon de longueur $L \leq 5000$ m, la propagation se présente comme illustré par la figure 3.35 :

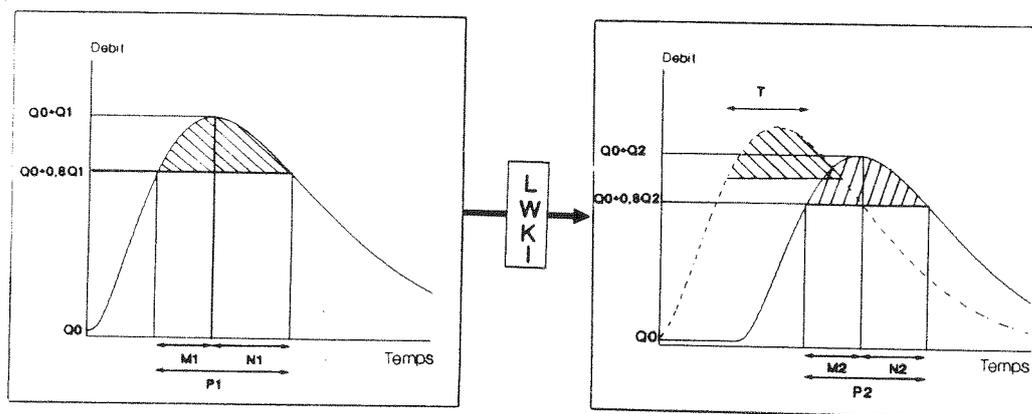


Figure 3.35 - Le modèle simplifié de propagation

Les éléments du système sont les suivants :

- Crue amont, décrite par Q_1 et P_1 , respectivement le débit de pointe et la durée de la crue pour la partie de l'hydrogramme dépassant 80 % du débit de pointe. Subsidièrement, on peut avoir la décomposition de P_1 , en M_1 et N_1 , qui correspondent, respectivement, à la durée de montée et de décrue, de la partie de l'hydrogramme dépassant 80 % du débit de pointe. Le débit de base, Q_0 , reste neutre le long de la propagation.

- Les tronçons de calcul résultants de la décomposition du bief, de longueur $L \leq 5000$ m, de largeur W , de coefficient de Strickler K et de pente I .

- Les variables à déterminer sont Q_2 et P_2 , respectivement le débit de pointe et la durée à l'aval, ainsi que T , le temps de transfert.

On peut calculer ces trois variables par l'intermédiaire des équations algébriques, utilisant les variables intermédiaires C_5 et D_5 , expressions (3.52) et (3.53) :

$$C_5 = \frac{205 K^{0,23}}{(1 + 10^{-4})^{0,09} [P_1 + 1,1 \times 10^4 W / (Q_1 - Q_0)]^{0,66}} \quad (3.52)$$

$$D_5 = 0,95 K^{1,27} (1 + 10^{-4})^{1,59} P_1^{1,64} [(Q_1 - Q_0)/W]^{0,55} \quad (3.53)$$

Les équations algébriques sont alors données par les expressions (3.54), (3.55) et (3.48), que l'on rappelle ici :

$$Q_2 = Q_0 + \frac{Q_1 - Q_0}{0,85 + 0,15 (1 + L / D_5)^{0,5}} \quad (3.54)$$

$$P_2 = P_1 (Q_1 - Q_0) / (Q_2 - Q_0) \quad (3.55)$$

$$T = \frac{D_5}{C_5} \{0,72 L / D_5 + 0,21 [(1 + L / D_5)^{1,33} - 1]\} \quad (3.48)$$

L'erreur standard de ce modèle est de 6 % environ pour l'évaluation de Q_2 et de 23 % pour l'estimation de T .

Il faut rappeler que la forme de la crue (M / N), n'intervient pas de façon très sensible dans le calcul de Q_2 et T . Cependant, si on connaît la forme de la crue à l'amont grâce à une identification séparée de M_1 et de N_1 , on peut en déduire la déformation de la crue, tout au long d'un tronçon, et

par suite calculer M_2 et N_2 par les expressions (3.56) et (3.57) ci-après, obtenues à partir des expressions (3.56) et (3.57) ci-après:

$$M_2 = \frac{(M_1 + N_1) (Q_1 - Q_0) / (Q_2 - Q_0)}{M_1 + N_1 \{ (Q_1 - Q_0) / (Q_2 - Q_0) \}^{0.6}} M_1 \quad (3.56)$$

$$N_2 = (M_2 / M_1) (Q_1 - Q_0) / (Q_2 - Q_0)^{0.6} N_1 \quad (3.57)$$

L'ensemble de ces calculs est à répéter autant de fois qu'il y a de tronçons de 5000 m dans le bief étudié.

On rappelle encore que, dans toutes ces équations, les unités sont celles du système international.

Le modèle proposé est donc très simple et présente une approximation suffisante pour dégrossir le problème de la propagation, au stade d'un avant-projet. Il convient de prendre en compte le domaine de validité du modèle et d'accepter l'incertitude liée à l'ignorance de la condition aval.

3.4.4 - Etude de l'effet de la pente sur le temps de transfert

Dans l'étude menée pour la mise au point du modèle simplifié global, on a constaté que l'exclusion des pentes les plus faibles de notre échantillon ($I = 0,00005$) nous a permis l'obtention d'expressions plus précises pour le temps de transfert.

De même, dans le modèle à pas d'espace fixé, on a constaté que quelques points, dans la figure 3.33 se détachaient du nuage, indiquant ainsi une mauvaise représentation du phénomène par le modèle, dans un certain nombre de cas. Nous avons remarqué que tous ces points anormaux concernaient les pentes les plus faibles, c'est-à-dire $I = 0,00005$. L'analyse de l'ensemble de notre échantillon nous a permis, en effet, de vérifier qu'en général, l'augmentation de la pente, toutes choses égales, nous conduisait, d'abord à une croissance du temps de transfert et, ensuite, à une décroissance de celui-ci. Les points où l'on constate les valeurs maximales du temps de transfert concernent des pentes entre 0,00005 et 0,00045. On vérifie donc, d'une façon assez nette, que la relation entre la pente et le temps de transfert n'est pas une fonction monotone décroissante, c'est-à-dire que la fonction liant le paramètre C (C_G et C_5) à la pente présente un minimum, qui se situe au voisinage des faibles pentes.

Cela posé, on a essayé de caler de nouvelles expressions de C_G et C_5 , dans les modèles simplifiés globaux et à pas d'espace fixé, avec la prise en compte de cette particularité du paramètre

penne. Ainsi, on a proposé que C soit proportionnel à une fonction de la pente et l'on a essayé plusieurs expressions :

$$- [(\ln \alpha)^2 + \beta]^a \quad (3.58)$$

$$- [1 + 10^{-4}/\alpha + 10^{-8}/(1 + 10^{-4}/\alpha)]^a \quad (3.59)$$

$$- [1/0.1 + \alpha/0.1]^a \quad (3.60)$$

$$- \alpha (P_1 + \beta/Q_1)^{-0.66} (1 + 10^{-4})^{0.1} + \gamma (P_1 + \beta/Q_1)^{-0.66} (1 + 10^{-4})^{-0.1} + \varepsilon \quad (3.61)$$

$$- \alpha (P_1 + \beta/Q_1)^{-0.66} (1 + 10^{-4})^{0.1} + \gamma (P_1 + \beta/Q_1)^{-0.66} (1 + 10^{-4})^{-0.1} + \varepsilon \quad (3.62)$$

$$- \alpha (P_1 + \beta/Q_1)^{-0.66} (1 + 10^{-4})^{0.1} + \gamma (P_1 + \beta/Q_1)^{-0.66} (1 + 10^{-4})^{-0.1} \quad (3.63)$$

On a effectué des régressions linéaires et on a utilisé une méthode d'optimisation nommée "Méthode Pas-à-Pas" (CEMAGREF, 1989). L'ensemble des expressions essayées et des résultats obtenus sont présentés dans le tableau 3.8 :

EXPRESSION DE C EN FONCTION DE LA PENTE	MODELE GLOBAL *			MODELE A PAS D'ESPACE		
	R ²	S	Erreur temps transfert (%)	R ²	S	Erreur temps transfert (%)
3.58	0,413	0,355	35,19	0,762	0,228	22,01
3.59	0,413	0,355	35,19	0,758	0,231	22,36
3.60	0,413	0,355	35,19	0,773	0,222	22,84
3.61	-	-	-	-	-	20,56
3.62	-	-	-	-	-	21,08
3.63	-	-	-	-	-	21,09
αa (Normal)	0,413	0,355	35,20	0,754	0,234	23,13

* Avec l'ensemble de l'échantillon (l = 0, 00005 incluses)

Tableau 3.8 - Résultats obtenus avec différentes expressions de C en fonction de la pente

L'analyse de ces résultats nous permet, effectivement, de voir que la pente a un rôle complexe vis-à-vis du temps de transfert. En effet, on constate, en général, une amélioration de l'évaluation du temps de transfert avec l'introduction d'une fonction non monotone de la pente. Cependant, ces améliorations sont faibles, ce qui semble indiquer que l'on n'a pas encore proposé une fonction transformée de la pente qui représente convenablement le phénomène. Il semble que dans cette zone où a lieu l'inversion du rôle de la pente, la fonction soit assez plate, ce qui introduit un domaine de non-influence de la variable pente sur le coefficient C et donc sur le temps de transfert.

Il semble tout-à-fait utile et intéressant de poursuivre cette recherche sur le rôle effectif de la pente dans le phénomène. Cependant, dans le cadre limité de cette thèse, cette recherche n'a pas pu aboutir. Ainsi, compte-tenu du caractère très sommaire des expressions essayées, et aussi de la faiblesse des améliorations obtenues par rapport aux modèles simplifiés, on ne retiendra aucune de ces formulations pour l'évaluation du temps de transfert des pointes de crues.

3.5 - Conclusions

Dans cette troisième partie de la thèse, l'étude de l'influence des caractéristiques des biefs et des crues sur la propagation nous a permis de voir un certain nombre d'aspects intéressants.

En effet, nous avons confirmé, tout d'abord, l'absence d'influence sensible du débit de base sur le phénomène de propagation. Ensuite, l'étude effectuée sur les pas de calcul, dans la résolution du système de Saint-Venant par un schéma numérique implicite, nous a donné un aperçu sur le rôle réel de ces paramètres sur le routage. Les constatations effectuées, qui semblent très nettes, sont, cependant limitées au cadre physique simplifié, de la présente étude.

Au niveau de l'influence de la condition en limite aval, l'étude a permis aussi d'apercevoir son rôle sur le phénomène. On a toujours les limitations liées au cadre restreint de l'étude avec en plus, l'absence d'évaluation de l'effet de l'éloignement de la limite aval. Malgré ces limitations, on a pu évaluer l'ordre de grandeur de son effet, et la comparer avec les incertitudes des modèles simplifiés de propagation que l'on propose.

Enfin, les liaisons mises en évidence entre d'une part les différentes caractéristiques des cours d'eau et des crues et d'autre part les éléments de la propagation, sont fort intéressantes, en permettant de voir, de façon directe et très simple, le rôle de chaque paramètre sur le routage. Ces relations, qui constituent le noyau central de cette partie de la thèse, permettent d'aboutir à l'objectif pragmatique fixé au départ, à savoir l'obtention de modèles simplifiés de propagation.

En ce qui concerne les modèles, ils permettent de faire une pré-estimation rapide de la propagation d'une pointe de crue. En effet, les erreurs des modèles sont acceptables pour des estimations absolues et sont encore moins gênantes pour des estimations relatives. En particulier, la méthode pourrait être utile pour des études préliminaires d'impacts d'aménagements de cours d'eau. En effet, sachant que les paramètres caractéristiques des cours d'eau apparaissent de façon explicite dans les résultats, l'évaluation de l'impact d'un aménagement peut être dégrossi immédiatement.

Rappelons enfin que les précédents résultats ont été obtenus après avoir procédé à des simplifications assez énergiques portant essentiellement sur la géométrie des cours d'eau et sur la description analytique des résultats. Les modèles obtenus sont très simples puisque sous forme d'équations algébriques explicites. En fait, dans cette démarche, nous ne disposons que de très peu de liberté car une description plus fine aurait, rapidement, conduit à une formulation beaucoup moins maniable et le gain par rapport au traitement direct des équations de Saint Venant aurait été insignifiant. Ainsi, le choix que nous avons du faire permet d'obtenir ce gain en robustesse et simplicité au prix, cependant, d'une description approximative de la propagation, surtout en ce qui concerne le temps de transfert.

QUATRIEME PARTIE

**APPLICATION DES MODELES PROPOSEES SUR DES COURS
D'EAU REELS**

4.1 - INTRODUCTION

Le but de cette partie de la thèse est de vérifier l'aplicabilité des méthodologies simplifiées proposées pour l'étude de la propagation de crues, de façon concrète, sur des cours d'eau et des crues réels.

En effet, le modèle Hayami simplifié, proposé à la deuxième partie de la thèse, a été fondé sur des démarches théoriques. Les modèles simplifiés fondés sur Saint Venant, étudiés dans la troisième partie, ont été bâtis sur des régressions, effectuées sur des données de crues synthétiques.

Il nous faut, donc, essayer de valider ces modèles par l'intermédiaire d'une application sur des crues réelles, propagées sur des cours d'eau naturels. En effet, on a choisi de travailler sur des situations déjà bien connues, avec des données facilement accessibles, de façon à permettre l'application aisée des méthodologies que l'on a proposées.

On a donc cherché des cas réels, dans la littérature, et on a travaillé sur 17 crues sur 7 biefs, comme décrit par la suite, au paragraphe 4.2. La démarche suivie pour l'application des modèles et les résultats obtenus sont présentés aux paragraphes 4.3 et 4.4.

4.2 - LES DONNEES UTILISEES

Dans le sens de la recherche d'une généralisation de l'applicabilité des modèles proposées, on a traité 17 événements de crues propagés sur 5 rivières, correspondant à 7 tronçons différents. Les caractéristiques physiques des cours d'eau et les crues sont très différentes, permettant ainsi l'étude sur des situations assez variées. Les données utilisées, pour chaque cours d'eau, sont décrites ci-après.

4.2.1- La Seine (France)

En ce qui concerne la Seine, on a étudié deux crues, propagées sur deux tronçons (Lebreton et Benoist, 1968).

Les deux tronçons concernent la "Petite Seine", comme on peut le voir sur la figure 4.1. Le cours d'eau, dans cette partie, présente une faible débitance, avec des débordements à partir de $70 \text{ m}^3/\text{s}$.

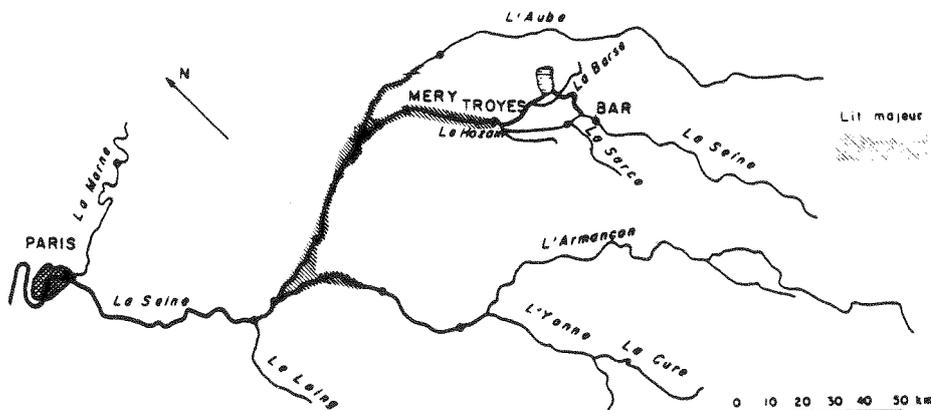


Figure 4.1 - Localisation des biefs de la Seine (d'après Lebreton et Benoist)

On ne dispose pas de données topographiques détaillées, mais on sait que le tronçon Bar - Méry, avec une longueur d'environ 70 km, présente une pente moyenne, obtenue à partir de cartes 1/25.000, de $0,00106 \text{ m/m}$. Le deuxième tronçon, entre Troyes et Méry, de 28 km environ de longueur, présente une pente moyenne de $0,00079 \text{ m/m}$.

En ce qui concerne les crues, les données utilisées dans la présente étude correspondent aux crues de 1955, pour le tronçon Bar-Méry, et de 1958, pour le tronçon Troyes-Méry, comme on peut le voir à la figure 4.2.

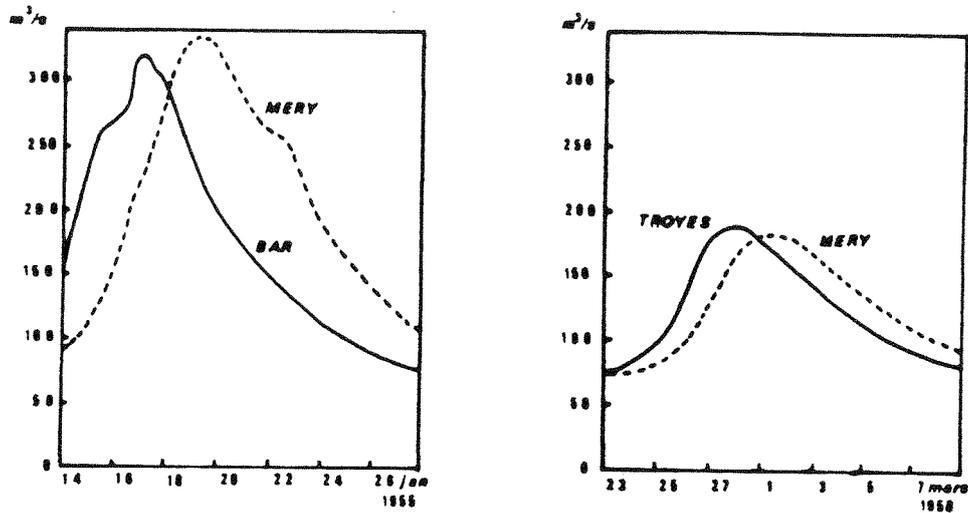


Figure 4.2 - Les crues de la Seine (d'après Lebreton et Benoist, 1968)

Les principales caractéristiques des crues sont présentées au tableau 4.1. Il faut remarquer que les valeurs de débits aval listées ont été déjà corrigées pour prendre en compte les apports intermédiaires.

DATE	CRUE AMONT		CRUE AVAL	
	Débit (m^3/s)	Durée (s)	Débit (m^3/s)	Retard (s)
25/03/58	193	345 600	182	138 200
14/01/55	320	288 900	280	191 800

Tableau 4.1 - Caractéristiques des crues de la Seine

4.2.2 - Wye River (Grande Bretagne)

Le deuxième cours d'eau étudié est la Wye River, située en Grande Bretagne. Il s'agit ici de deux tronçons, entre Erwood et Belmont et entre Belmont et Redbrook (N.E.R.C., 1975).

Le premier tronçon étudié, entre Erwood et Belmont, comme on peut le voir à la figure 4.3 et au tableau 4.2, présente une longueur de 69,75 km, et une pente moyenne de 0,00088 m/m. Selon les indications de la référence bibliographique, le tronçon présente une largeur moyenne de la plaine d'inondation de 400 m environ, une largeur de lit mineur de 50 m, en moyenne, avec une débitance d'environ 400 m³/s.

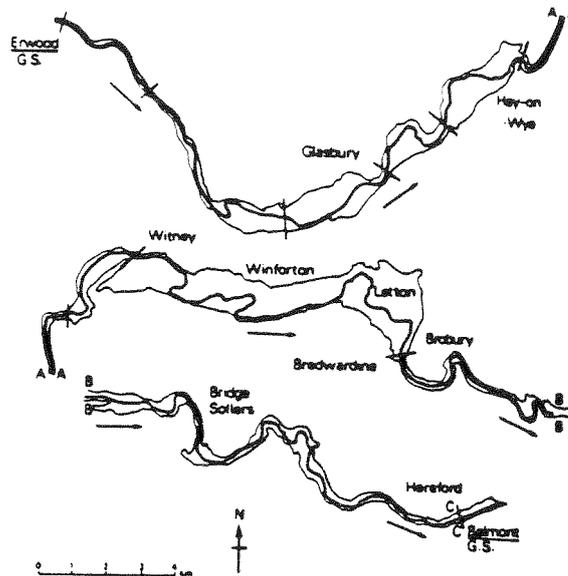


Figure 4.3 - Wye river, entre Erwood et Belmont (d'après N.E.R.C., 1975)

BIEF	LONGUEUR (km)	LARGEUR DE LA PLAINE (m)	PENTE X 10 ⁻³
1	4.5	270	2.0
2	8.3	350	2.0
3	3.0	580	0.8
4	2.9	480	0.8
5	4.5	560	0.8
6	4.6	120	0.8
7	3.5	370	0.8
8	13.6	870	0.5
9	24.9	210	0.6
-	TOTAL = 69,8	MOYENNE = 410	MOYENNE = 0.88

Tableau 4.2 - Wye river, entre Erwood et Belmont (d'après N.E.R.C., 1975)

Les événements étudiés, comme on peut le voir à la figures 4.4 et 4.6, concernant 4 crues pour le premier tronçon et 2 crues pour le deuxième tronçon.

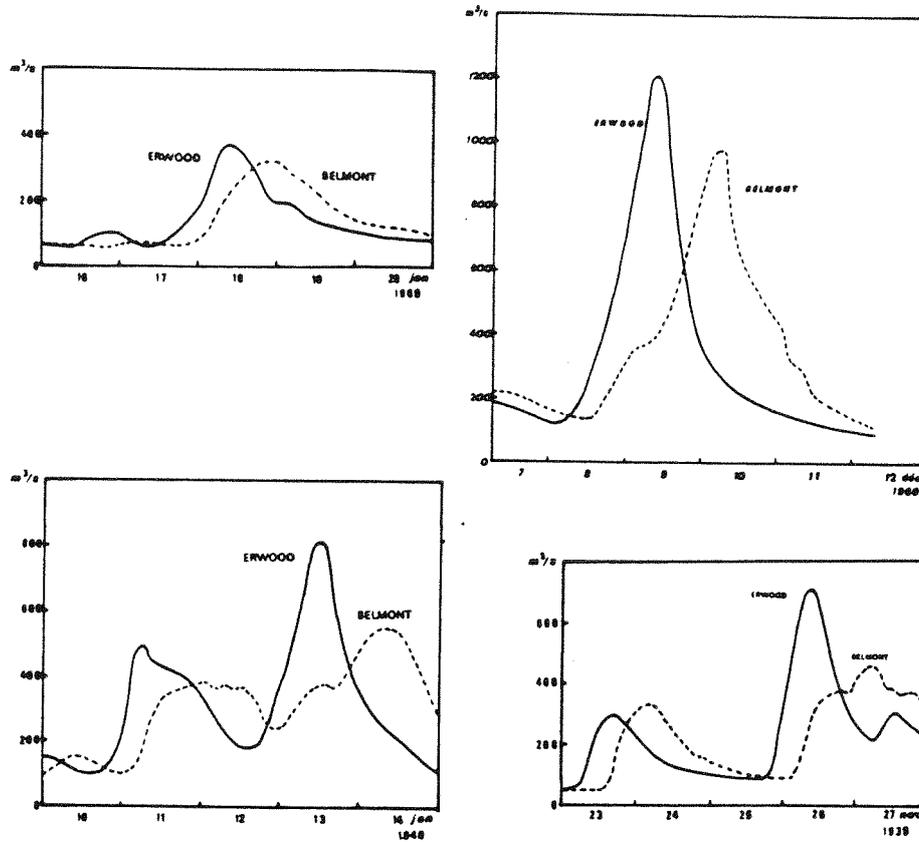


Figure 4.4 - Les crues pour le tronçon Erwood-Belmont (d'après N.E.R.C.)

Immédiatement à l'aval, le deuxième tronçon, entre Belmont et Redbrook, présenté à la figure 4.5 et au tableau 4.3, a une longueur de 80,5 km et une pente moyenne de 0,00046 m/m. Il présente une plaine d'inondation moins importante, de l'ordre de 280 m. La largeur du lit mineur est d'environ 60 m.

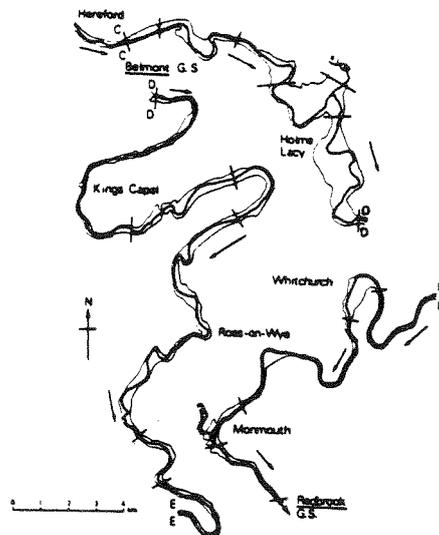


Figure 4.5 - Wye river, entre Belmont et Redbrook (D'après N.E.R.C., 1975)

BIEF	LONGUEUR (km)	LARGEUR DE LA PLAINE (m)	PENTE X 10 ⁻³
1	1.5	230	0.4
2	3.3	280	0.4
3	3.5	300	0.5
4	5.0	510	0.5
5	6.6	480	0.4
6	9.7	160	0.4
7	4.1	540	0.4
8	3.6	410	0.4
9	12.5	310	0.4
10	3.3	280	0.6
11	9.4	120	0.4
12	3.8	370	0.5
13	8.0	100	0.5
14	3.0	370	0.5
15	3.3	80	0.5
	TOTAL = 80.5	MOYENNE = 280	MOYENNE = 0.46

Tableau 4.3 - Wye river, entre Belmont et Redbrook (d'après N.E.R.C., 1975)

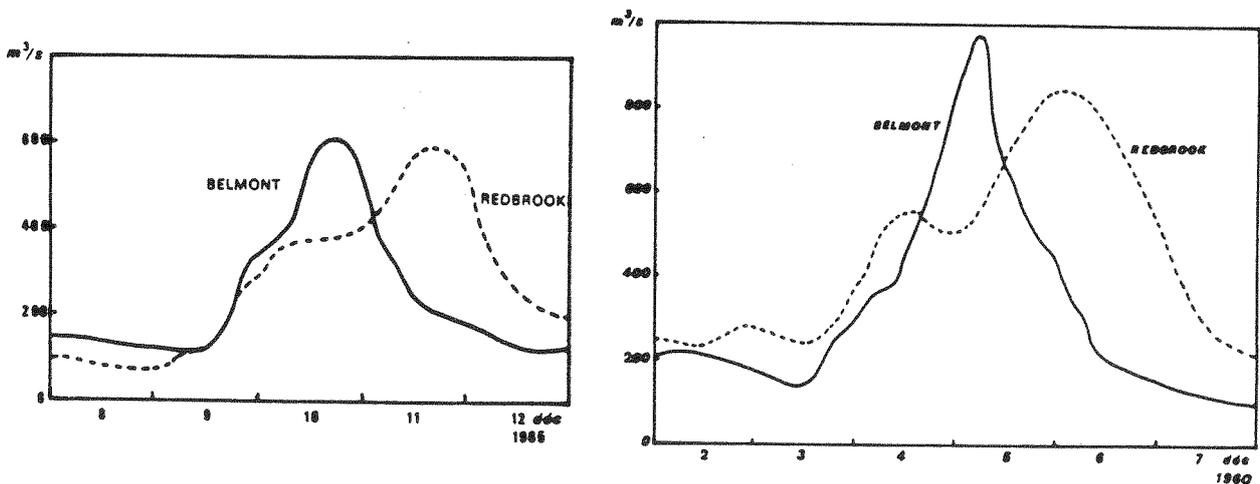


Figure 4.6 - Les crues pour le tronçon Belmont-Redbrook (d'après N.E.R.C.)

Au tableau 4.4 sont présentés les principaux éléments des crues étudiées. On a déjà fait des corrections sur les débits de pointe aval, de façon à prendre en compte les apports intermédiaires. Les durées présentées correspondent,

respectivement, aux durées nécessaires à l'utilisation dans le modèle Hayami (P_H) et aux durées nécessaires au modèle Saint Venant (P_V). Ces dernières concernent donc les débits au dessus du débit de base.

TRONCON	DATE	Débit de base (m ³ /s)	CRUE AMONT			CRUE AVAL	
			Débit (m ³ /s)	Durée (s)		Débit (m ³ /s)	Retard (s)
				PH	PV		
Erwood-Belmont	17/01/69	70	370	41 800	30 000	310	50 000
Erwood-Belmont	08/12/60	100	1 210	38 600	22 000	965	73 100
Erwood-Belmont	10/01/48	50	700	34 600	22 000	445	74 000
Erwood-Belmont	26/11/39	100	810	34 100	25 000	535	74 100
Belmont-Redbrook	04/12/60	150	970	36 500	25 000	750	71 700
Belmont-Redbrook	09/12/65	70	610	59 100	45 000	520	84 100

Tableau 4.4 - Caractéristiques des crues du Wye River

4.2.3 - Rio Jacui (Brésil)

Le tronçon unique étudié du Rio Jacui, situé au sud du Brésil, entre l'usine hydro-électrique de Itauba et le site du futur Barrage Dona Francisca (Volta Grande III), comme on peut le voir à la figure 4.7, présente une longueur de 35,6 km, avec une pente moyenne de 0,00084 m/m (Zamanillo et Tucci, 1987), (I.P.H., 1983).

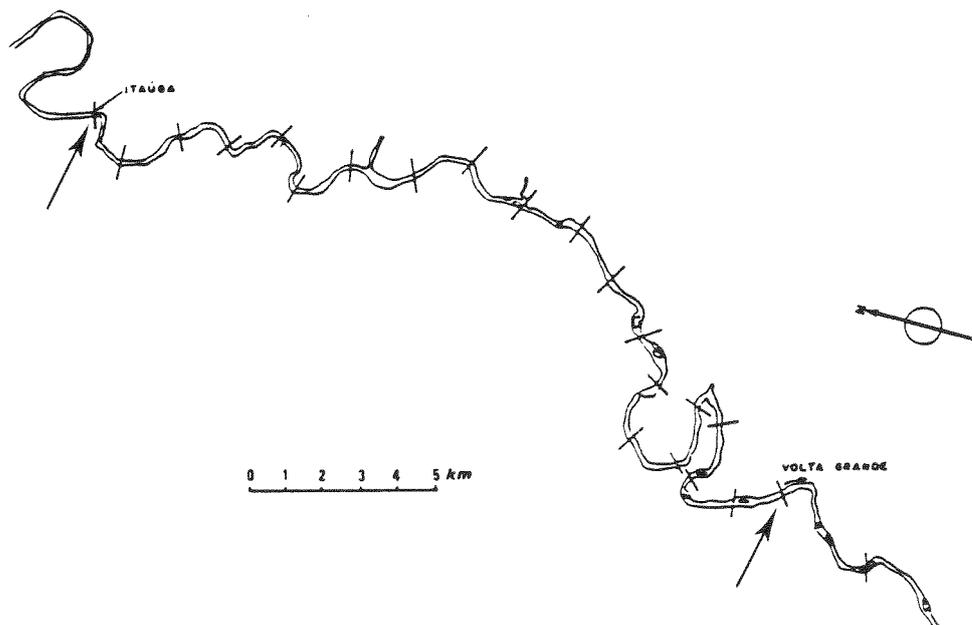


Figure 4.7 - Rio Jacui, entre Itauba et Volta Grande (d'après I.P.H., 1983)

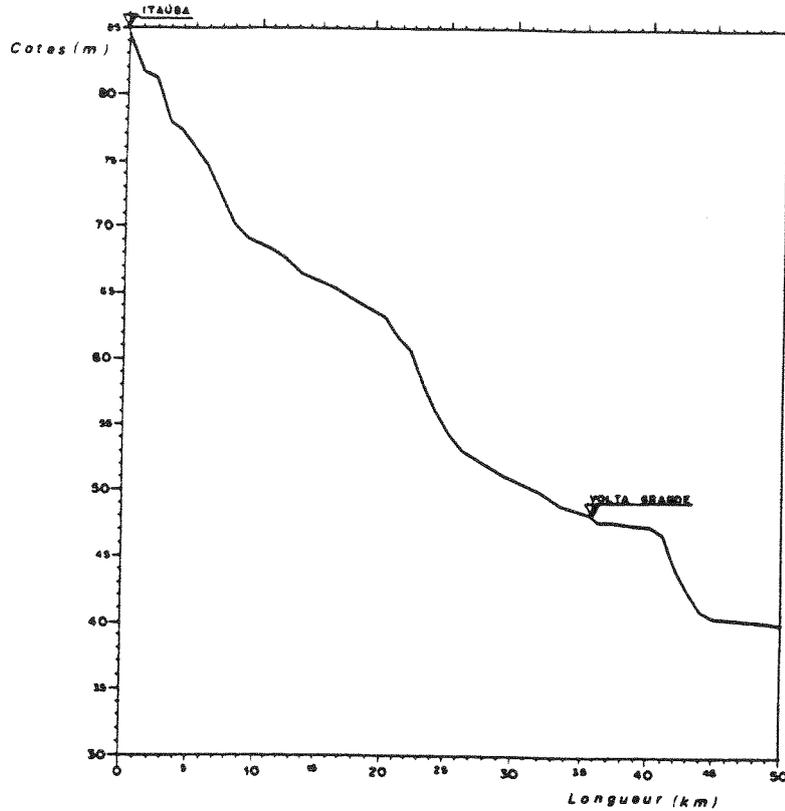


Figure 4.8 - Profil au long du rio Jacui, entre Itauba et Volta Grande (d'après I.P.H., 1983)

On dispose, pour ce tronçon d'informations topographiques assez détaillées et complètes. En effet, on dispose de profils en long (Figure 4.8) et de 21 profils en travers. Cela nous permet de diviser le tronçon en 4 biefs, comme on peut le voir au tableau 4.5. La pente moyenne est de 0,00084 m/m.

BIEF	LONGUEUR (km)	LARGEUR (m)	PENTE X 10 ⁻³
1	3.0	50	1.69
2	12.6	60	0.67
3	3.6	70	1.94
4	10.4	80	0.56

Tableau 4.5 - Rio Jacui, entre Itauba et Volta Grande

Les événements étudiés, au nombre de 4, concernent des ondes de crues dues aux manoeuvres des vannes du barrage d'Itauba; ce sont des crues assez rapides, avec des temps de montée réduits (cf. figure 4.9.).

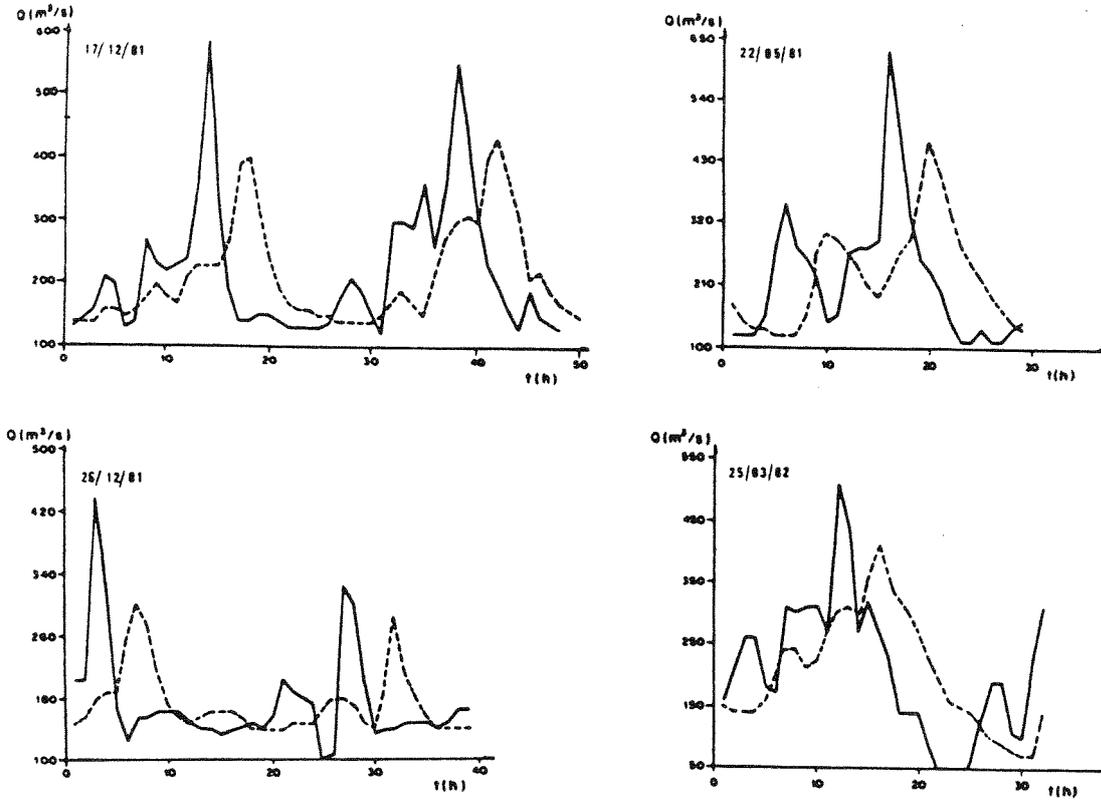


Figure 4.9 - Crues du rio Jacui, entre Itauba et Volta Grande (d'après Zamanillo et Tucci, 1987)

Au tableau 4.6 sont présentés les principaux éléments des crues étudiées. Comme la contribution intermédiaire est négligeable, on n'a pas fait de correction sur les débits de pointe à l'aval. La même remarque effectuée pour la Wye River, concernant les durées utilisées dans les modèles Hayami et Saint Venant, (P_H et P_V), est encore ici valable.

DATE	DEBIT DE BASE (m ³ /s)	CRUE AMONT			CRUE AVAL	
		Débit (m ³ /s)	Durée		Débit (m ³ /s)	Retard (s)
			P_H	P_V		
17/12/81	140	575	4 200	3 500	396	13 500
08/12/81	150	428	5 200	4 000	298	13 700
22/05/81	130	621	5 600	4 500	452	13 700
25/03/82	150	505	5 800	5 000	401	14 000

Tableau 4.6 - Caractéristiques des crues du Rio Jacui

4.2.4 - La Midouze (France)

Pour le tronçon de la Midouze, entre Mont-de-Marsan et Campagne, on dispose des données correspondant à 3 événements de crue (Givonne, 1978).

Le tronçon cité présente une longueur de 16,88 km et une pente de 0,00046 m/m (figure 4.10).

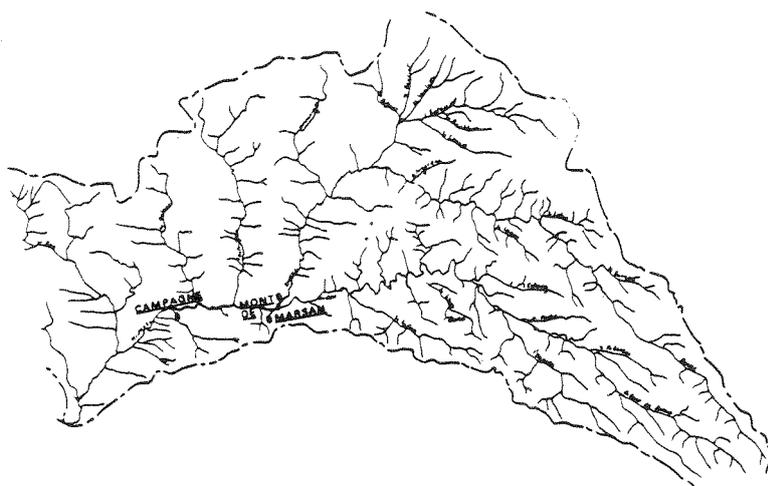


Figure 4.10 - La Midouze, entre Mont de Marsan et Campagne (d'après Givonne, 1978)

Les crues étudiées ont été observées en 1971, 1974 et 1976 (figure 4.11). Au tableau 4.7 sont présentés quelques éléments des crues observées. Les valeurs de débit de pointe à l'aval ont été corrigées pour prendre en compte les apports intermédiaires, qui sont assez importants dans ce tronçon. En effet, la superficie du bassin versant à Mont-de-Marsan est de 1919 km² et passe à 2468 km² à Campagne.

DATE	CRUE AMONT		CRUE AVAL	
	Débit (m ³ /s)	Durée (s)	Débit (m ³ /s)	Retard (s)
22/02/71	155	246 200	134	29 400
06/05/74	148	246 200	115	30 200
07/12/76	295	159 800	228	37 400

Tableau 4.7 - Elements des crues de la Midouze

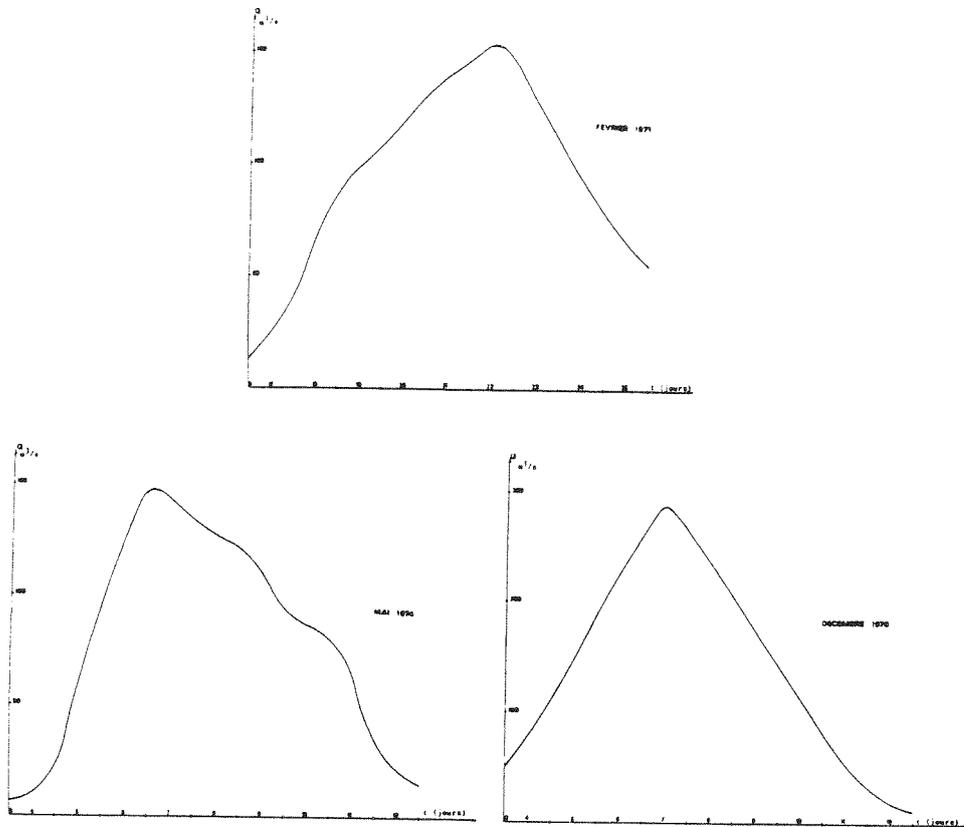


Figure 4.11 - Les crues de la Midouze (d'après Givonne, 1978)

4.2.5 - La Save (France)

La disponibilité des données concernant des crues, dans un cours d'eau, avant et après aménagement serait tout à fait intéressante, pour permettre de voir les effets des travaux, sur l'atténuation et sur le décalage des crues.

On a trouvé, dans la littérature, des données concernant un tronçon de 60 km environ de la rivière La Save, située en Gascogne (Ministère de l'environnement et du cadre de vie, 1980), (Lalanne, 1985). Les données disponibles correspondent à l'observation de deux crues, pour deux situations distinctes, à savoir, la rivière encombrée et la rivière aménagée.

Le tronçon de cours d'eau considéré, situé entre Lombez et Larra (figure 4.12), peut être partagé en deux biefs, avec des caractéristiques physiques assez distinctes.

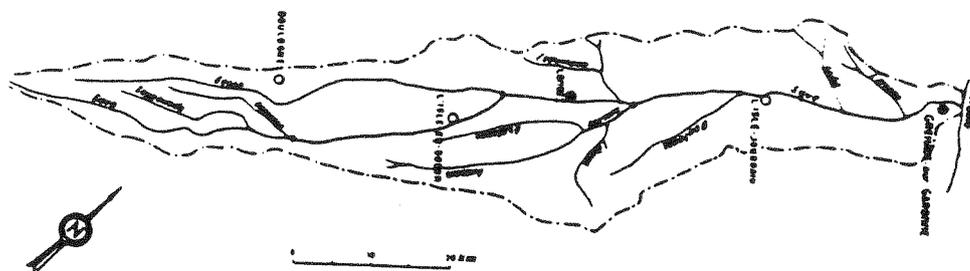


Figure 4.12 - La Save (d'après Ministère de l'environnement et du cadre de vie, 1980)

En effet, le premier bief, avec une longueur de 28,5 km, présente un lit dégagé, avec une largeur moyenne du lit mineur d'environ 20 m. On constate la présence d'endiguement tout au long du bief. La pente moyenne du tronçon est de 0,00075 m/m. La plaine d'inondation présente une largeur moyenne d'environ 800 m, avec une pente de 0,00099 m/m.

Le deuxième tronçon, avec une longueur d'environ 31,5 km et une pente moyenne de 0,00105, ne présente pas, par contre, d'endiguements importants. La largeur moyenne du lit mineur est de 25 m. On constate aussi une large plaine inondable, de l'ordre de 600 m, avec une pente de 0,0015 m/m.

Les crues étudiées ont été observées en janvier 1972 et en février 1978 (figure 4.13).

Les éléments de ces crues sont présentés au tableau 4.8 ci-après.

DATE	DEBIT DE BASE (m ³ /s)	CRUE AMONT			CRUE AVAL	
		Débit (m ³ /s)	Durée (s)		Débit (m ³ /s)	Retard (s)
			PH	PV		
01/72	3	129	69 100	57 000	64	293 800
02/78	3	150	66 200	55 000	123	172 800

Tableau 4.8 - Elements des crues de la Save

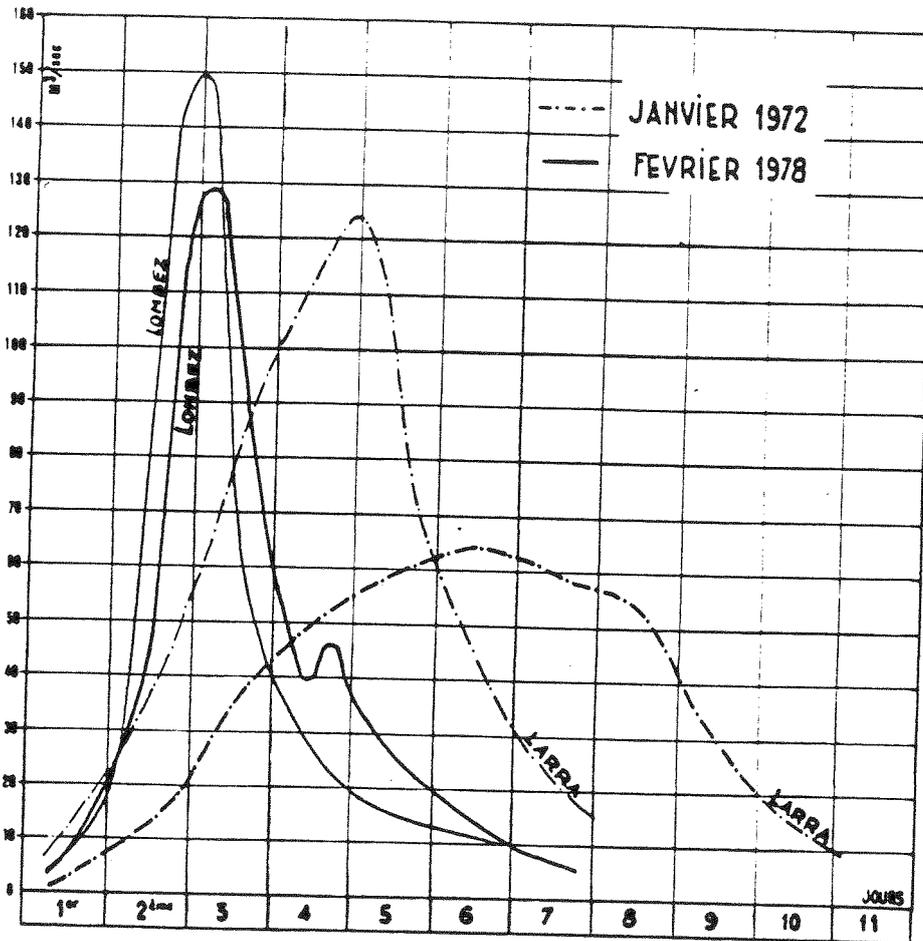


Figure 4.13 - Les crues de la Save (d'après Ministère de l'environnement et du cadre de vie, 1980)

4.2.6 Considérations Finales

Dans le but de valider les modèles simplifiés de propagation proposés dans cette thèse il aurait été tout à fait souhaitable de disposer de données vraiment diversifiées, couvrant l'ensemble de situations susceptibles de se présenter dans la pratique de l'hydrologie.

Face à la difficulté d'obtenir un échantillon vraiment significatif, surtout en n'utilisant que des données citées dans la littérature, il a fallu nous contenter avec des données que l'on vient de présenter. Cependant, il faut remarquer que notre échantillon est, tout de même assez diversifié, tant pour les crues, que pour les caractéristiques des cours d'eau.

En effet, en ce qui concerne les crues, on constate que l'on a affaire aussi bien à des crues rapides, avec des temps de montée réduits, de l'ordre de quelques d'heures (Rio Jacui) à des crues assez lentes, avec des temps de montée de l'ordre de quelques jours. En ce qui concerne les débits de pointe, on traite de variations, de l'ordre de 1 à 8.

De même, en ce qui concerne les caractéristiques des cours d'eau, on a des pentes moyennes qui varient de 0,00046 (Wye river et Midouze) à 0,0015 (La Save) ; les largeurs des cours d'eau sont très variables, avec des caractéristiques morphologiques très différentes, allant de vallées bien encaissées (Rio Jacui) à de larges plaines inondables (Wye River). Au niveau des caractéristiques de frottement, il semble que les cours d'eau sont également assez distincts. On verra, par la suite, qu'on a des coefficients de Strickler qui vont de 5 à 40, respectivement, pour la Save (avant aménagement) et le Jacui (certains tronçons).

On peut donc conclure à la relative pertinence de cette confrontation avec quelques données tirées de la réalité.

4.3 - APPLICATION DU MODELE HAYAMI SIMPLIFIE

Pour l'application du modèle Hayami Simplifié, le problème est d'abord l'identification de la Célérité et du coefficient de Diffusion, comme on l'a vu précédemment. Ensuite, on peut calculer les éléments de la propagation qui nous intéressent vraiment, qui sont l'atténuation et le décalage des pointes de crues.

On décrit, par la suite, les différentes démarches adoptées, selon chaque méthode de calcul de C et D. Il faut remarquer que l'on va traiter, d'abord, les cours d'eau la Seine, Wye River, Rio Jacui et Midouze. La Save, présentant un intérêt particulier, à cause des données disponibles, sera traitée séparément, au paragraphe 4.3.2, dans une étude sur les effets des opérations d'aménagement des cours d'eau.

4.3.1 Evaluation de l'atténuation et du décalage

Comme déjà dit, on va évaluer ici les coefficients C et D selon plusieurs méthodes, pour ensuite, calculer les caractéristiques de la propagation qui nous intéressent, c'est-à-dire l'atténuation et le décalage de la pointe de la crue.

Ces caractéristiques, ΔQ et Δt , devraient être évaluées par utilisation de l'abaque 1, proposé au paragraphe 2.3.3. ou par un calcul automatique (programme informatique), qui remplace l'abaque 1, en gardant, cependant, les mêmes principes théoriques vus précédemment.

Ainsi, au paragraphe 4.3.1.1 on fait le calage de C et D selon la méthodologie proposée; au paragraphe 4.3.1.2 on fait une pré-estimation de C et D, en supposant l'absence de données pour le calage. Enfin, au paragraphe 4.3.1.3 on essaye d'effectuer des corrections de C et D.

4.3.1.1 - Calage de C et D

La première méthode adoptée pour l'évaluation de C et D est le calage direct, à partir des données de crues disponibles.

En utilisant un programme informatique, suivant le principe de l'abaque 1, paragraphe 2.3.3, avec les données présentées au paragraphe 4.2, on peut identifier automatiquement les paramètres C et D pour chaque crue, comme présenté au tableau 4.9.

Cours d'eau	Bief	Date	Celerite (m/s)	Diffusion (m ² /s)
La Seine	Troyes-Mery	23/03/58	0,20	1274
La Seine	Bar-Mery	14/01/55	0,36	5271
Wye River	Erwood-Belmont	17/01/69	1,39	8434
Wye River	Erwood-Belmont	08/12/60	0,95	3041
Wye River	Erwood-Belmont	10/01/48	0,92	6836
Wye River	Erwood-Belmont	26/11/39	0,92	5541
Wye River	Belmont-Redbrook	04/12/60	1,12	4537
Wye River	Belmont-Redbrook	09/12/65	0,96	4188
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	17/12/81	2,66	3294
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	28/12/81	2,61	4359
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	23/05/81	2,64	4230
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	25/03/82	2,56	2618

Tableau 4.9 - Valeurs calées des paramètres Célérité et Diffusion

Pour la Midouze, les données disponibles permettent de constater que l'on se situe dans le domaine d'impossibilité d'utilisation de la méthode, c'est-à-dire que l'on ne satisfait pas le critère $\Delta t/P < 0,8 (Q - Q')/Q'$ vu au paragraphe 2.4.2.

En effet, dans ce tronçon de la Midouze, on a d'importants apports intermédiaires, et les hypothèses qu'on a effectuées pour leur prise en compte dans le présent travail semblent être trop simplistes, incompatibles avec la situation réelle. Ces hypothèses ont conduit à des valeurs de débit aval, et donc d'atténuation, probablement fausses, et ont rendu impossible l'application de la méthode.

On peut maintenant tester la validité des valeurs de C et D pour l'évaluation de l'atténuation et du retard de la pointe de crue. Pour ce faire, conformément à ce qui serait fait dans la pratique, on a pris en compte valeurs de D/C et D/C de toutes les crues du bief, sauf, bien sûr de la crue choisie comme test. On a adopté la moyenne géométrique des valeurs en cause, mais un autre critère pourrait être adoptée.

Ainsi, pour l'étude de la crue de 1969 pour la Wye River, par exemple, on a utilisé les moyennes des valeurs calées d'après les crues de 1960, 1939 et 1948. L'abaque 1 nous donne alors les valeurs de $Q'/(Q-Q')$ et de $\Delta t/P$, et donc

l'atténuation et le retard de la pointe de la crue. Les valeurs ainsi calculées, de même que les valeurs des erreurs commises, en pourcentage, sont présentées au tableau 4.10.

Cours d'eau	Bief	Date	Atténuation			Retard de la Pointe		
			Obs. (%)	Calc. (%)	Erreur (%)	Obs. (h)	Calc. (h)	Erreur (%)
La Seine	Troyes-Mery	23/03/58	5,70	4,11	27,8	38,40	21,41	44,2
La Seine	Bar-Mery	14/01/55	12,50	16,61	32,9	53,28	95,90	80,0
Wye River	Erwood-Belmont	17/01/69	16,22	25,20	55,4	13,89	20,65	48,7
Wye River	Erwood-Belmont	08/12/60	20,25	26,75	32,1	20,31	18,12	10,8
Wye River	Erwood-Belmont	10/01/48	36,43	25,93	28,8	20,56	18,02	12,4
Wye River	Erwood-Belmont	26/11/39	33,95	27,35	19,4	20,58	17,99	12,6
Wye River	Belmont-Redbrook	04/12/60	22,68	28,33	24,9	19,92	23,16	16,3
Wye River	Belmont-Redbrook	09/12/65	14,75	11,04	25,1	23,37	20,03	14,3
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	17/12/81	31,13	35,67	14,5	3,76	3,82	1,6
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	28/12/81	30,37	24,62	18,9	3,81	3,81	0,0
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	23/05/81	27,21	22,94	15,7	3,81	3,82	0,3
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	25/03/82	20,59	23,97	16,4	3,90	3,78	0,8
ERREUR MOYENNE						26,0		20,2

Tableau 4.10 - Valeurs d'atténuation et de retard de la pointe de crue calculées à partir du calage direct de C et D

L'erreur moyenne pour l'atténuation est de 26 % environ. Sachant que les atténuations, dans notre échantillon, sont de l'ordre de 22 %, l'erreur commise, exprimée en pourcentage, du débit aval est de 6 %, environ.

Pour le retard de la pointe de crue, on peut voir que l'erreur moyenne est de l'ordre de 20 % .

Il faut remarquer que, pour le cas de la Seine, en réalité, on utilise la méthodologie d'une façon défavorable, car on utilise des valeurs de C et D calées pour des tronçons différents. En effet, pour l'évaluation de la propagation de la crue de 1955, qui concerne le tronçon Bar-Méry, on a adopté les valeurs de C et D identifiées à partir de la crue de 1958, concernant le tronçon Troyes-Méry, et vice-versa.

Ainsi, si l'on ne prend pas en compte les événements de la Seine, les erreurs moyennes tombent à 25 % et 12 % , respectivement pour l'atténuation et le décalage.

A titre d'illustration, on peut voir sur la figure 4.14, les hydrogrammes, observés et calculés par le modèle simplifié d'Hayami, amont et aval, de la crue de décembre 1960 pour la Wye River, tronçon Erwood-Belmont.

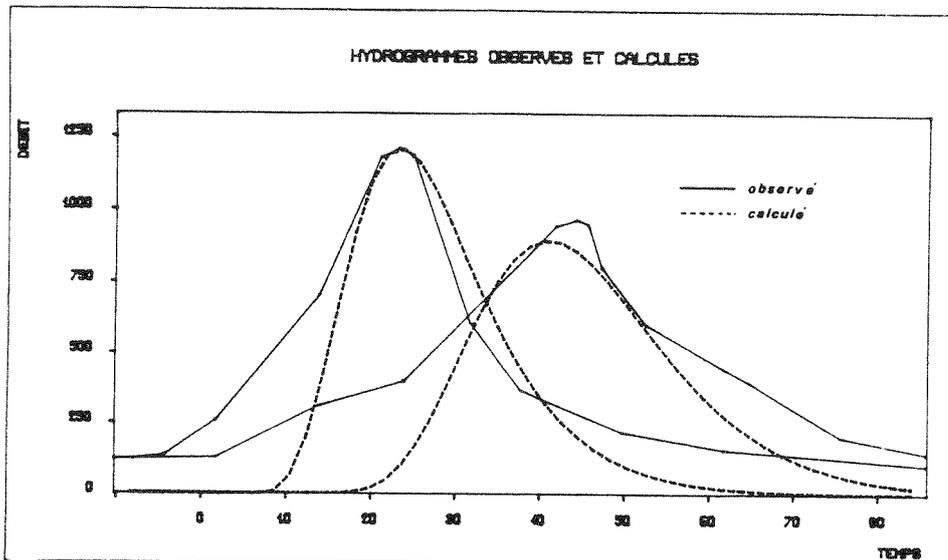


Figure 4.14 - Exemple d'hydrogrammes observés et calculés

On constate que l'on a une assez bonne représentation de la pointe de la crue, aussi bien au niveau des débits, qu'au niveau du déroulement temporel de la crue. Par contre, la forme globale de la crue n'est pas très cohérente avec les éléments observés.

Sachant que notre préoccupation est limitée à la pointe de la crue, ce fait est tout à fait compatible avec notre objectif de départ et ne vient pas à l'encontre de la validation du modèle.

4.3.1.2 - Pré-estimation de C et D

Dans ce paragraphe, on essaie d'utiliser le modèle Hayami pour le calcul de l'atténuation et du décalage des pointes de crues, à partir des valeurs de C et D fixées a priori, sans la prise en compte des informations des crues précédentes.

On va donc essayer de vérifier les expressions obtenues au paragraphe 2.4 pour des cas réels. On utilise ici différentes expressions, théoriques et empiriques,

pour le calcul de C et D, qui vont nous permettre, dans un deuxième temps, d'évaluer les caractéristiques de la propagation qui nous intéressent.

Pour le calcul de C et D, en supposant l'absence totale de données de crues, on peut utiliser deux approches différentes:

- Approche Physique : avec utilisation des formules théoriques (2.48) et (2.49), établies au paragraphe 2.4.1;

- Approche Empirique : avec utilisation des formules obtenues à partir de régressions effectuées au paragraphe 2.4.3.

En effet, malgré les considérations effectuées sur la qualité des régressions et sur la validité des expressions obtenues au paragraphe 2.4.3, on a quand même intérêt à essayer, sur des cas réels, les formules obtenues à partir des régressions. Les expressions retenues pour l'approche empirique sont donc les suivantes :

- Expressions directes :

$$C = 29,2 \frac{(Q/W)^{0,69} L^{0,11}}{L^{0,31}} \quad (4.1)$$

$$D = 5,5 \frac{(Q/W)^{1,38} L^{0,28}}{L^{0,23}} \quad (4.2)$$

- Expressions avec une fonction affiné de la pente :

$$C = 259 \frac{(Q/W)^{0,79} (1 + 0,003)^{0,57}}{L^{0,31}} \quad (4.3)$$

$$D = 0,0024 \frac{(Q/W)^{1,58} L^{0,30}}{(1 + 0,003)^{1,64}} \quad (4.4)$$

- Expressions semblables aux théoriques :

$$C = (Q/W)^{0,44} j^{0,14} K^{0,39} \quad (4.5)$$

$$D = 74,6 \frac{(Q/W)^{1,12}}{j^{0,21}} \quad (4.6)$$

En ce qui concerne l'approche théorique, on rappelle ici les expressions adoptées :

$$C = \frac{5}{3} (Q/W)^{0,4} (K^{1/2})^{0,6} \quad (4.7)$$

$$D = \frac{Q}{2 W I} \quad (4.8)$$

On rappelle que dans ces formules on a:

- Q : Débit de pointe, en $m^3 s^{-1}$;
- K : Coefficient de Strickler;
- I : Pente;
- L : Longueur du tronçon, en m;
- W : Largeur du cours d'eau, en m.

Le calcul de C et D avec l'utilisation de ces expressions nous donnent le tableau 4.11.

Cours d'eau	Tronçon	Date	Valeurs adoptées		VALEURS CALCULÉES DE C ET D							
			K	B (m)	Théoriques		Directes		Perte trans.		Sim. théoriques	
					C	D	C	D	C	D	C	D
Wye River	Erwood-Belmont	17/01/69	30	50	3,46	4 205	1,69	9 976	1,68	14 490	3,39	3 076
Wye River	Erwood-Belmont	08/12/60	25	410	2,15	1 677	0,90	2 806	0,81	3 391	2,11	1 096
Wye River	Erwood-Belmont	10/01/48	27	230	2,28	1 729	0,92	2 927	0,83	3 560	2,20	1 137
Wye River	Erwood-Belmont	26/11/39	27	230	2,41	2 001	1,01	3 580	0,93	4 493	2,35	1 339
Wye River	Belmont-Redbrook	04/12/60	27	170	2,41	6 202	1,25	3 419	1,22	12 102	2,65	2 634
Wye River	Belmont-Redbrook	09/12/65	27	170	2,00	3 900	0,91	4 439	0,85	5 815	2,16	1 567
Rio Jacul	Itaube-V. Grande	12/12/81	37	65	4,16	5 266	2,34	10 683	2,36	15 967	3,96	3 793
Rio Jacul	Itaube-V. Grande	28/12/81	37	65	3,69	3 919	1,91	7 106	1,87	10 014	3,48	2 725
Rio Jacul	Itaube-V. Grande	27/05/81	37	65	4,29	5 667	2,47	11 660	2,51	16 031	4,10	4 135
Rio Jacul	Itaube-V. Grande	25/03/82	37	65	3,95	4 625	2,14	8 931	2,13	13 006	3,74	3 280

Tableau 4.11 - Valeurs de C et D évaluées sans données préalables

Il faut remarquer que, pour le cas de la Seine on n'a pas calculé C et D, car on ne dispose pas d'indications fiables sur les largeurs. Pour les autres cours d'eau, on a adopté des valeurs considérées comme cohérentes avec les débits de pointe.

En ce qui concerne les coefficients de Strickler, on a adopté des valeurs basées sur les indications des références bibliographiques, avec des ajustements jugés cohérents avec les modèles utilisés.

Après le calcul de C et D, on peut estimer les valeurs de l'atténuation et du décalage selon la méthode présentée au paragraphe 2.3. On peut donc obtenir le tableau 4.12, concernant les erreurs commises.

Cours d'eau	Tronçon	Date	ERREURS D'ÉVALUATION (%)							
			Théorique		Directe		Perte trans.		Sim. théorique	
			ΔQ	T	ΔQ	T	ΔQ	T	ΔQ	T
Wye River	Erwood-Belmont	17/01/69	95,6	59,7	27,3	17,5	2,6	17,2	96,3	58,9
Wye River	Erwood-Belmont	08/12/60	93,1	55,6	7,2	6,5	43,2	17,1	95,1	54,8
Wye River	Erwood-Belmont	10/01/48	95,9	58,8	32,5	2,9	11,6	12,7	97,0	57,2
Wye River	Erwood-Belmont	26/11/39	95,6	61,0	31,0	7,1	10,2	0,3	96,8	59,9
Wye River	Belmont-Redbrook	04/12/60	89,4	53,4	15,1	11,4	41,5	10,3	93,4	57,7
Wye River	Belmont-Redbrook	09/12/65	86,9	52,2	17,3	4,6	61,4	12,1	95,7	55,8
Rio Jacul	Itaube-V. Grande	12/12/81	39,9	36,7	72,2	5,1	79,9	1,6	47,3	33,5
Rio Jacul	Itaube-V. Grande	28/12/81	52,9	29,8	69,9	29,6	81,8	26,8	59,2	25,4
Rio Jacul	Itaube-V. Grande	23/05/01	56,6	39,5	62,4	0,3	73,1	6,5	62,5	37,2
Rio Jacul	Itaube-V. Grande	25/03/82	43,2	33,6	123,9	16,9	140,9	12,4	51,4	30,2
MOYENNE			74,9	46,0	45,9	10,2	54,6	11,7	79,5	47,1

Tableau 4.12 - Valeurs des erreurs sans utilisation de données préalables

On voit dans ce tableau que l'utilisation d'expressions théoriques et d'expressions similaires, ne permet pas toujours, une meilleure estimation de C et D, et donc de l'atténuation et du décalage, par rapport aux expressions issues des régressions directes et avec transformation de la pente. Ce résultat s'oppose, nettement, aux résultats obtenus avec les crues synthétiques (Tableau 2.5 du paragraphe 2.4.3).

De toute façon, ce qui est clair et que l'on peut retenir, est le grand avantage que l'on a à disposer de données sur des crues antérieures; l'évaluation du routage est beaucoup plus sûre avec un tel calage préalable des valeurs de C et D.

4.3.1.3 Corrections de C et D

On peut donc se placer dans deux situations distinctes, tout en considérant que l'on dispose déjà de valeurs de C et D:

- On a déterminé les paramètres C et D pour des crues très différentes de celles que l'on veut maintenant étudier; cependant les caractéristiques du cours d'eau restent les mêmes.

- On a déterminé les paramètres C et D pour certaines caractéristiques du cours d'eau; maintenant on doit utiliser ces paramètres avec des conditions différentes, soit résultant d'un aménagement du cours d'eau, soit du fait de cours d'eau semblables mais non identiques, soit encore suite à des conditions de débordement différentes.

A priori, dans la première situation, comme on l'a vu au paragraphe 2.4.3.2.b, pour les crues synthétiques avec les régressions par bief, les corrections testées ne sont pas vraiment pertinentes ; on peut considérer les paramètres comme invariants par rapport aux crues.

Pour la deuxième situation, les résultats de l'étude pour les crues synthétiques, laissent penser que l'on peut, éventuellement, améliorer les estimations avec l'introduction de corrections sur les paramètres.

En effet, en fonction des résultats non satisfaisants obtenus avec les régressions sur les caractéristiques des biefs, K et I, on peut essayer d'introduire des corrections basées sur les expressions semblables aux théoriques, qui

présentent de meilleures valeurs de la Fonction Critere, comme on peut le voir au paragraphe 2.4.3.2.a.5.

Cependant, l'application de telles expressions aux événements réels (paragraphe 4.3.1.2), nous donne de mauvais résultats. Cela semble indiquer que cette possibilité d'amélioration n'est pas très efficace, et on cesse donc d'essayer cette correction.

Il nous reste à étudier le cas particulier des cours d'eau légèrement différents, notamment en ce qui concerne la longueur. Dans ce cas on peut penser introduire des corrections basées sur les regressions complètes, car on y voit intervenir la longueur du tronçon. Les expressions proposées seraient donc les suivantes, où l'indice "c" concerne les valeurs du calage, c'est-à-dire celles que l'on veut corriger :

$$C = C_c (L_c/L)^{0,31} \quad (4.9)$$

$$D = D_c (L/L_c)^{0,28} \quad (4.10)$$

Dans notre échantillon on dispose, en fait, du cas de La Seine; les crues étudiées concernent deux tronçons différents, l'un étant une partie de l'autre.

L'application de cette correction nous donne, cependant, des résultats moins satisfaisants que ceux obtenus avec la simple adoption de C et D calés pour l'autre tronçon (tableau 4.13) :

Tronçon	Date	ATTENUATION (%)			DECALAGE (s)		
		Observée	Calculée	Erreur	Observée	Calculé	Erreur (%)
Troyes-Méry	03/58	5,70	1,49	73,7	38,40	16,20	57,8
Bar-Méry	01/55	12,50	31,40	151,2	53,28	124,72	134,1

Tableau 4.13 - Valeurs de l'atténuation et du décalage calculées pour la Seine, avec correction en fonction de la longueur

En fonction de ces résultats, on voit qu'il n'est pas judicieux d'effectuer des corrections de C et D en fonction de la longueur du bief.

4.3.2 - Etude des effets des opérations d'aménagement d'un cours d'eau sur les coefficients C et D

Comme évoqué au paragraphe 4.2, on dispose des données concernant un tronçon de 60 km de la rivière La Save, correspondant à l'observation de deux crues pour deux situations distinctes, à savoir, la rivière encombrée et la rivière aménagée.

L'utilisation de la méthodologie de calcul décrite au paragraphe 2.3.3 nous permet l'obtention de D/C et D/C^2 , et ensuite la détermination de C et D (tableau 4.14).

SITUATION DU COURS D'EAU	ELEMENTS DE LA PROPAGATION		D / C (km)	D / C ² (h)	C (m/s)	D (m ² /s)
	Atténuation (%)	Décalage (h)				
Encombré	50	19,2	3,26	4,53	0,20	652
Aménagé	18	18,4	1,21	0,97	0,35	420

Tableau 4.14 - Caractéristiques de la propagation et valeurs des coefficients identifiés pour la Save

On constate donc que l'on augmente la valeur de la célérité et que l'on diminue la valeur de la diffusion par l'intermédiaire de l'opération aménagement. On va essayer, par la suite, de trouver une relation, et d'effectuer une interprétation, de la variation de ces paramètres et des changements correspondants, constatés pour les valeurs de l'atténuation et du décalage, figurant dans le tableau 4.14.

On essaiera ensuite d'effectuer une généralisation de cette interprétation à d'autres situations d'aménagement.

4.3.2.1 - Etude de la variabilité du décalage en fonction de la célérité

Comme on l'a vu précédemment, la célérité peut être assimilée à une vitesse moyenne de propagation d'une onde de crue. Il nous paraît donc tout à fait logique d'avoir une idée du décalage à partir de l'observation de la célérité.

En effet, l'opération d'aménagement en question, devrait permettre une augmentation de la vitesse de propagation de l'onde, et donc de la célérité, nous

conduisant à un temps de parcours plus réduit. On constate, effectivement, un décalage assez inférieur après l'aménagement, avec une valeur plus importante de la célérité, tout à fait en accord avec l'interprétation avancée.

On fait une constatation identique avec l'analyse des résultats obtenus sur les biefs concernant l'échantillon "test" et les cours d'eau réels (paragraphes 2.4.3 et 4.2). En effet, des régressions linéaires simples ont été faites, avec les données des biefs ST1, ST2, ST3, Wye 1 et Jacui, et on constate toujours une relation inverse entre le décalage et la célérité. L'observation directe des valeurs de Δt et de C pour les biefs ST4 et ST5, Wye River 2 et La Seine, constitués de seulement 2 événements, nous permet des conclusions identiques. Pour La Seine, sachant que l'on traite de tronçons de longueurs différentes, on a fait l'analyse avec un facteur $\Delta t/L$, où L est la longueur du tronçon.

Pour vérifier la validité d'une généralisation, il nous faut effectuer une analyse avec les abaques obtenus antérieurement.

En utilisant les abaques avec les courbes paramétrées par CP/L et DP/L^2 (paragraphe 2.3.3.2), on peut constater (figure 4.15) que cette relation inverse entre la célérité et le décalage (zones hachurées de l'abaque) n'est pas toujours valable. On voit que la position de départ, c'est-à-dire les valeurs initiales de C et D jouent ici un rôle important.

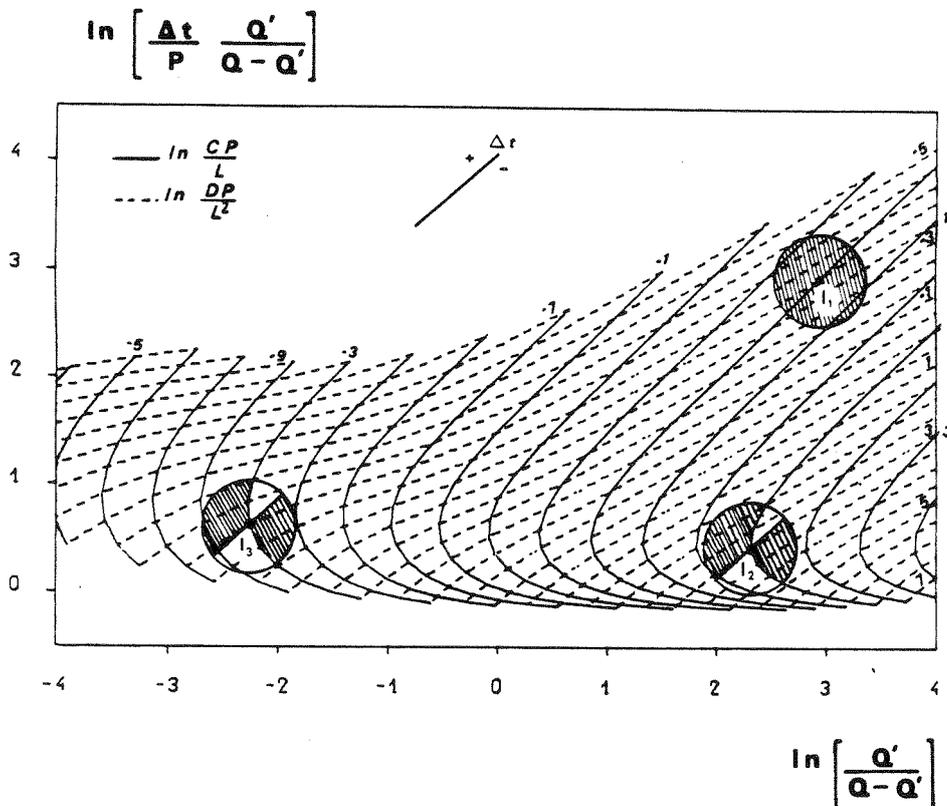


Figure 4.15 - La Celerité et le Décalage

En effet, on peut constater que pour le point I_1 , une augmentation de la célérité nous conduit toujours à une réduction du décalage, quelle que soit la variation de la diffusion. Par contre, la réduction de la célérité peut nous conduire à une réduction du décalage si la situation finale est localisée dans la région inférieure de l'abaque, qui correspondrait à une variation beaucoup plus importante du coefficient de diffusion par rapport à la variation de la célérité.

Pour le point I_2 et, plus encore pour le point I_3 on voit apparaître une croissance du domaine de non validité de l'interprétation avancée ; il nous paraît évident qu'on a ici des situations où le coefficient de diffusion tend à jouer un rôle de plus en plus important (et en sens contraire, à celui de la célérité) dans le phénomène de propagation. La région inférieure de l'abaque de la figure 1 est donc un domaine où le coefficient de diffusion joue un rôle sensible ; dans ce domaine on ne peut pas raisonner seulement avec la célérité pour analyser et prévoir le décalage.

4.3.2.2 - Etude de la variabilité de l'atténuation et du décalage

D'après l'observation du tableau 4.14, on constate une relation directe entre le coefficient de diffusion et l'atténuation, et inversement, entre celle-ci et la célérité.

Toutefois, comme l'on peut le constater sur la figure 4.16, on ne peut pas effectuer un raisonnement général entre l'atténuation et ces paramètres, soit C, soit D. En effet, on confirme ici la caractéristique non-monotone et non-biunivoque des relations entre ces paramètres et l'atténuation.

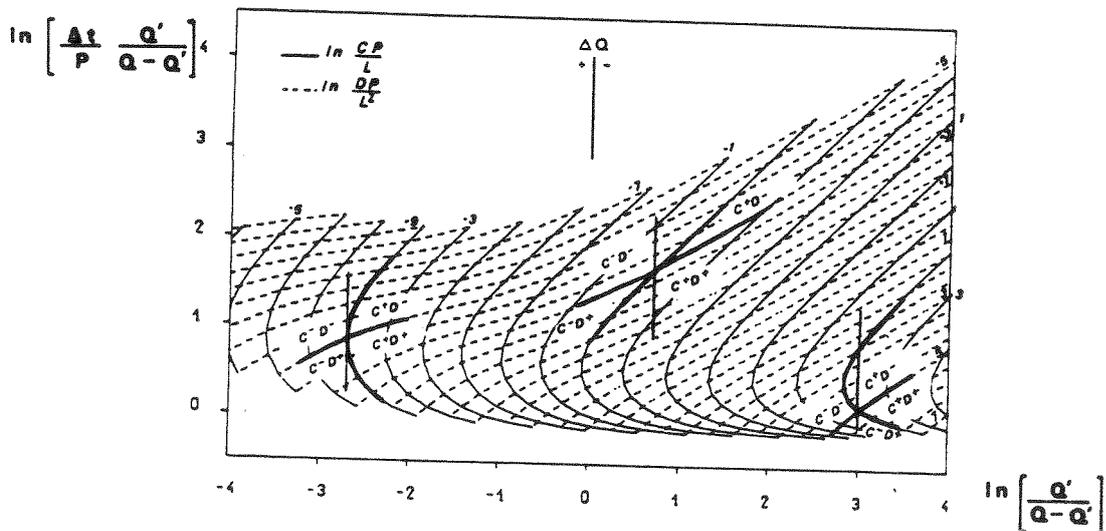


Figure 4.16 - Les paramètres C et D et l'atténuation

On est donc amené à raisonner avec des transformations de C et D, c'est-à-dire D/C et D/C^2 pour essayer d'analyser l'atténuation.

Pour analyser le paramètre D/C , qui a une dimension "L", on doit reprendre les expressions (2.48') et (2.49') qui nous donnent C et D en fonction de la profondeur. On obtient :

$$D/C = \frac{3 H}{10 l} \quad (4.11)$$

où H est la profondeur et l est la pente.

Du fait que D/C a la dimension d'une longueur de et compte tenu de la présence de la pente dans l'expression, on pourrait assimiler ce paramètre à une "Longueur de pente fictive", L_f , illustrée à la figure 4.17.

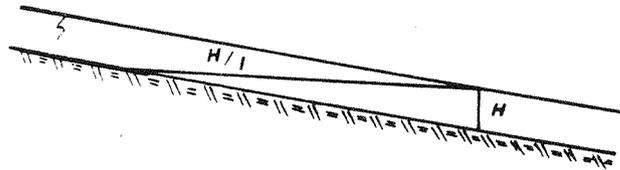


Figure 4.17 - La longueur de pente fictive

Avec les mêmes considérations pour le paramètre D/C^2 , qui a une dimension "T", on obtient :

$$D/C^2 = \frac{9 H^{1/3}}{50 K l^{3/2}} \quad (4.12)$$

En prenant l'expression de la vitesse en régime uniforme :

$$v = H^{2/3} K J^{1/2} \quad (4.13)$$

on obtient :

$$D/C^2 = \frac{9 H}{50 v l} \quad (4.14)$$

Si on introduit la longueur de pente fictive on obtient :

$$D/C^2 = \frac{3 L_f}{5 v} \quad (4.14)$$

Le paramètre D/C^2 pourrait être considéré donc comme un temps mis pour parcourir la longueur de pente; on peut l'appeler "Temps fictif de parcours", T_f .

En essayant d'interpréter les variations de ces paramètres et les variations de l'atténuation, on constate, dans le tableau 4.14, une relation directe entre les variables: on a une diminution des valeurs de L_f et T_f avec l'opération d'aménagement, qui nous conduit à une atténuation plus faible.

Cependant, l'analyse des données disponibles pour les autres biefs, nous conduit à des résultats assez contradictoires. On a, par exemple, une relation inverse entre L_f et l'atténuation pour les biefs ST2, ST3, ST4, et Wye2.

On voit donc que l'on ne peut pas effectuer une interprétation simple de la variation du paramètre L_f et de la variation concomitante de l'atténuation. Il semble donc nécessaire d'essayer une analyse avec la prise en compte conjointe des variations des deux paramètres L_f et T_f .

Pour ce faire, on présente à la figure 4.18, dans l'abaque, un point A, définissant une situation initiale de cours d'eau (C et D donnés). On représente

aussi 4 zones concernant les variations possibles de L_f et T_f , c'est-à-dire, la croissance (+) et la décroissance (-) des deux variables.

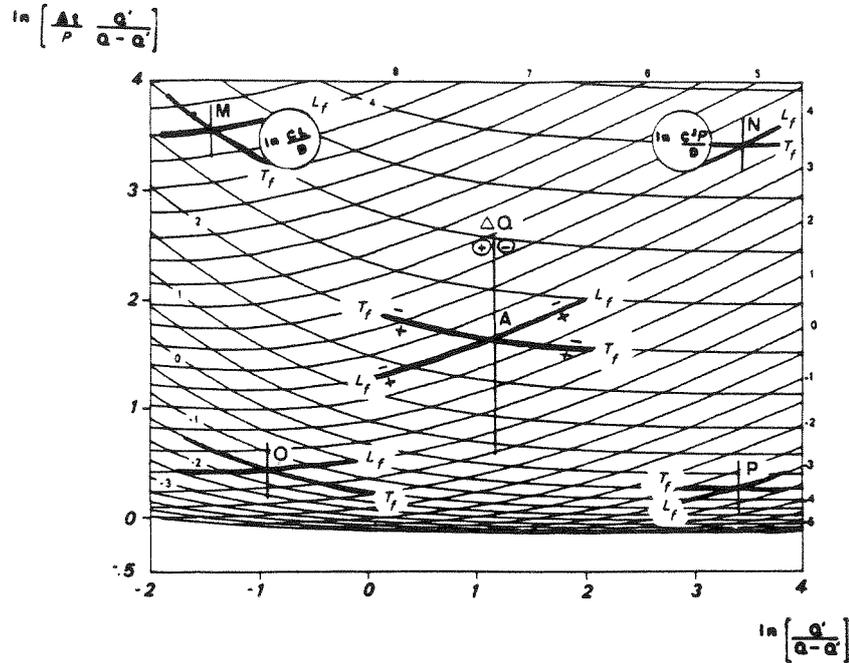


Figure 4.18 - Les paramètres L_f et T_f et l'atténuation

On constate que l'on a un comportement régulier de l'atténuation, soit l'augmentation, soit la diminution, lorsque les deux paramètres L_f et T_f varient en sens opposé, l'augmentation de L_f et la réduction de T_f nous conduisent toujours à une réduction de l'atténuation, et vice-versa.

Par contre, pour les domaines où l'on a une variation des deux paramètres dans le même sens, c'est-à-dire la croissance, ou la décroissance, de L_f et T_f , on ne peut pas avancer d'hypothèse sur l'atténuation; cela va dépendre des valeurs relatives des variables et de la position du point initial dans l'abaque, qui fait changer la position relative des courbes de isovalues de L_f et T_f , comme on peut le voir sur la figure 4.18, par l'intermédiaire des 4 points M, N, O et P.

Si l'on pose les variations relatives de L_f et T_f comme:

$$\Delta RL = \Delta L_f / L_f$$

$$\Delta RT = \Delta T_f / T_f$$

on peut définir quatre zones, présentées à la figure 4.19 :

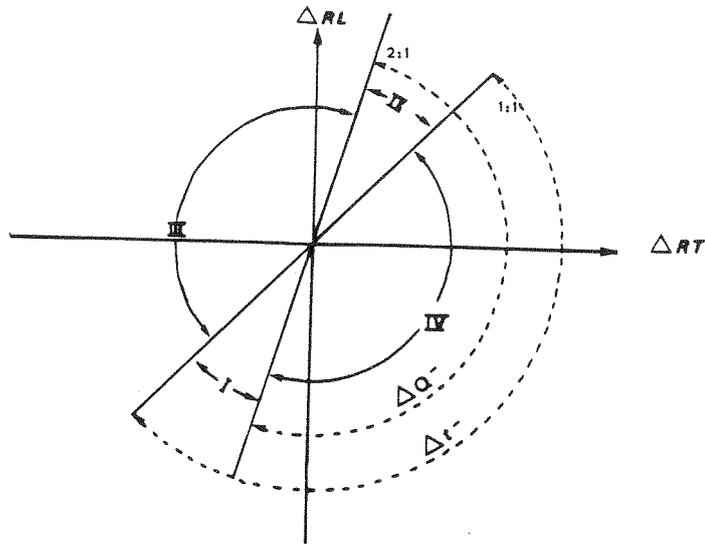


Figure 4.19 - Les variations relatives de Lf et Tf

- Zone I : $1 < \Delta RL / \Delta RT < 2$

$$\Delta RL \text{ et } \Delta RT > 0 ;$$

- Zone II : Idem, avec ΔRL ΔRT négatifs ;

- Zone III :

$\Delta RL / \Delta RT$				
ΔRL	-	+	-	-
ΔRT	+	+	-	-

- Zone IV : Idem, avec des valeurs opposées de ΔRL et ΔRT .

Les limites 1 et 2 sont propres au point A et varient donc avec ce dernier (voir points M, N O et P de la figure 4.18).

On peut donc en déduire les effets de ΔRL et ΔRT sur l'atténuation et le temps de transfert (cf. tableau 4.15):

ZONE	I	II	III	IV
ΔQ plus faible		X		X
ΔT Raccourci	X			X

Tableau 4.15 - Effets de ΔRL et ΔRT sur l'atténuation et le temps de transfert.

4.3.2.3 - Conclusions

L'analyse des figures 4.15, 4.16 et de l'abaque 1, présenté dans la figure 4.18, nous permet de constater que la célérité joue un rôle très important dans le phénomène de la propagation.

En effet, la figure 4.15 nous permet de voir une liaison assez nette entre la célérité et le décalage dans la plupart des situations. Dans la figure 4.16 on voit que pour des variations relatives identiques de C et D, la célérité donne lieu à une variation plus importante. La même chose est constatée dans l'abaque 1, parce que, si le terme L_f dépend de C et D, le terme T_f dépend de D et du carré de la célérité. Les changements de C impliquent donc des effets plus prononcés, sur l'atténuation et sur le décalage, par rapport à ceux dûs à la diffusion. Cette dernière effectue plutôt un ajustement des valeurs données par la célérité, ajustement qui sera d'autant plus important que sa variation relative est grande par rapport à celle de la célérité, et qui sera aussi variable selon les conditions de départ, c'est-à-dire les valeurs initiales de C et D.

On peut conclure en disant que le phénomène de propagation de crues semble être conditionné essentiellement par la célérité. Le coefficient de diffusion permet un ajustement de deuxième ordre pour l'atténuation et le décalage. Pour des situations où l'on peut se contenter de résultats du premier ordre, on obtient des résultats aussi simples que ceux d'un modèle d'onde cinématique.

4.4 - APPLICATION DES MODELES DERIVES DE SAINT-VENANT

Après l'application du modèle Hayami simplifié sur les données de cours d'eau et de crues réelles, on doit, maintenant, essayer de vérifier l'applicabilité des modèles découlant de Saint-Venant, décrits aux paragraphes 3.4.2 et 3.4.3, dans la troisième partie de la thèse.

Il faut noter que l'on va appliquer les modèles seulement pour les cours d'eau Wye, Jacui et Save, pour lesquels on dispose d'une meilleure connaissance des conditions physiques, suffisante pour cette analyse, encore que parfois trop incertaine au niveau de la topographie et, surtout, des apports intermédiaires.

On décrit, dans ce qui suit, les démarches menées, d'abord pour le modèle simplifié global, et, ensuite, pour le modèle à pas d'espace fixe. Au paragraphe 4.4.3, on décrit l'application des deux modèles au cas particulier de La Save.

4.4.1 - Application du modèle simplifié global

Pour l'application du modèle simplifié global, décrit au paragraphe 3.4.2, la démarche à adopter est très simple.

En effet, il nous faut appliquer, sur notre système (figure 4.20), les expressions suivantes :

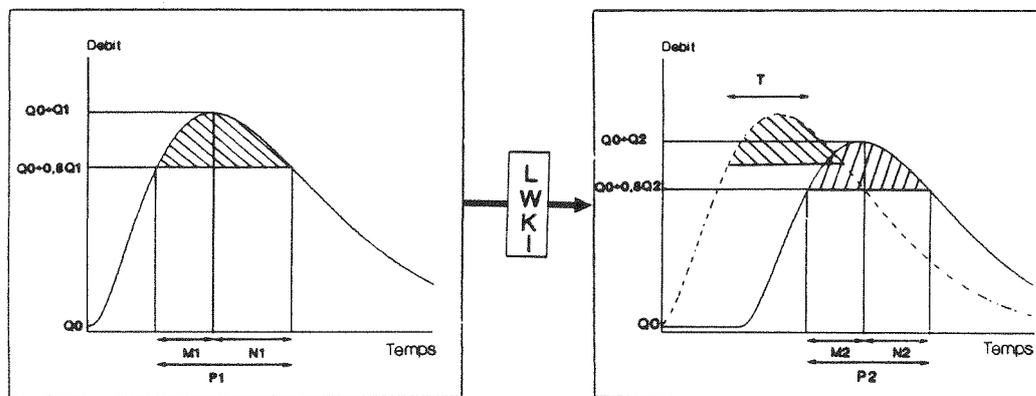


Figure 4.20 - Le système simplifié

$$Q_2 = Q_0 + (Q_1 - Q_0) \text{EXP} (-L/D_G) \quad (4.15)$$

$$T = L / C_G \quad (4.16)$$

$$P_2 = P_1 (Q_1 - Q_0) / (Q_2 - Q_0) \quad (4.17)$$

Avec :

$$C_G = 5,8 K^{0,54} (1+10^{-3})^{0,68} [P_1(Q_1-Q_0)/W]^{0,14} \quad (4.18)$$

$$D_G = 418 K^{0,81} (1+10^{-4})^{1,02} [P_1(Q_1-Q_0)/W+5000]^{0,96} \quad (4.19)$$

Dans les expressions, on a :

Q_1 : débit de pointe au dessus du débit de base, à l'amont, en m^3/s ;

Q_2 : idem, à l'aval ;

Q_0 : débit de base, en m^3/s ;

T : temps de transfert, en s ;

P_1 : durée de dépassement au dessus du débit de base, à l'amont, en s ;

P_2 : idem, à l'aval ;

L : longueur du tronçon, en m ;

K : coefficient de Strickler ;

W : largeur du cours d'eau, en m ;

I : pente du fond.

L'utilisation des données disponibles sur les cours d'eau Wye et Jacui, (paragraphe 4.2), permet d'évaluer l'atténuation et le temps de transfert pour les 10 événements considérés (cf. tableau 4.16) :

COURS D'EAU	DATE	ATTENUATION (%)			TEMPS DE TRANSFERT (S)		
		Observée	Calculée	Erreur (%)	Observé	Calculé	Erreur(%)
WYE -1-	17/01/69	16,22	8,65	46,7	50 000	25200	49,6
	08/12/60	20,25	27,02	33,4	73 100	32400	55,7
	10/01/48	36,43	25,14	31,0	74 000	30900	58,2
	26/11/39	33,95	20,12	40,7	74 100	30000	59,5
WYE -2-	04/12/60	22,68	25,15	10,9	71 700	37700	47,4
	09/12/65	14,75	22,95	55,6	84 100	38600	54,1
JACUI	07/12/81	31,13	19,48	37,4	14 300	15500	8,4
	28/12/81	30,37	20,56	32,3	15 100	16200	7,3
	23/05/81	27,21	15,62	42,6	11 300	14700	30,1
	25/03/82	20,59	16,24	21,1	10 300	15100	46,6
MOYENNE				35,2			41,7

Tableau 4.16 - Résultats de l'application du modèle simplifié global

On constate une erreur moyenne de l'atténuation de 35 % , ce qui donne une erreur moyenne d'environ 9 % au niveau de l'évaluation du débit aval. En ce qui concerne le temps de transfert, on a une erreur moyenne d'environ 42 % .

Il faut remarquer que ces résultats du modèle simplifié global concernent son application sur un tronçon unique de chaque cours d'eau. On a donc pris un bief avec des caractéristiques homogènes tout au long de sa longueur. Si l'on adopte un partage du tronçon en biefs, avec, au moins, des pentes homogènes, on obtient le tableau 4.17 :

COURS D'EAU	DATE	ATTENUATION (%)			TEMPS DE TRANSFERT (S)		
		Observée	Calculée	Erreur (%)	Observé	Calculé	Erreur(%)
WYE -1-	17/01/69	16,22	10,02	38,3	50 000	26000	48,0
	08/12/60	20,25	32,07	58,4	73 100	32800	55,1
	10/01/48	36,43	29,14	20,0	74 000	31900	56,9
	26/11/39	33,95	23,46	30,9	74 100	30900	58,3
WYE -2-	04/12/60	22,68	32,58	43,7	71 700	40700	43,2
	09/12/65	14,75	30,16	104,5	84 100	39800	52,7
JACUI	07/12/81	31,13	20,17	35,2	14 300	15000	4,9
	28/12/81	30,37	21,26	30,0	15 100	15700	4,0
	23/05/81	27,21	16,26	40,2	11 300	14300	26,5
	25/03/82	20,59	17,03	17,3	10 300	14700	42,7
MOYENNE				41,9			34,2

Tableau 4.17 - Résultats de l'application du modèle simplifié global, avec partage en biefs homogènes

On vérifie que les résultats obtenus sont sensiblement équivalents aux résultats obtenus avec la prise en compte d'un tronçon unique. La simplification d'adopter un tronçon unique pour le modèle simplifié global, semble donc être valable.

4.4.2 - Application du modèle à pas d'espace fixe

Après l'application du modèle simplifié global, il nous reste, maintenant, à appliquer le modèle à pas d'espace fixe, présenté au paragraphe 3.4.3.

La démarche à adopter est, essentiellement, la suivante :

- partage du tronçon de cours d'eau en plusieurs biefs, en fonction de caractéristiques physiques homogènes, en respectant un pas d'espace, fixé à 5000 m ;

- utilisation du modèle sur le premier bief ;

- utilisation des éléments résultants du routage sur le premier bief (Q_2 et P_2), comme données amont pour le deuxième bief, et, successivement, jusqu'à la fin du bief ;

- le débit de pointe et la durée à l'aval sont obtenus directement ; le temps de transfert est obtenu en faisant la somme des temps de transfert sur chaque bief.

Pour l'utilisation du modèle sur chaque bief, on est dans la même situation que celle décrite à la figure 4.20 du paragraphe précédent. Les expressions à utiliser pour obtenir les trois variables à déterminer, Q_2 , P_2 et T , sont les suivantes (cf. paragraphe 3.4.3):

$$Q_2 = Q_0 + \frac{Q_1 - Q_0}{0,85 + 0,15 (1 + L/D_5)^{0,5}} \quad (4.20)$$

$$P_2 = P_1 (Q_1 - Q_0) / (Q_2 - Q_0) \quad (4.21)$$

$$T = \frac{D_5}{C_5} \{0,72 L/D_5 + 0,21 [(1 + L/D_5)^{1,33} - 1]\} \quad (4.22)$$

Avec les variables intermédiaires C_5 et D_5 , données par les expressions (4.23) et (4.24) :

$$C_5 = 205 K^{0,23} (1+10^{-4})^{-0,09} [P_1 + 1,1 \times 10^4 W / (Q_1 - Q_0)]^{-0,66} \quad (4.23)$$

$$D_5 = 0,95 K^{1,27} (1+10^{-4})^{1,59} P_1^{1,64} [(Q_1 - Q_0) / W]^{0,55} \quad (4.24)$$

Les notations et les unités adoptées ici sont exactement les mêmes que celles du paragraphe précédent.

L'utilisation de ces expressions sur les données disponibles des cours d'eau Wye et Jacui nous permettent d'évaluer les débits aval et les temps de transfert. On a adopté des coefficients de Strickler de 35 pour les deux premiers tronçons de la Jacui et 40 pour les deux derniers ; pour la Wye, on a adopté des valeurs différentes du coefficient, selon la crue (cf. tableau 4.11). On peut ensuite obtenir le tableau 4.18 ci-après :

COURS D'EAU	DATE	ATTENUATION (%)			TEMPS DE TRANSFERT (S)		
		Observée	Calculée	Erreur (%)	Observé	Calculé	Erreur (%)
WYE -1-	17/01/69	16,22	7,57	53,3	50 000	128 600	157,2
	08/12/60	20,25	21,90	8,1	73 100	144 500	97,7
	10/01/48	36,43	20,43	43,9	74 000	139 000	87,8
	26/11/39	33,95	15,93	53,1	74 100	141 800	91,4
WYE -2-	04/12/60	22,68	20,93	7,7	71 700	259 600	262,1
	09/12/65	14,75	13,77	6,6	84 100	185 100	120,1
JACUI	07/12/81	31,13	34,43	10,6	14 300	14 100	1,4
	28/12/81	30,37	29,91	1,5	15 100	16 600	9,9
	23/05/81	27,21	28,34	4,2	11 300	14 600	29,2
	25/03/82	20,59	25,35	23,1	10 300	16 200	57,3
MOYENNE				20,6			91,4

Tableau 4.18 - Résultats de l'application du modèle à pas d'espace fixe

L'erreur moyenne au niveau de l'évaluation du débit aval est faible, de l'ordre de 5 %. Par contre, au niveau du temps de transfert, les erreurs sont importantes, surtout en ce qui concerne la rivière Wye. En effet, on constate une surestimation du temps de transfert, en indiquant peut-être une inadéquation du modèle au cours d'eau, ou aux crues. La formulation globale, plus simplifiée, donne ici, des résultats plus satisfaisants.

4.4.3 - Application des modèles sur la rivière La Save

Sachant que l'on dispose de données d'un cours d'eau dans deux situations différentes, comme décrit au paragraphe 4.2., il serait tout à fait intéressant d'appliquer les modèles dérivés de Saint-Venant, pour pouvoir évaluer l'impact de travaux sur les caractéristiques physiques de ce cours d'eau.

Comme on ne dispose pas de données topographiques assez détaillées et comme on ne connaît pas exactement la nature des travaux effectués, on va supposer que seulement la rugosité du cours d'eau a été modifiée ; les largeurs, longueurs et pentes restant strictement les mêmes.

On a partagé le tronçon étudié en deux biefs distincts, avec les caractéristiques indiqués au tableau 4.19 :

BIEF	LONGUEUR (m)	LARGEURS (m)		PENTE
		Lit mineur	Plaine	
1	28 500	20	800	0,00087
2	31 500	25	600	0,00128

Tableau 4.19 - Caractéristiques de La Save

Pour l'application du modèle simplifié à pas d'espace fixé, on a adopté les longueurs correspondant à la plaine inondable.

En calant donc les rugosités, sur les données des deux crues, on obtient les éléments du tableau 4.20 :

SITUATION	COEFFICIENT STRICKLER ADOPTE	ATTENUATION (%)			DECALAGE (s)		
		Observée	Calculée	Erreur (%)	Observé	Calculé	Erreur (%)
Encombrée	5	50,39	48,06	4,6	293 800	329 400	12,1
Aménagée	20	18,00	16,00	11,1	172 800	179 300	3,8

Tableau 4.20 - Résultats du modèle à pas d'espace fixe pour La Save

On constate donc que le modèle s'ajuste bien aux données des deux crues, en indiquant un changement important de la rugosité, avec des coefficients de Strickler passant de 5 à 20.

Si l'on adopte ces mêmes valeurs de coefficients de Strickler et de largeurs, l'utilisation du modèle simplifié global nous donne des valeurs tout à fait différentes : on constate des atténuations beaucoup plus importantes, pour des temps de transfert trop réduits.

Pour obtenir des résultats satisfaisants, il nous faut soit adopter des largeurs plus faibles, soit changer les coefficients de Strickler précédemment utilisés.

En adoptant des largeurs équivalant à 10 % des largeurs des plaines d'inondation, on obtient les éléments du tableau 4.21 :

SITUATION	COEFFICIENT STRICKLER ADOPTE	ATTENUATION (%)			DECALAGE (s)		
		Observée	Calculée	Erreur (%)	Observé	Calculé	Erreur (%)
Encombrée	5	50,39	43,41	13,9	293 800	57600	80,4
Aménagée	20	18,00	15,33	14,8	172 800	26800	84,5

Tableau 4.21 - Résultats du modèle simplifié global pour La Save

On vérifie ici que le modèle global permet de représenter convenablement la propagation, dans les deux situations, avec le même changement de rugosité, (coefficient de Strickler passant de 5 à 20) après les travaux d'aménagement de la

rivière. On constate, cependant, des erreurs assez importantes au niveau du temps de transfert.

Après cette analyse on constate que la largeur peut aussi être un paramètre de calage, et ne doit pas être prise directement, sans une analyse préalable.

Enfin, il faut remarquer que, indépendamment de la largeur adoptée, on peut évaluer, de façon assez fiable, surtout avec le modèle à pas d'espace fixe, les effets des aménagements de cours d'eau. En effet, si l'on sait que l'on a fait changer la valeur du coefficient de Strickler, on peut prévoir les effets sur l'atténuation et sur le temps de transfert.

On vérifie, donc, l'applicabilité des modèles simplifiés proposés pour les situations que l'on a envisagées au départ, c'est-à-dire, l'évaluation de l'impact des aménagements des cours d'eau sur la propagation de pointes de crues.

4.5 - COMPARAISON DES MODELES

Dans le but de vérifier la performance des modèles proposés par rapport aux modèles de propagation déjà disponibles, nous allons présenter l'ensemble des résultats obtenus avec les différents modèles. On présente également les résultats à partir des modèles classiques, obtenus dans les références bibliographiques disponibles.

Dans le paragraphe 4.5.1, on considère la rivière Wye, et, dans le paragraphe 4.5.2, on présentera les résultats obtenus avec la rivière Jacui.

4.5.1 - Le Wye

En ce qui concerne le cours d'eau Wye, on a trouvé, dans la publication "Flood Routing Studies" (N.E.R.C., 1975), des résultats de l'application de trois modèles différents. Ces modèles sont :

- Muskingum-Cunge linéaire : MCL
- Onde diffusante avec paramètres variables : VPD
- Modèle Hayami complet : MHC

On a appliqué, sur les données de ce cours d'eau, les modèles suivants :

- Modèle Hayami proposé : MHP
- Modèle simplifié global : MSG
- Modèle simplifié à pas d'espace fixe : MSP

Dans le tableau 4.22 on présente les résultats obtenus avec ces six différents modèles ; les quatre premiers événements concernent les crues du tronçon Erwood-Belmont, les deux derniers concernent le tronçon Belmont-Reedbrook.

EVENEMENT	DEBIT AVAL						TEMPS DE TRANSFERT					
	MCL	VPD	MHC	MHP	MSG	MSP	MCL	VPD	MHC	MHP	MSG	MSP
1	4,0	0,6	3,4	10,7	7,4	10,3	2,9	11,1	3,5	48,7	48,0	157,2
2	3,7	3,2	6,2	8,2	14,8	3,1	2,0	1,0	7,2	10,8	55,1	97,7
3	12,4	6,3	11,4	16,5	11,5	25,2	1,0	3,0	8,6	12,4	56,9	87,8
4	3,8	4,4	5,6	10,0	15,9	20,2	3,0	6,1	4,6	12,6	58,3	91,4
5	7,5	1,0	8,4	7,3	9,6	1,2	8,6	9,8	11,9	16,3	43,2	262,1
6	0,6	0,1	0,1	4,4	3,9	2,3	2,5	8,7	2,5	14,3	52,7	120,1
MOYENNE	5,3	2,6	5,9	9,5	10,5	10,4	3,3	6,6	6,4	19,2	52,4	136,1

Tableau 4.22 - Erreurs des modèles sur la rivière Wye

4.5.2 - Le Jacui

Les informations sur le cours d'eau Jacui ont été obtenues à partir des références (I.P.H., 1983) et (Zamanillo et Tucci, 1987). Elles concernent les modèles suivants :

- Muskingum-Cunge linéaire : MCL
- Muskingum-Cunge non linéaire : MCT

On a appliqué les trois modèles proposés, MHP, MSG et MSP, comme vu au paragraphe 4.5.1. Les résultats, pour les 4 crues, sont présentés au tableau 4.23 ci-après :

EVENEMENT	DEBIT AVAL					TEMPS DE TRANSFERT				
	MCL	MCT	MHP	MSG	MSP	MCL	MCT	MHP	MSG	MCP
1	11,9	1,7	12,2	16,9	4,8	-	-	1,6	4,9	1,9
2	14,4	1,3	8,9	14,1	0,7	-	-	0,0	4,0	9,9
3	10,6	0,2	11,6	15,9	1,5	-	-	0,3	26,5	29,2
4	5,0	1,3	4,3	5,5	6,0	-	-	0,8	42,7	57,3
MOYENNE	10,5	1,1	9,3	13,1	1,9	-	-	0,7	19,5	24,5

Tableau 4.23 - Erreurs des modèles sur la rivière Jacui

Il faut remarquer ici que l'on n'a pas indiqué les erreurs concernant les temps de transfert pour les modèles MCL et MCT, car ils ont utilisé cette variable comme paramètre de calage des modèles, les erreurs seraient, donc, nulles.

4.5.3 - Analyse des résultats

L'analyse de l'ensemble de ces résultats conduit aux considérations suivantes :

On constate que les modèles proposés, de forme globale, présentent une performance sensiblement équivalente à celle des autres modèles classiques, d'utilisation beaucoup plus complexe.

En effet, en ce qui concerne l'évaluation des débits aval du Jacui, le modèle à pas d'espace fixe, encore qu'utilisé sans calage, présente, en moyenne, une performance supérieure au modèle Muskingum-Cunge. Le modèle Hayami simplifié proposé se présente, aussi, comme équivalent à ce modèle.

En ce qui concerne les temps de transfert, on constate que les modèles dérivés de Saint-Venant sont assez imprécis. En effet, les erreurs de ces modèles sont beaucoup plus importantes que les erreurs des autres modèles. Cela est valable, même pour le modèle Hayami proposé, qui présente une performance tout à fait satisfaisante. On peut penser que l'utilisation, avec calage de la largeur et du coefficient de Strickler pourrait améliorer sensiblement la performance des modèles.

Cela posé, on peut conclure en disant que les modèles simplifiés proposés présentent une performance acceptable, compatible avec l'objectif principal de ces modèles, qui est une évaluation préliminaire des caractéristiques de la propagation.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Dans le cadre de cette thèse, on a vu plusieurs aspects de la modélisation de la propagation des crues du point de vue de l'hydrologie.

En effet, dans la **Première Partie**, on a montré la complexité du phénomène, tant au niveau purement mathématique de la formulation du problème, qu'au niveau pratique de mise en oeuvre de modèles opérationnels. On a vu que même le choix du modèle à utiliser pour une situation donnée, est un problème complexe, restant une affaire de spécialiste. Ainsi, on a également évoqué la possibilité d'utilisation des techniques de l'Intelligence Artificielle pour faciliter ce problème de choix d'un modèle.

Compte-tenu des considérations développées dans la première partie, on a montré l'intérêt de disposer de méthodes simples et pratiques pour l'étude de la propagation, susceptibles d'être valables dans un certain nombre de situations qui se présentent dans la pratique de l'hydrologie.

La littérature hydrologique ne manque pas de telles méthodes, qui sont d'ailleurs apparues, par la force des choses, à une époque où l'on était très loin de disposer des formidables moyens de calcul actuels. Cependant, ces méthodes s'appliquent plus à simplifier les équations de base, pour en permettre une résolution moins fastidieuse qu'à donner une description simplifiée des résultats exacts de la propagation. L'exemple le plus net est celui de la méthode Muskingum, qui traite un bief de cours d'eau par un modèle linéaire, peu différent de celui utilisé pour un réservoir. Des hydrauliciens et hydrologues se sont forcés à traiter ce modèle simplifié de telle façon qu'il parvienne à reproduire certaines caractéristiques du modèle complet.

Notre intention est différente : elle est de faire intervenir les simplifications a posteriori plutôt que a priori, de façon à diminuer l'imprécision des modèles et, simultanément, en augmenter la simplicité d'utilisation. Avant d'attaquer ce type de démarche avec le modèle complet de Barré de Saint Venant, nous avons essayé de l'appliquer au modèle diffusant popularisé par Hayami.

C'est ce modèle Hayami qui fait l'objet de la **Deuxième Partie** de la thèse. Pour obtenir une description simplifiée de l'effet de ce modèle sur les crues, il était nécessaire de décrire ces dernières sous forme analytique, dépendant d'un faible nombre de paramètres, afin de bien préciser les objets auxquels on allait appliquer le modèle. On a alors trouvé une description analytique d'une pointe de crue qui permettait de supprimer tous les calculs d'intégration prévus par le principe de l'hydrogramme

unitaire. La mise au point de paramètres réalisant une synthèse des paramètres C et D propres au modèle Hayami et de ceux décrivant les crues incidentes a permis d'établir des abaques donnant directement les résultats les plus intéressants de la propagation (atténuation et temps de transfert) et, en sens inverse, l'identification des paramètres C et D sur un bief où l'on dispose de crues observées. La simplicité des calculs proposés, permettant l'application du modèle Hayami sans utilisation de moyens de calcul puissants (avec même une simple calculatrice non programmable) nous a encouragé à faire une étude un peu plus approfondie sur les paramètres C et D du modèle, dont la détermination reste alors la difficulté majeure. Exploitant des données sur la propagation de crues par le modèle complet de Saint Venant on a cherché à améliorer des estimations a priori de ces paramètres en fonction des caractéristiques hydrauliques des cours d'eau et même des crues à propager. Cette dernière étape d'explication de C et D n'a pas pu aboutir à améliorer des estimations a priori de ces paramètres existants déjà, montrant par là, la grande distance entre le modèle Hayami et le modèle de Barré de Saint Venant. Ce résultat négatif nous a conduit à faire porter les mêmes efforts de simplification sur les sorties du modèle complet de Saint Venant, plutôt que sur un modèle simplifié a priori. Cependant le modèle simplifié proposé par Hayami a été appliqué, en fin de thèse, sur des cours d'eau réels et, à cette occasion une analyse des effets de C et D sur l'atténuation et le temps de transfert des crues a permis de mieux expliciter le rôle de ces deux paramètres dans la propagation.

Dans la **Troisième Partie** de la thèse, on a recherché et proposé des modèles simplifiés reproduisant les résultats du modèle complet de Barré de Saint Venant et l'on a fixé un certain nombre de conditions concernant, d'une part les paramètres de la modélisation, d'autre part les données des biefs et des crues afin de permettre la simplification annoncée. Au préalable, il nous a fallu simuler un assez grand nombre de propagations par le modèle complet de Saint Venant. A cette occasion, on a analysé l'influence du pas d'espace et du pas de temps dans le schéma numérique utilisé, et l'on a remarqué, en particulier, que les pas de calcul trop courts ne nous conduisent pas forcément à des résultats plus précis.

Après avoir obtenu cet ensemble de résultats, nous avons abordé l'analyse de l'influence des caractéristiques des cours d'eau et des crues sur la propagation, en se plaçant, a priori, dans des cas où l'influence des conditions aval serait négligeable, ce qui a été vérifié sur les résultats obtenus.

Nous avons résumé les résultats de la propagation par les deux caractéristiques, que sont l'atténuation et le temps de transfert. L'estimation a posteriori de ces deux facteurs sur le jeu de données obtenu par Saint Venant nous conduit à mettre en évidence deux variables intermédiaires que l'on s'est efforcé d'analyser. Les régressions effectuées pour expliquer ces variables ont permis d'apprécier le rôle des caractéristiques du cours d'eau, rugosité et pente, sur la propagation. De même, on a pu estimer l'influence des caractéristiques des crues sur l'atténuation et sur la vitesse de propagation, et noter l'absence d'influence sensible du débit de base ; on a constaté une relative constance du temps de montée et du produit "Débit de pointe x Durée de

dépassement", tout au long de la propagation. Cela nous a montré que la forme de la crue jouait un rôle secondaire dans la propagation. Le débit de pointe s'est révélé comme étant une variable très importante dans le phénomène. Au total, un ensemble de 5 équations algébriques explicites permet d'obtenir les deux principales caractéristiques de la propagation, l'atténuation et le temps de transfert.

La **Quatrième Partie** a été consacré au test sur des cas réels, des modèles simplifiés de propagation. On a constaté que ces modèles, d'utilisation très aisée, donnent des résultats, en général, acceptables, et peuvent être utilisés dans la pratique de l'hydrologie, pour évaluer, de façon préliminaire, les principales caractéristiques de la propagation. Ces modèles semblent être tout à fait adaptés au stade d'un avant-projet. Il faut remarquer que le dernier modèle proposé est correct surtout en ce qui concerne l'atténuation des crues. Le temps de transfert, plus délicat à obtenir, est parfois entaché d'erreurs grossières.

On peut conclure en disant que le travail effectué devrait avoir apporté une contribution utile à l'étude de la propagation des crues en hydrologie. Cette contribution, au niveau de la compréhension du phénomène, concerne essentiellement l'établissement de liaisons simples entre des paramètres des cours d'eau des crues, facilement réperables et familières aux hydrologues, et les caractéristiques du phénomène de propagation. A un autre niveau, plus pragmatique, les modèles simplifiés proposés devraient contribuer, du fait de leur simplicité, à une prise en compte plus systématique de la propagation dans la pratique de l'hydrologie.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- **ABBOT M.B. - 1979**
"Computational Hydraulics - Elements of the theory of free surface flows"
 Pitman Publishing limited

- **BEDIENT Ph.. , HUBER, W.C. 1988**
"Hydrology and floodplain analysis "
 Addison Wesley Publishing lcompany

- **BOCQUILLON C. - 1978**
"Propagation des écoulements transitoires intermittents dans les systèmes hydrauliques à surface libre"
 Rapport pour le STU, Décembre 1978

- **BOCQUILLON C., MOUSSA R. - 1988**
"C.O.M.O.D. : Logiciel de choix de modèles d'ondes diffusantes et de leurs caractéristiques"
 La Houille Blanche, n° 5/6 - 1988, pp. 433 à 437

- **CEMAGREF - Division Hydrologie et Hydraulique d'ANTONY - 1985**
"Atténuation des crues dans un bief large"
 Note d'information technique n° 3, cahier 57, 3 p - Antony 1985

- **CEMAGREF - Division Hydrologie et Hydraulique d'ANTONY - 1989**
"Hydrologie Appliquée aux petits bassins ruraux"
 Antony - 1989

- **CHOW V.T. - 1959**
"Open channel hydraulics"
 Mc Graw Hill Book Company, 22ème édition - 1974

- **CUNGE J.A. - 1976**
"Transfert dans les chenaux et rivières - Modèles mathématiques en Hydraulique Fluviale - Problèmes de simulation"
 Exposé à I.N.P. de Grenoble, 34 p, Septembre 1976

- **CUNGE J.A., HOLLY J.F.M., VERWEY A. - 1980**
"Practical aspects of computational river hydraulics"
 Pitman Publishing limited

- **DAUBERT A. - 1964**
"Quelques aspects de la propagation des crues"
 La Houille Blanche, n° 3, pp. 341 à 346 - 1964

- **DUBAND - 1977**
"La prévision appliquée à la gestion de ressources en eau"
 Les Journées de Montpellier, thème 3, Sujet 2, pp. 17 à 23, Octobre 1977

- **ENPC - Ecole Nationale des Ponts et Chaussées - 1983**
"Eléments de mécanique des fluides appliquée"
 Cours de l'ENPC 1983 - 1984

- **FLORID P. - 1984**
"Estimation rapide de l'amortissement des crues le long d'un cours d'eau"
 Mémoire de D.E.A. - Université Paris-Sud - CEMAGREF

- **GALLATI M., MAIONE U. - 1977**
"Perspective on mathematical models of flood routing"
 Mathematical Models for surface water hydrology. Proceedings of the workshop at Pisa, pp. 169 à 179, Décembre 1974

- **GIVONNE P. - 1978**
"Propagation de crues de la Midouze"
 Mémoire pour l'obtention du diplôme d'ingénieur des techniques et de l'équipement rural

- **HEHL M.E. - 1986**
"Linguagem de programação estruturada-fortran 77"
 Mc Graw-Hill Ltda

- **I. P. H. - INSTITUTO DE PESQUISAS HIDRAULICAS - 1983**
"Estudos Hidrodinamicos de Rio Jacui"
 Rapport Technique IPH-UFRGS

- **KLEMES V. - 1988**
"A Hydrological perspective"
 Journal of Hydrology, 100, pp. 3 à 28 - 1988

- **KOVACS Y. - 1988**
"Modèles de simulation d'écoulement transitoire en réseau d'assainissement"
 Thèse de doctorat de l'environnement de l'ENPC

- **LALANNE-BERDOUICA G. - 1985**
"Aménagement et entretien des rivières en milieu rural - Méthode d'étude et techniques des travaux"
 Compagnie d'aménagement des coteaux de Gascogne - 1985

- **LANNUZEL P. - 1986**
"Les outils d'aide à la construction de systèmes-experts - Aspects théoriques - Offre du marché"
 CERGRENE-ENGREF, Février 1986

- **LEBRETON J.C., BENOIST G., 1968**
"Influence du Réservoir Seine sur la propagation de crues de la Seine jusqu'à Paris"
 Xème Journées de l'hydraulique, Question IV, Rapport 6, 8 p., S.H.F.

- **LEVEL FIVE RESEARCH INCORPORATION - 1987**
 PRL Tutor Study Guide, version 1.

- **LINSLEY R. K., FRANZINI J.B. - 1964**
"Water Resources Engineering"
 Mc Graw-Hill book company, 3ème édition - 1979

- **MICHEL C. - 1982**
"Utilisation de l'Onde de Crue Diffusante en Hydrologie"
 Note interne CEMAGREF, 9 p.

- **MILLER W.A., CUNGE J.A. - 1975**
"Simplified equations of unsteady flow"
 Unsteady flow in open channels (3 volumes) K. Mohammad and V. Yevjevich - Water Resources Publications - Fort Collins, Colorado, chap. 5, pp. 183 à 257 - 1975

- **MINISTERE DE L'ENVIRONNEMENT ET DU CADRE DE VIE - 1980**
"Incidence des travaux d'aménagement sur la formation et l'écoulement des crues des rivières de Gascogne"
 Etude CAGC-SOGREAH, Novembre 1980

- **MOREL-SEYTOUX H.J. - 1987**
"Eléments théoriques de propagation et de lamingage"
 Journées d'étude en hydrologie de surface, pp. 69 à 91, Lausanne, Juin 1987

- **NATALE L. , TODINI E.. - 1974**
" A constrained parameter estimation technique for linear models in Hydrology "
 Workshop of mathematical models for surface water hydrology". Decembre 1974

- **N.E.R.C.- Natural Environment Research Council 1975**
"Flood Studies Report"
 Flood Routing Studies, volume III

- **ORTOLANO L. , PERMAN C.O. - 1987**
"Software for expert-systems development"
 Journal of computing in civil engineering, volume 1, n° 4, Octobre 1987

- **OSWALD O., RICOLEAU J.J., TARHOUNI M. - 1983**
"Estimation rapide de l'amortissement des crues le long d'un cours d'eau"
 Thème pratique ENGREF, Décembre 1983

- **POCHAT R. - 1980**
"Mécanique des fluides - Hydraulique à surface libre"
 HANOI, Ecole d'été ENGREF - 1980

- **PONCE V.M., LI R.M., SIMONS D.B. - 1978**
"Applicability of kinematic and diffusion models"
 Journal of Hydraulics division, ASCE, pp. 353 à 360, Mars 1978

- **PRIDAL D.B., WESLEY P.J. - 1989**
"Routing Procedure for ungaged channels"
 Journal of water resources planning and management, volume 115, n° 1, pp.108 à 121

- **ROCHE P.A. - 1987**
"Guide de prévision des crues"
 Synthèse du groupe "Prévision de crues" de la S.H.F. Ministère chargé de l'Environnement. Société Hydrotechnique de France - 1987

- **SAINT-VENANT B. - 1871**
"Théorie du mouvement non permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit"
 Comptes-rendus de l'Académie des Sciences, 73, pp. 147 à 154 et 237 à 240, séances des 17 et 24 Juillet 1871

- **SIMONOVIC S.P. - 1990**
"An expert-system for the selection of a suitable method for flow measurement in open channels"
 Journal of Hydrology, 112, pp. 237 à 256

- **THIRRIOT C. - 1968**
"Comparaison des méthodes de calcul de la propagation des ondes de crue"

Xèmes Journées de l'Hydraulique, S.H.F., question II, rapport 10, 7 p.,
Paris, 1968

- **THIRRIOT C. - 1976**
"Utilisation des fonctions de transfert simplifiées pour l'étude générale de l'atténuation des ondes de crue"
Révue roumaine des Sciences et Techniques, tome 21, N° 1, 1976.,
- **THIRRIOT C. - 1984**
"L'égoutier et le savant - Conte moral pour universitaire en cure d'assainissement"
La Houille Blanche, n° 1/2, pp. 27 à 64 - 1984
- **TINGSANCHLI T., LAL N.K. - 1988**
"Subsidence of flood waves in overbank flow areas"
Journal of Hydraulic Research, volume 26, n° 5, pp. 585 à 597
- **TUCCI C.E.M. - 1986**
"Modelos matematicos en hidrologia e hidraulica"
Associação Brasileira de Recursos Hídricos
- **WEINMANN P.E., LAURENSEN E.M. - 1979**
"Approximate Flood routing methods : a review"
Journal of Hydraulic division - A.S.C.E., volume 105, n° HY12,
pp. 1521 à 1536, Décembre 1979
- **ZAMANILLO E., TUCCI C.E.M. - 1987**
"Simulação de escoamento por Muskingum-Cunge com parametros variaveis"
Actes du VII Congrès Brésilien de Ressources en Eau

NOTATIONS

A	-	Variable intermédiaire dans le modèle Hayami simplifié
B	-	Variable intermédiaire dans le modèle Hayami simplifié
C	-	Célérité
C.A.	-	Variable explicative "condition aval"
C _f	-	Variable intermédiaire dans l'étude de la propagation de pointes de crues
C _g	-	Variable intermédiaire dans le modèle simplifié global
Ch	-	Coefficient de rugosité de Chézy
C _p	-	Variable intermédiaire dans l'étude de la propagation de pointes de crues
C _r	-	Nombre de courant
C _s	-	Célérité de Kleitz-Seddon
C ₅	-	Variable intermédiaire dans le modèle simplifié à pas d'espace fixé
D	-	Coefficient de diffusion
D _f	-	Variable intermédiaire dans l'étude de la propagation de pointes de crues
D _G	-	Variable intermédiaire dans le modèle simplifié global
D ₅	-	Variable intermédiaire dans le modèle simplifié à pas d'espace fixe
F	-	Nombre de Froude
FC	-	Fonction critère (Modèle Hayami simplifié)
FQR	-	Fonction critère (étude de la propagation de pointes de crues)
g	-	Accélération de la pesanteur
H	-	Profondeur
I	-	Pente du fond
l ₀	-	Perte de charge en régime permanent
J	-	Pente de la ligne d'énergie
K	-	Coefficient de rugosité de Strickler ; Constant empirique du modèle Muskingum
L	-	Longueur du tronçon
L _f	-	Longueur de pente fictive
M	-	Durée de montée pour la partie de l'hydrogramme dépassant 80 % du débit de pointe
N	-	Durée de décrue pour la partie de l'hydrogramme dépassant 80 % du débit de pointe
P	-	Durée de dépassement de 80 % du débit de pointe

P_H	-	Durée de dépassement nécessaire au modèle Hayami
P_V	-	Durée de dépassement nécessaire aux modèles dérivés de Saint-Venant
q	-	Débit
Q	-	Débit de pointe
Q_0	-	Débit initiale et permanent
R_c	-	Rayon de courbure au sommet de l'hydrogramme
RS	-	Rapport de Student
R^2	-	Coefficient de détermination
S	-	Section mouillée
s	-	Erreur standard
t	-	Temps
T	-	Temps de transfert des pointes de crue
T_f	-	Temps fictif de parcours
t_m	-	Temps de montée
T_0	-	Durée de la crue
$T(x)$	-	Instant de l'occurrence du début de la pointe de l'hydrogramme
$T_p(x)$	-	Instant de l'occurrence du débit de pointe à la section d'abscisse y
v	-	Vitesse moyenne dans la section
v_0	-	Vitesse en régime permanent
V	-	Volume de la crue
x	-	Abscisse en long
X	-	Constant empirique du modèle Muskingum
Y	-	Tirant d'eau
Y_0	-	Tirant d'eau en régime permanent
Z	-	Côte de la surface libre
α	-	Paramètre de forme dans l'hydrogramme type Nash ; coefficient empirique pour la mise au point du modèle simplifié à pas d'espace fixé
β	-	Coefficient empirique pour la mise au point du modèle simplifié à pas d'espace fixé
δ	-	Nombre adimensionnel dans le modèle Hayami simplifié
Δt	-	Pas de temps ; retard de la pointe de crue
Δx	-	Pas d'espace
θ	-	Durée réduite de la crue ; coefficient de pondération dans le schéma implicite de Preismann
Ω	-	Nombre adimensionnel dans le modèle Hayami simplifié

LISTE DE FIGURES

- FIGURE 1.1 - Situation schématique où la propagation est prépondérante
- FIGURE 1.2 - Propagation d'une crue
- FIGURE 1.3 - Organigramme du logiciel C.O.M.O.D.
- FIGURE 1.4 - Organigramme du système-expert pour le choix de modèles
- FIGURE 2.1 - L'hydrogramme amont dans le critère de Cunge et Cayla
- FIGURE 2.2 - Domaines de simplification du système de Saint-Venant
- FIGURE 2.3 - Assimilation de la crue au routage d'un Dirac
- FIGURE 2.4 - Les paramètres Q et P d'une crue
- FIGURE 2.5 - Une "crue d'Hayami pour un bief donné"
- FIGURE 2.6 - La recherche de T_1 et T_2
- FIGURE 2.7 - Représentation de la propagation d'une crue
- FIGURE 2.8 - Schéma de la procédure de calcul
- FIGURE 2.9 - L'abaque 1 : Calcul de l'atténuation et du décalage à partir de δ et Ω
- FIGURE 2.10 - L'abaque 2 : Calcul de la durée P' à l'aval à partir de δ et Ω
- FIGURE 2.11 - Abaque de l'atténuation et du décalage à partir de C et D
- FIGURE 2.12 - Abaque de la durée à l'aval à partir de C et D
- FIGURE 2.13 - L'utilisation de l'abaque 1 pour la détermination de C et D

- FIGURE 2.14 - Eléments de la régression pour D/C
- FIGURE 2.15 - Eléments de la régression pour D/C^2
- Figure 2.16 - Eléments de la régression avec l'hypothèse I
- FIGURE 2.17 - Eléments de la régression avec l'hypothèse II
- FIGURE 2.18 - Eléments de la régression simplifiée pour D/C^2
- FIGURE 2.19 - La définition du terme additif de la pente
- FIGURE 2.20 - Eléments de la régression pour D/C , avec terme constant
- FIGURE 2.21 - Eléments de la régression pour D/C^2 , avec terme constant
- FIGURE 2.22 - Eléments de la régression sur C
- FIGURE 2.23 - Eléments de la régression sur D
- FIGURE 2.24 - Un tronçon comme une succession de biefs homogènes
- FIGURE 2.25 - Décomposition d'une crue multiple
- FIGURE 2.26 - Réseau hydrographique
- FIGURE 3.1 - Schématisation des cours d'eau
- FIGURE 3.2 - L'hydrogramme type Nash
- FIGURE 3.3 - Les paramètres de l'hydrogramme réel
- FIGURE 3.4 - Schéma implicite de Preismann
- FIGURE 3.5 - Courbes de isovaleurs de la fonction critère pour différents pas de calcul
- FIGURE 3.6 - Propriétés du schéma de Preismann pour $\theta = 0.7$
- FIGURE 3.7 - Eléments de la régression sur le temps de montée, avec l'ensemble des variables explicatives
- FIGURE 3.8 - Eléments de la régression sur le temps de montée, avec le temps de montée à l'amont comme seule variable explicative

- FIGURE 3.9 - Eléments de la régression sur le produit PQ/W , avec l'ensemble de variables explicatives
- FIGURE 3.10 - Eléments de la régression sur le produit PQ/W , avec PQ/W à l'amont comme seule variable explicative
- FIGURE 3.11 - La pointe de la crue à la section d'abscisse x
- FIGURE 3.12 - Variations des coefficients de détermination et des erreurs standard en fonction de a_4
- FIGURE 3.13 - Eléments de la régression pour l'atténuation
- FIGURE 3.14 - Eléments de la régression pour le temps de transfert
- FIGURE 3.15 - Eléments de la régression, avec les débits de pointe, pour le temps de transfert
- FIGURE 3.16 - Eléments de la régression pour l'atténuation avec la variable explicative "condition aval"
- FIGURE 3.17 - Eléments de la régression pour le temps de transfert avec la variable explicative "condition aval"
- FIGURE 3.18 - Schématisation des cours d'eau pour la mise au point des modèles
- FIGURE 3.19 - Les paramètres des hydrogrammes adoptés pour la mise au point des modèles
- FIGURE 3.20 - Représentation de la pointe de la crue à l'abscisse x dans les modèles de propagation
- FIGURE 3.21 - Recherche de la valeur optimale de a_4 pour la formulation globale
- FIGURE 3.22 - Recherche de la valeur optimale de a_5 pour la formulation globale
- FIGURE 3.23 - Eléments de la régression pour l'atténuation, avec la formulation globale
- FIGURE 3.24 - Recherche de la valeur optimale de b_4 pour la formulation globale

- FIGURE 3.25 - Recherche de la valeur optimale de b_5 pour la formulation globale
- FIGURE 3.26 - Résultats de la régression pour le temps de transfert, avec la formulation globale
- FIGURE 3.27 - Valeurs du coefficient de détermination (R^2)
- FIGURE 3.28 - Valeurs de l'erreur standard
- FIGURE 3.29 - Recherche de la valeur optimale de a_5
- FIGURE 3.30 - Résultats de la régression pour D_5
- FIGURE 3.31 - Recherche de la valeur optimale de b_5
- FIGURE 3.32 - Recherche de la valeur optimale de b_6
- FIGURE 3.33 - Eléments de la régression pour C_5
- FIGURE 3.34 - La fonction $f(y)$ et son approximation
- FIGURE 3.35 - Le modèle simplifié de propagation
- FIGURE 4.1 - Localisation des biefs de la Seine
- FIGURE 4.2 - Les crues de 1955 et 1958 de la Seine
- FIGURE 4.3 - Wye River, entre Erwood et Belmont
- FIGURE 4.4 - Les crues pour le tronçon Erwood-Belmont
- FIGURE 4.5 - Wye River, entre Belmont et Redbrook
- FIGURE 4.6 - Les crues pour le tronçon Belmont-Redbrook
- FIGURE 4.7 - Rio Jacui, entre Itauba et Volta Grande III
- FIGURE 4.8 - Profil au long du Rio Jacui, entre Itauba et Volta Grande III
- FIGURE 4.9 - Crues du Rio Jacui, à Itauba et Volta Grande III
- FIGURE 4.10 - La Midouze entre Mont de Marsan et Campagne
- FIGURE 4.11 - Les crues de la Midouze

FIGURE 4.12 - La Save

FIGURE 4.13 - Les crues de la Save

FIGURE 4.14 - Exemple d'hydrogrammes observés et calculés

FIGURE 4.15 - La célérité et le décalage

FIGURE 4.16 - Les paramètres C et D et l'atténuation

FIGURE 4.17 - La longueur de pente fictive

FIGURE 4.18 - Les paramètres L_f et T_f et l'atténuation

FIGURE 4.19 - Les variations relatives de L_f et T_f

FIGURE 4.20 - Le système simplifié

LISTE DE TABLEAUX

- TABLEAU 2.1 - Eléments des crues et des canaux synthétiques
- TABLEAU 2.2 - Les valeurs de C et D identifiées
- TABLEAU 2.3 - Données de l'échantillon test
- TABLEAU 2.4 - Eléments des régressions avec K et I
- TABLEAU 2.5 - Valeurs de la fonction critère (%)
- TABLEAU 2.6 - Eléments des régressions par bief
- TABLEAU 3.1 - Analyse multicritère des différents types d'hydrogrammes
- TABLEAU 3.2 - Résolution numérique de l'équation (3.4)
- TABLEAU 3.3 - Données utilisées pour l'étude de Q_0
- TABLEAU 3.4 - Eléments des régressions pour l'atténuation concernant les conditions aval d'élargissement et de rétrécissement
- TABLEAU 3.5 - Eléments des régressions pour le temps de transfert concernant les conditions aval d'élargissement et de rétrécissement
- TABLEAU 3.6 - Les variations des coefficients selon la condition aval
- TABLEAU 3.7 - Recherche d'une valeur adéquate pour A
- TABLEAU 3.8 - Résultats obtenus avec différentes expressions de C en fonction de la pente
- TABLEAU 4.1 - Caractéristiques des crues de la Seine
- TABLEAU 4.2 - Wye River entre Erwood et Belmont
- TABLEAU 4.3 - Wye River entre Belmont et Redbrook
- TABLEAU 4.4 - Caractéristiques des crues du Wye River

TABLEAU	4.5	- Rio Jacui, entre Itauba et Volta Grande III
TABLEAU	4.6	- Caractéristiques des crues du Rio Jacui
TABLEAU	4.7	- Eléments des crues de la Midouze
TABLEAU	4.8	- Eléments des crues de la Save
TABLEAU	4.9	- Valeurs calées des paramètres célérité et diffusion
TABLEAU	4.10	- Valeurs d'atténuation et de retard de la pointe de crue calculées à partir du calage direct de C et D
TABLEAU	4.11	- Valeurs de C et D évaluées sans données préalables
TABLEAU	4.12	- Valeurs des erreurs pour l'évaluation de l'atténuation et du décalage sans utilisation de données préalables
TABLEAU	4.13	- Valeurs de l'atténuation et du décalage calculées pour la Seine, avec correction en fonction de la longueur
TABLEAU	4.14	- Caractéristiques de la propagation et valeurs des coefficients identifiés pour la Save
TABLEAU	4.15	- Les effets de ΔRL et ΔRT sur l'atténuation et le temps de transfert
TABLEAU	4.16	- Résultats de l'application du modèle simplifié global
TABLEAU	4.17	- Résultats de l'application du modèle simplifié global, avec partage en biefs homogènes
TABLEAU	4.18	- Résultats de l'application du modèle à pas d'espace fixe
TABLEAU	4.19	- Caractéristiques de la Save
TABLEAU	4.20	- Résultats du modèle à pas d'espace fixe pour la Save
TABLEAU	4.21	- Résultats du modèle simplifié global pour la Save
TABLEAU	4.22	- Erreurs des modèles sur la rivière Wye
TABLEAU	4.23	- Erreurs des modèles sur la rivière Jacui

ANNEXES

ANNEXE A

PUBLICATIONS

PUBLICATIONS

Les études menées au cours de cette thèse ont permis la publication de deux articles et la présentation d'une communication dans un symposium. Ces documents, élaborés avec Claude MICHEL, sont les suivantes:

- Une utilisation simple du modèle HAYAMI en hydrologie. - La Houille Blanche n°2 - 1989, pages 123 à 130 ;

- Influence des caractéristiques hydrauliques des biefs sur la propagation des pointes de crue. - La Houille Blanche n°2 - 1990, pages 141 à 148 ;

- Modelo difusivo linear para o estudo de propagação de cheias. - Communication présentée au VIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hidricos, novembre 1989, pages 508 à 519.

Une utilisation simple du modèle HAYAMI en hydrologie

M. Baptista C. Michel
CEMAGREF - Antony

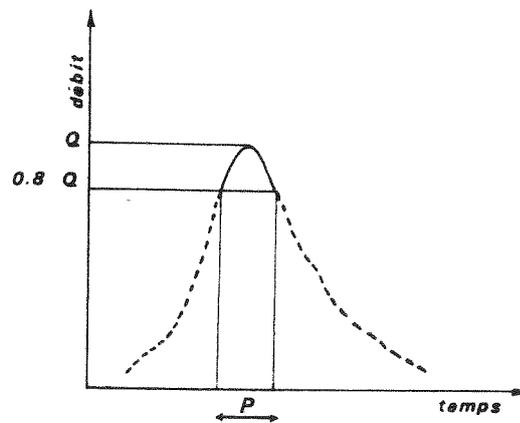
1. Introduction — le problème posé

Il se pose souvent le problème de savoir comment une crue de projet est acheminée le long d'un tronçon de rivière. Il s'agit essentiellement d'avoir une idée sur l'atténuation de la pointe de crue et sur le temps d'arrivée de cette pointe. Or, il n'est pas toujours justifié de faire une étude hydraulique détaillée et cela pour deux raisons principales :

- les données hydrauliques complètes sont longues, délicates et coûteuses à obtenir : géométrie, caractéristiques de frottement, conditions aux limites ;
- les données hydrologiques détaillées sont entachées d'incertitudes telles qu'il est souvent illusoire d'adjoindre un calcul hydraulique comparativement bien trop précis. En général, on connaît assez mal les apports latéraux, même si ceux-ci sont faibles pour le type de bief auquel on s'intéresse. De même, la forme de la crue de projet est assez incertaine et il faut souvent se contenter d'une description analytique simple dépendant de quelques paramètres.

Le but de ce papier est de fournir un outil simple pour répondre à ce genre de question. On va pour cela résumer une crue par deux paramètres quantitatifs : le débit maximum Q et la durée d pendant laquelle le débit dépasse 80 % du débit maximum (fig. 1).

Le modèle d'Hayami nous permet une description très condensée d'un tronçon de rivière, car il ne fait intervenir que deux paramètres : la célérité C et la diffusion D , en plus de la longueur du tronçon L . Il apparaît ainsi très adapté à la résolution du type de problème que nous nous posons.



1. Paramètres Q et d d'une crue.

Simple using of HAYAMI's model in hydrology

The present paper deals with the frequent problem of flood routing along a river reach. Our aim was to provide a simple tool suitable to give a quick and comprehensive answer. Quick, because the result is given simply by reading an abacus and comprehensive because this abacus is also used to identify the parameters specific to the reach under study. The model which is referred to is the diffusion model with constant coefficients, known in France as the Hayami model. When the flooding area is not too variable, the provided tool ought to be useful for a preliminary study.

2. Rappel du modèle HAYAMI

Le modèle d'Hayami consiste à décrire la dynamique de l'écoulement en rivière par l'équation de l'onde de crue diffusante à paramètres constants.

Si q est le débit, t le temps et x l'abscisse, cette équation s'écrit, en l'absence d'apports latéraux :

$$\frac{\partial q}{\partial t} + C \frac{\partial q}{\partial x} - D \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} = 0. \quad (1)$$

En considérant que le régime initial est un régime permanent (débit uniforme q_0), on démontre que l'on a :

$$q(t, x) = q_0 + \int_0^t q(\tau, 0) k(t - \tau, x) d\tau \quad (2)$$

avec

$$k(\tau, x) = \frac{x}{2 \sqrt{\pi D \tau^{3/2}} \exp[(x - C\tau)^2 / 4 D\tau]} \quad (3)$$

3. La crue de projet : Une crue d'HAYAMI

3.1. Choix d'une forme de crue : « Crue d'Hayami pour un bief donné »

Comme nous ne sommes pas très exigeants sur la forme précise de la crue de projet, dans la mesure où elle respecterait les caractéristiques essentielles Q et d , on peut mettre à profit cette liberté pour choisir une forme analytique qui simplifie les calculs d'intégration impliqués par le modèle d'Hayami. Si l'hydrogramme, à l'entrée du tronçon de rivière considéré, a la forme du noyau d'Hayami (3), le résultat de l'intégration est immédiat. En effet, si l'hydrogramme à l'amont est donné par l'expression :

$$q(t) = \frac{\sigma}{2 \sqrt{\pi \theta (t + \beta)^{3/2}} \exp\{[t^2 - 2t(\alpha + \beta) + (\alpha + \beta)^2] / [4 \theta^2 (t + \beta)]\}} \quad (4)$$

que nous pouvons noter $q(t, \alpha, \beta, \sigma, \theta)$, avec :

- α, β et σ paramètres à caler sur l'hydrogramme réel ;
- θ paramètre imposé en fonction du bief auquel on s'intéresse, $\theta = D/C^2$.

On peut montrer (MICHEL, 1982) que l'hydrogramme à la sortie d'un tronçon de longueur L , de paramètres C et D est donné directement par l'expression :

$$q'(t, \alpha + L/C, \beta, \sigma, \theta). \quad (5)$$

Il reste à caler les deux paramètres essentiels, que sont Q et d , sur cet hydrogramme de projet, que nous désignerons désormais sous le nom de « crue d'Hayami pour un bief donné », (fig. 2).

Dans ce qui suit on utilisera, pour simplifier, la dénomination plus ramassée de « crue d'Hayami ». Mais il faut se rappeler que cette crue est adaptée, au moyen d'un paramètre (θ), au bief que l'on traite.

3.2. Débit de pointe d'une crue d'Hayami

Etant donné une crue d'Hayami, représentée par l'expression (4) nous allons rechercher la valeur du débit maximum. Pour ce faire, il faut chercher la valeur de t qui annule la dérivée de cette expression. Quelques calculs montrent que ce maximum Q s'obtient pour une valeur de t égale à T , donnée par :

$$A = \frac{1}{B + \sqrt{1 + B^2}} \quad (6)$$

qui s'écrit également :

$$B = 1/2(1/A - A) \quad (6')$$

expressions dans lesquelles :

$$A = T/\alpha \quad (7)$$

et

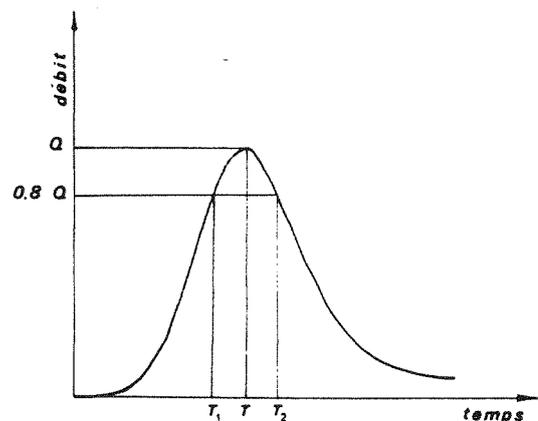
$$B = 3 D/C^2 \alpha. \quad (8)$$

On montre alors que le débit maximum, obtenu pour $t = T$, vaut :

$$Q = \frac{C^2 \sigma}{D \alpha} G(B) \quad (9)$$

avec :

$$G(B) = 1/2 \sqrt{B/3} \pi (B + \sqrt{1 + B^2})^{3/2} \times \exp[-3 B/2(1 + \sqrt{1 + B^2})]. \quad (10)$$



2. Une « crue d'HAYAMI » pour un bief donné.

3.3. Durée d'une crue d'Hayami

Comme précisé dans le premier paragraphe, d désigne la durée pendant laquelle le débit dépasse 80 % du débit maximum Q . On cherche les deux racines, T_1 et T_2 (fig. 2) de l'équation en t :

$$q(t, \alpha, \beta, \sigma, \theta) = 0,8 Q$$

c'est-à-dire :

$$q(t, \alpha, \beta, \sigma, \theta) = 0,8 q(T, \alpha, \beta, \sigma, \theta). \quad (11)$$

Utilisant l'expression (4), ainsi que la relation (6), et en notant $U = t/T$, on obtient l'équation en U donnant les deux racines U_1 et U_2 , que nous noterons :

$$f(U) = 0 \quad (12)$$

et qui est donnée par :

$$f(U) = \ln(U) + \frac{(1-U)}{(1-A^2)}(1/U - A^2) + 2/3 [\ln(0,8)]. \quad (13)$$

Les deux valeurs, T_1 et T_2 , s'obtiennent numériquement en fonction de A^2 et on peut ainsi en déduire $d = T_2 - T_1$. Nous désignons l'application $A^2 \Rightarrow d$ par :

$$d = TH(A^2). \quad (14)$$

3.4. Routage d'une crue d'Hayami

La situation est donc la suivante : on a un bief avec une longueur L , caractérisé par les paramètres hydrauliques C et D . Une pointe de crue, caractérisée par le débit maximum Q et la durée d se présente en amont du tronçon. Le problème est d'obtenir la crue à l'aval du tronçon, caractérisée par les éléments suivants (fig. 3) :

- le débit maximum Q' ;
- la durée d' ;
- le retard de la pointe Δt .

La solution proposée est de considérer que la crue dont il faut calculer le routage peut être décrite par l'expression (4), qui dépend de 4 paramètres et de l'origine des temps t , que nous remplaçons par T , date de l'obtention de la pointe de la crue à l'entrée du bief.

Les valeurs de A et B (expressions (7) et (8)) peuvent être déterminées à partir des développements précédents. En effet, avec les équations (6') et (14), on obtient l'équation suivante en A^2 :

$$\frac{2 A^2 H[A^2]}{1 - A^2} = \delta \quad (15)$$

où δ représente : $C^2 d/3 D$.

D'après l'équation (7), et en remarquant que $y' = y + L$ on en déduit, après avoir noté $\Omega = CL/3 D$:

$$\frac{1}{B'} = \frac{1}{B} + \Omega \quad (16)$$

ce qui nous donne l'atténuation :

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{G(B')}{G(B)}. \quad (17)$$

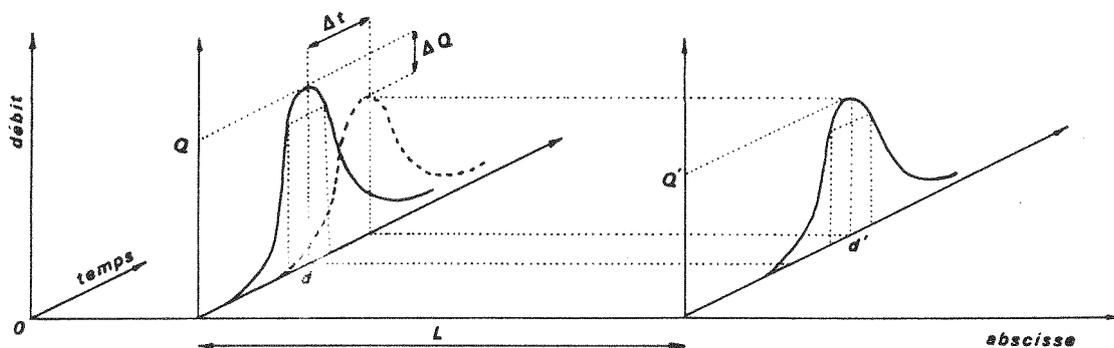
Connaissant B' , on en déduit A' par les relations (6) et (7).

En utilisant la relation (8), et en notant Δt la quantité $T' - T$ on peut montrer que l'on obtient :

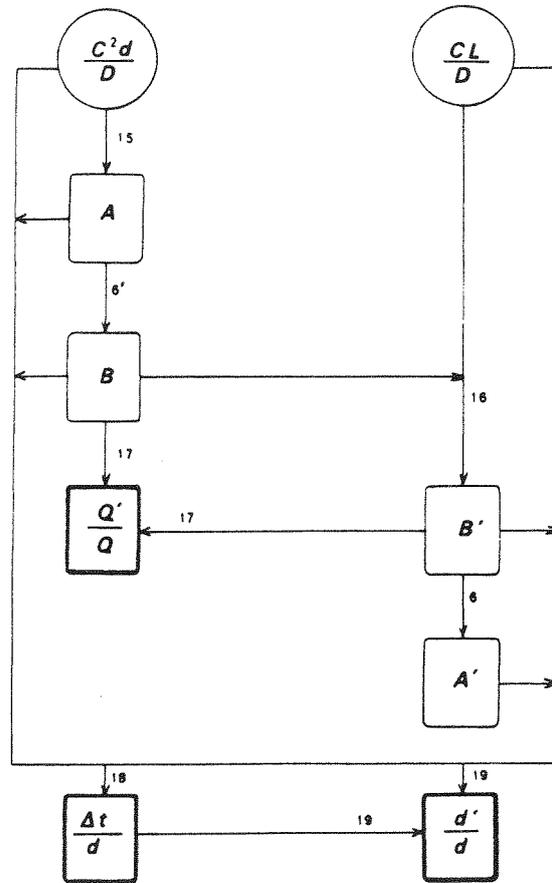
$$\frac{\Delta t}{d} = \frac{1}{8} (A'/B' - A/B). \quad (18)$$

En ce qui concerne la durée de la crue à l'aval, par application des relations (14), (7) et (8) et en remarquant que $T' = T + \Delta t$, on obtient :

$$\frac{d'}{d} = \frac{A'}{\delta B'} H(A'^2). \quad (19)$$



3. Représentation de la propagation de la crue.



4. Schéma de la procédure de calcul.

Toute cette procédure peut être résumée dans le diagramme présenté à la *figure 4* :

La résolution, une fois pour toutes de ces calculs, à partir d'un ensemble assez large de valeurs de $C^2 d/D$ et CL/D permet d'établir des abaques rendant le calcul du routage immédiat.

Pour des raisons de lisibilité de ces abaques, les valeurs calculées en sortie ont été légèrement transformées et on peut aisément en déduire l'atténuation et le décalage (*abaque 1*) ainsi que la durée d' de la crue à l'aval du bief (*abaque 2*).

3.5. L'identification des paramètres C et D

Le tracé de l'*abaque 1*, compte tenu des variables choisies, permet de résoudre, ipso-facto, le problème inverse qui est l'identification des paramètres C et D , ou leurs transformées D/C et D/C^2 .

En effet, pour une crue observée à l'amont (Q, d)

dont on connaît la résultante à l'aval d'un tronçon de longueur L , c'est-à-dire le décalage des pointes Δt et l'atténuation Q'/Q , on peut calculer $\ln [Q'/(Q - Q')]$, ainsi que $\ln \{(\Delta t/d) Q'/(Q - Q')\}$, ce qui permet de définir un point du graphique de l'*abaque 1*. Les valeurs de $\ln (C^2 d/D)$ et $\ln (CL/D)$ se lisent sur les cotes des courbes qui se croisent en ce point, ce qui permet d'obtenir D/C^2 et D/C et, par suite, C et D . Il faut noter que l'abaque fait apparaître un domaine où cette identification est impossible, qui est le cas où $\Delta t/d < 0,8(Q - Q')/Q'$.

Cette identification des paramètres C et D est fondamentale, car les estimations a priori de ces paramètres en fonction des caractéristiques hydrauliques habituelles ne sont pas très fiables.

Si plusieurs crues observées sont disponibles, on pourra soit en déduire des valeurs moyennes (en prenant la moyenne géométrique), soit tenter d'associer les couples obtenus à certaines caractéristiques des crues (ampleur, débordement, ...).

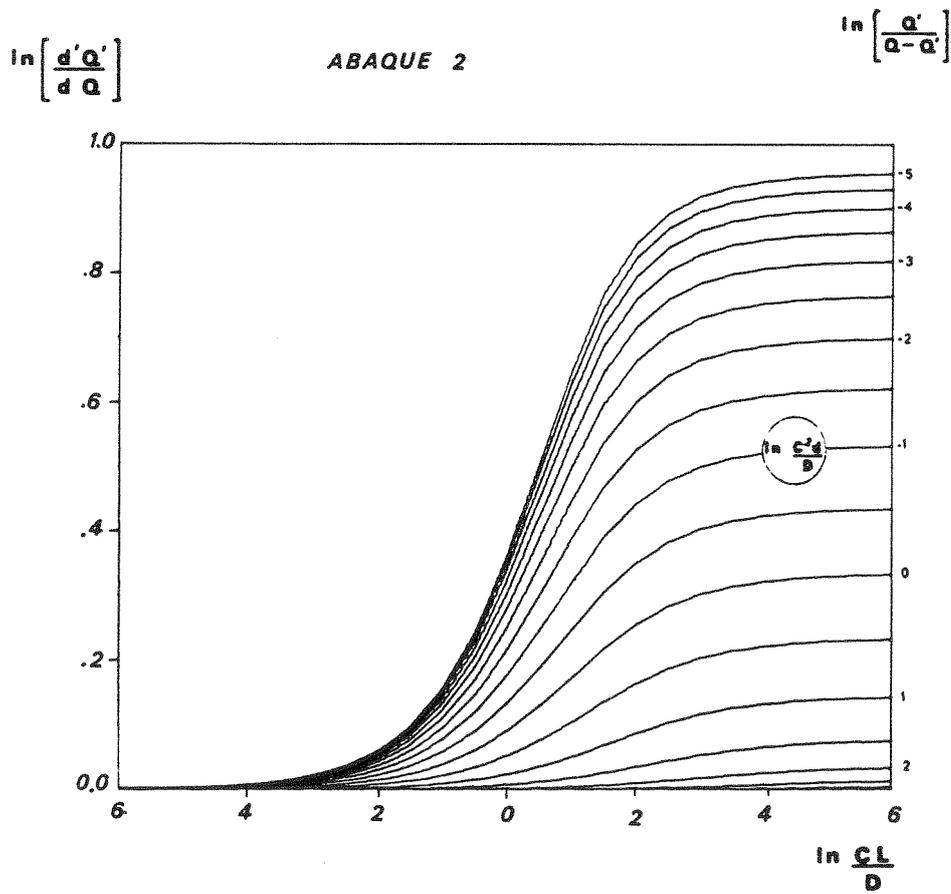
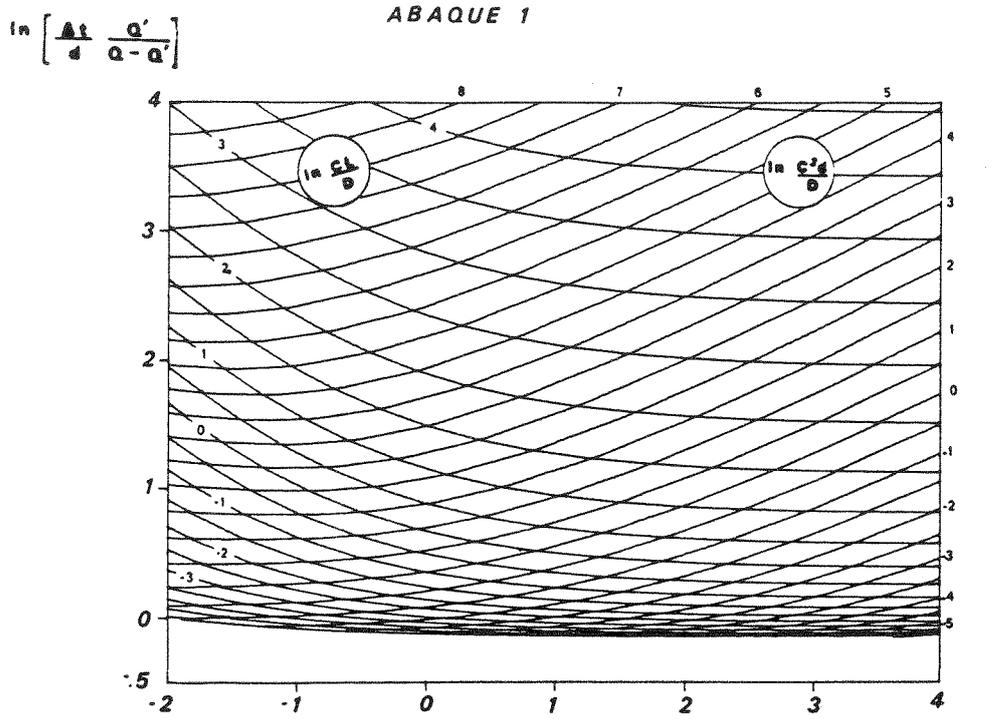


Tableau 1 : Caractéristiques des crues étudiées

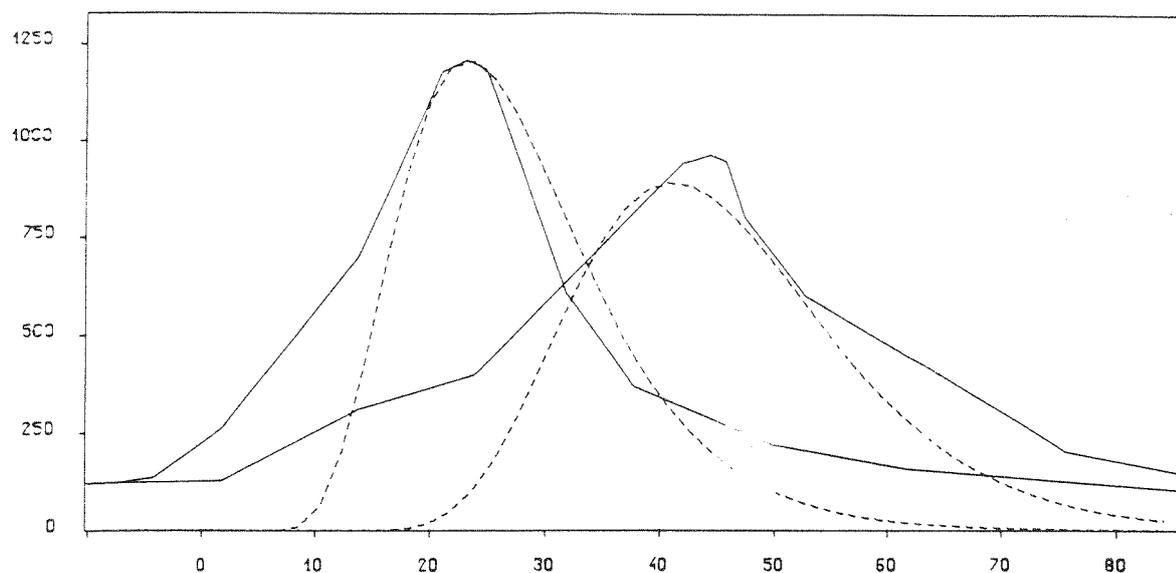
Cours d'eau	Bief	Longueur (km)	Date	Crue Amont		Crue Aval	
				Débit (m ³ /s)	Durée (h)	Débit (m ³ /s)	Retard (h)
La Seine	Troyes-Méry	28,00	23/03/58	193	96,00	182	38,40
La Seine	Bar-Méry	70,00	14/01/55	320	80,24	280	53,28
Wye River	Erwood-Belmont	69,75	17/01/69	370	11,62	310	13,89
Wye River	Erwood-Belmont	69,75	08/12/60	1210	10,71	965	20,31
Wye River	Erwood-Belmont	69,75	10/01/48	700	9,60	445	20,56
Wye River	Erwood-Belmont	69,75	26/11/39	810	9,47	535	20,58
Wye River	Belmont-Redbrook	80,50	04/12/60	970	10,15	750	19,92
Wye River	Belmont-Redbrook	80,50	09/12/65	610	16,42	520	23,37
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	36,00	17/12/81	575	1,17	400	3,76
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	36,00	18/12/81	564	1,66	421	3,81
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	36,00	28/12/81	428	1,46	298	3,81
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	36,00	29/12/81	321	1,71	280	4,76
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	36,00	02/05/81	354	2,00	295	4,05
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	36,00	23/05/81	621	1,56	452	3,81
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	36,00	25/03/82	505	1,61	401	3,90

Tableau 2 : Valeurs de célérité et diffusion

Cours d'eau	Bief	Date	Célérité		Diffusion (m ² /s)
			(m/s)	(m/s)	
La Seine	Troyes-Méry	23/03/58	0,20		1274
La Seine	Bar-Méry	14/01/55	0,36		5271
Wye River	Erwood-Belmont	17/01/69	1,39		8434
Wye River	Erwood-Belmont	08/12/60	0,95		3041
Wye River	Erwood-Belmont	10/01/48	0,92		6836
Wye River	Erwood-Belmont	26/11/39	0,92		5541
Wye River	Belmont-Redbrook	04/12/60	1,12		4537
Wye River	Belmont-Redbrook	09/12/65	0,96		4188
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	17/12/81	2,66		3294
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	18/12/81	2,64		4273
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	28/12/81	2,61		4359
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	29/12/81	2,10		854
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	02/05/81	2,46		2697
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	23/05/81	2,64		4230
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	25/03/82	2,56		2618

Tableau 3 : Valeurs d'atténuation et de retard de la pointe

Cours d'eau	Bief	Date	Atténuation			Retard de la Pointe		
			Obs. (%)	Calc. (%)	Erreur (%)	Obs. (h)	Calc. (h)	Erreur (%)
La Seine	Troyes-Méry	23/03/58	5,70	4,11	27,8	38,40	21,41	44,2
La Seine	Bar-Méry	14/01/55	12,50	16,61	32,9	53,28	95,90	80,0
Wye River	Erwood-Belmont	17/01/69	16,22	25,20	55,4	13,89	20,65	48,7
Wye River	Erwood-Belmont	08/12/60	20,25	26,75	32,1	20,31	18,12	10,8
Wye River	Erwood-Belmont	10/01/48	36,43	25,93	28,8	20,56	18,02	12,4
Wye River	Erwood-Belmont	26/11/39	33,95	27,35	19,4	20,58	17,99	12,6
Wye River	Belmont-Redbrook	04/12/60	22,68	28,33	24,9	19,92	23,16	16,3
Wye River	Belmont-Redbrook	09/12/65	14,75	11,04	25,1	23,37	20,03	14,3
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	17/12/81	32,43	33,20	2,4	3,76	4,00	6,4
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	18/12/81	25,35	21,04	17,1	3,81	4,00	5,0
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	28/12/81	30,37	24,82	18,3	3,81	3,99	4,8
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	29/12/81	12,77	22,32	74,8	4,76	3,85	19,1
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	02/05/81	16,67	16,55	0,7	4,05	3,96	2,3
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	23/05/81	27,21	22,91	15,8	3,81	4,00	5,0
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	25/03/82	20,59	22,90	11,2	3,90	3,98	2,1
ERREUR MOYENNE					25,8			18,9



5. Hydrogrammes observés et calculés.

4. Etude de cas réels

Dans le but de vérifier l'applicabilité de la méthodologie de façon concrète, on a travaillé sur quelques cas, cités dans la littérature (I.P.H., 1983), (LEBRETON et BENOIST, 1968), (N.E.R.C., 1975) et (ZAMANILLO et TUCCI, 1987). Les caractéristiques des crues sur lesquelles on a travaillé sont présentées dans le *tableau 1*.

Comme on l'a vu précédemment, le problème est d'abord d'identifier la Célérité et la Diffusion. En utilisant l'*abaque 1*, avec les données présentées dans le *tableau 1*, on peut identifier ces paramètres pour chaque crue, comme présenté au *tableau 2*.

On peut maintenant tester la validité des valeurs de C et D pour l'évaluation de l'atténuation et du retard de la pointe de crue. Pour ce faire, conformément à ce qui serait fait dans la pratique, on a pris la moyenne géométrique des valeurs de D/C et D/C^2 de toutes les crues du bief, sauf, bien sûr de la crue choisie comme test. Ainsi, pour l'étude de la crue de 1969 pour la Wye River, par exemple, on a utilisé les moyennes des valeurs calées d'après les crues de 1960, 1939 et 1948. L'*abaque 1* nous donne alors les valeurs de $Q'/(Q-Q')$ et de $\Delta t/d$, et donc l'atténuation et le retard de la pointe de la crue. Les valeurs ainsi calculées, de même que les valeurs des erreurs commises sont présentées au *tableau 3*.

L'erreur moyenne pour l'atténuation est de 25 % environ. Sachant que les atténuations, dans notre échantillon, sont de l'ordre de 20 %, l'erreur commise, exprimée en pourcentage, de l'évaluation du débit aval est de 5 % environ. Pour le retard de la pointe de crue, on peut voir que l'erreur moyenne est inférieure à 20 %.

Ces ordres de grandeur semblent être tout à fait compatibles avec les erreurs d'ordre hydrologique, et, peuvent être acceptables dans la pratique usuelle.

A titre d'illustration, on peut voir sur la *figure 5* les hydrogrammes, observés et d'Hayami, amont et aval de la crue de décembre 1960 (Wye River, tronçon 1).

5. Extensions possibles

La méthodologie qu'on vient de proposer est assez souple pour nous permettre de faire face à une gamme importante de situations réelles, en permettant d'aborder des problèmes plus complexes, comme les crues multiples. On analyse dans les paragraphes qui suivent quelques généralisations possibles

En effet, on est souvent obligé de traiter des tronçons de cours d'eau qui sont constitués d'une succession de biefs homogènes (C et D constants à l'intérieur de chaque bief). Dans ces conditions, on doit traiter séparément chaque bief, jugé homogène, en utilisant d'abord la démarche proposée sur le premier bief. On détermine alors les valeurs de Q' , et Δt (*abaque 1*) et de d' (*abaque 2*). On utilise ensuite ces caractéristiques de la crue à l'aval de ce bief comme données amont pour le deuxième bief, et, successivement jusqu'à la fin de tronçon étudié. On obtient ainsi le débit après routage et le retard de la pointe, constitué de la somme des retards relatifs à chaque bief.

Un autre problème qui se pose est l'occurrence de crues complexes, constituées, par exemple, de deux pointes. Du fait de la linéarité du modèle d'Hayami, cette situation pourrait être également traitée, en décomposant l'hydrogramme en amont du tronçon considéré en une somme de deux crues d'Hayami, qui peuvent être routées, séparément, selon la méthodologie proposée.

Conclusion

La démarche proposée débouche sur une utilisation extrêmement simple du modèle d'Hayami. Cette simplicité s'accorde assez bien avec l'état des données disponibles dans la pratique quotidienne de l'hydrologie.

Il est parfois difficile d'obtenir des enregistrements continus qui soient fiables. En calant les paramètres *C* et *D* du modèle d'Hayami, sur les deux caractéristiques les plus pertinentes, on accroît nos chances d'atteindre l'objectif fixé.

Bibliographie

- I.P.H. — Instituto de Pesquisas Hidraulicas, 1983 : Estudos Hidrodinamicos do Rio Jacui — Rapport technique IPH/UFRS — Porto Alegre.
- J. C. LEBRETON, G. BENOIST, 1968 : Influence du Réservoir Seine sur la propagation de crues de la Seine jusqu'à Paris. *Xèmes journées de l'hydraulique*. Question IV. Rapport 6, 8 p., S.H.F. — Paris.
- C. MICHEL, 1982 : *Utilisation de l'Onde de crue diffusante en hydrologie*. Note Interne CEMAGREF, 9 p., Antony.
- N.E.R.C. — Natural Environment Research Council, 1975 : *Flood Studies Report*, volume III. Flood Routing Studies, London.
- E. ZAMANILLO, C. E. TUCCI, 1987 : Simulação de escoamento por Muskingun-Cunge com parametros variaveis. *Actes du Congrès brésilien d'hydrologie et ressources en eau*, p. 54 à 65, vol. 3, Salvador.
-

Adresse des auteurs :

Marcio Baptista, ingénieur, élève-chercheur de l'ENPC, en stage à la Section hydrologie du CEMAGREF,

Claude Michel, IGRF à la Section hydrologie du CEMAGREF,
Groupement d'Antony
Division Hydrologie-Hydraulique,
BP 121
92164 Antony Cedex
Tel. : 40 96 61 21

Influence des caractéristiques hydrauliques des biefs sur la propagation des pointes de crue

Marcio Baptista ⁽¹⁾, Claude Michel ⁽²⁾

1. Introduction

La propagation d'une onde de crue le long d'un cours d'eau est décrite par un système d'équations aux dérivées partielles proposé par BARRÉ DE SAINT VENANT, en 1871 (CHOW, 1959).

Du fait qu'il n'y a pas de solution analytique connue, l'étude du phénomène avec les équations complètes n'a été possible qu'à partir des années 50, avec l'avènement des ordinateurs. Aujourd'hui, même avec l'essor de l'informatique, la résolution du système d'équations reste encore un problème assez complexe et relativement fastidieux pour certaines applications. En effet, même dans les cas les plus simples, unidimensionnels, les calculs sont longs et délicats, soumis éventuellement à des difficultés numériques, et l'introduction des données est toujours laborieuse. Il demeure donc intéressant de disposer de modèles d'utilisation plus immédiate, comme on peut le constater au vu de quelques publications récentes (TINGSANCHALI et LAL, 1988), (PRIDAL et JAMES, 1989).

En outre, dans le domaine de l'hydrologie des milieux naturels, on doit souvent se contenter de résultats approchés, du fait de la nature incertaine des informations hydrologiques. Il est illusoire de rechercher une

grande finesse dans les résultats, avec l'emploi de modèles complexes, si l'on ne dispose pas de données qui soient assez fiables. De plus, fréquemment en hydrologie, on s'intéresse seulement aux caractéristiques d'atténuation et de décalage d'une onde de crue, sa forme présentant un intérêt secondaire.

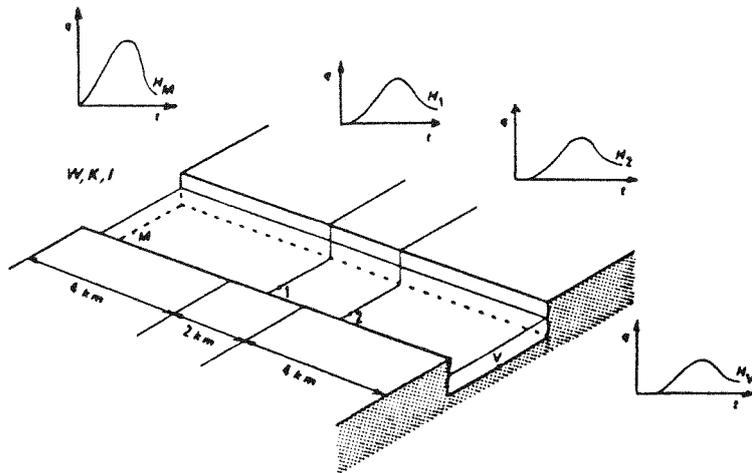
C'est ce type de problème que nous nous proposons de résoudre, au prix d'un certain nombre de simplifications, sauvegardant les principales variables et permettant d'aboutir à une méthode simple et rapide, donnant une première estimation des principaux éléments d'une propagation. On pourra ainsi dégrossir des problèmes fréquents dans la pratique, comme, par exemple, l'appréciation de l'impact sur les pointes de crues d'un aménagement de rivière, qui ferait passer le coefficient de STRICKLER d'une valeur moyenne de 25 à une valeur moyenne de 35.

⁽¹⁾ Ingénieur, élève-chercheur de l'Ecole nationale des Ponts et Chaussées, en stage à la division hydrologie du CEMA-GREF-ANTONY.

⁽²⁾ Ingénieur à la division hydrologie du CEMAGREF-ANTONY et au CERGRENE.

Influence of the hydraulic characteristics of river ponds on the propagation of flood peaks

In the field of the hydrology of the natural environment, it is often necessary to have to accept approximative results due to the uncertain nature of hydrological information. Moreover, very often what is only of interest are the increasing and reduction characteristics of a flood peak and its form seems to be only of secondary interest. This is the type of problem that the authors attempt to resolve, at the expense of a certain number of simplifications, holding on to the main variables and enabling us to come up with a simple rapid method which gives us an initial estimation of the main elements of a propagation. We may thus reduce the number of practical problems such as, for example, appreciation of the impact of a river development on high-water peaks which would make the Strickler coefficient go from an average value of 25 to an average value of 35.



1. Schématisation du tronçon de cours d'eau et des crues considérés.

2. Démarche adoptée

La démarche adoptée dans l'étude est la suivante :

- simulation de la propagation d'un certain nombre de crues sur plusieurs biefs différents avec utilisation du modèle complet de SAINT VENANT ;
- obtention de relations entre les variables du phénomène de propagation auxquelles on s'intéresse et les caractéristiques physiques des cours d'eau et des crues ;
- proposition d'un modèle simplifié avec établissement d'un système d'équations algébriques, du fait que l'on s'intéresse seulement à la pointe de débit.

Avant d'exposer la mise en œuvre de cette démarche, il nous faut préciser notre description des biefs et des crues, ainsi que le modèle utilisé pour la résolution numérique du système de SAINT VENANT complet. Ces différents éléments sont décrits ci-après.

2.1. Le modèle mathématique

Le modèle mathématique utilisé pour la résolution du système de SAINT VENANT est fondé sur un schéma numérique de différences finies implicite : le « schéma à 4 points de PREISMANN », décrit par CUNGE, HOLLY et VERWEY (1980).

La résolution de ce schéma numérique est faite par la méthode du « double balayage » (POCHAT, 1980). Sachant que l'on a adopté la valeur du paramètre d'interpolation θ , caractéristique du schéma numérique, comme égale à $3/4$, le schéma est inconditionnellement stable ; le seul problème est celui de la précision des résultats, qui est fonction des caractéristiques choisies pour la discrétisation : le pas de temps, le pas d'espace, la valeur de θ et le nombre de points représentatifs de la crue (ABBOT, 1979), (CUNGE, HOLLY et VERWEY, 1980) et (TUCCI, 1986). Les vérifications effectuées, avec les données utilisées, selon les indications de ABBOT (1979), nous conduisent à des erreurs inférieures à 5 %, soit pour la vitesse, soit pour l'atténuation.

2.2. Les biefs

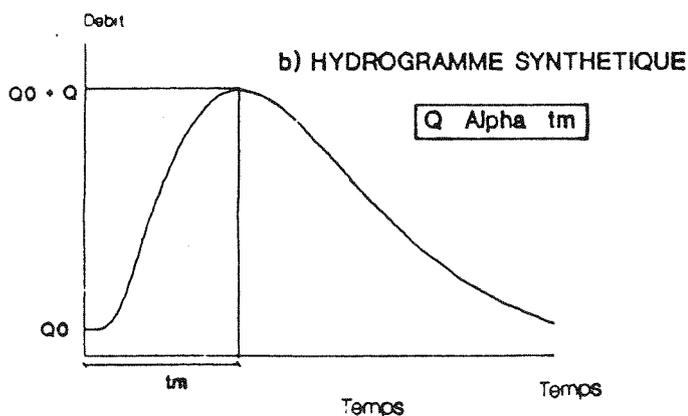
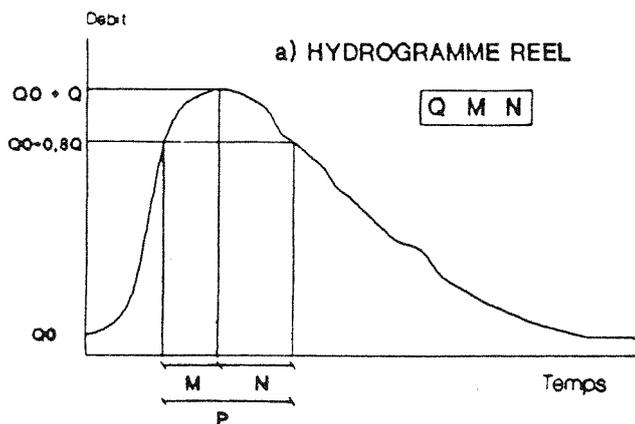
En ce qui concerne les biefs, on a adopté une schématisation par une section rectangulaire large, caractérisée par la largeur W , la rugosité et la pente. Si l'on travaille avec des débits par unité de largeur, celle-ci n'apparaît plus de façon explicite et un bief est caractérisé par le couple rugosité-pente.

Pour permettre la généralisation des résultats, on a opté pour une variation assez large et représentative des valeurs de ces paramètres. On a utilisé la gamme suivante des valeurs de la rugosité de STRICKLER (K) et de la pente (I) :

- K : 15, 30 et 50 ;
- I : 0,00002, 0,00010, 0,00050, et 0,00200.

La combinaison de ces deux paramètres nous permet donc de traiter 12 biefs, hydrauliquement assez différents et représentatifs de cours d'eau et canaux réels.

Dans les biefs considérés dans notre étude, on s'intéresse seulement à un tronçon central de 2 km (point 1 au point 2 sur la fig. 1). On encadre ce tronçon central par



2. Hydrogramme réel et hydrogramme synthétique.

deux tronçons de 4 km, ce qui doit permettre de diminuer l'influence des conditions aux limites, à l'amont et à l'aval.

Le choix de la longueur du tronçon étudié de 2 km résulte d'un compromis entre deux contraintes : d'une part, on doit traiter un tronçon assez court pour diminuer le temps de calcul des simulations et, d'autre part, assez long pour éviter des problèmes d'imprécision numérique, qui pourraient être significatifs en cas de variations trop faibles des grandeurs qui nous intéressent.

2.3. Les hydrogrammes

Selon une démarche similaire à celle adoptée pour les biefs, il nous faut aussi une représentation simplifiée des hydrogrammes à propager, tout en gardant la bonne représentativité des hydrogrammes réels. On a choisi d'adopter une représentation analytique, qui doit présenter certaines caractéristiques considérées comme pertinentes pour l'objectif de l'étude, telles que la dérivabilité, la souplesse, etc... Plusieurs expressions analytiques existent dans la littérature. On pourrait prendre, entre autres, l'hydrogramme unitaire du modèle HAYAMI, l'hydrogramme-type de NASH, ... Pour des raisons de faisabilité des traitements ultérieurs, il faut se limiter à 3 paramètres descriptifs :

- un paramètre d'échelle sur les durées ;
- un paramètre d'échelle sur les débits ;
- un paramètre de forme.

L'hydrogramme de NASH est séduisant, à première vue, mais les premiers essais ont montré que son paramètre de forme n'apporte pas la souplesse à l'endroit souhaitable pour décrire de façon satisfaisante la déformation de la crue au cours de la propagation. Pour cette raison nous avons retenu l'expression (1) légèrement différente :

$$q = Q (t/t_m)^2 \exp \left\{ (2/\alpha) [1 - (t/t_m)^\alpha] \right\} + Q_0 \quad (1)$$

où :

- q : débit fonction du temps t ;
- Q : débit de pointe mesuré au-dessus du débit de base ;
- t_m : temps de montée ;
- α : paramètre caractéristique de la forme de la crue ;
- Q_0 : débit de base et débit initial.

L'hydrogramme obtenu avec cette expression apparaît sur la *figure 2b* :

Les paramètres t_m et α de l'hydrogramme synthétique seront calés à partir des paramètres M et N des crues réelles, qui correspondent à la durée de montée et de décrue pour la partie de l'hydrogramme dépassant 80 % du débit de pointe, comme on le voit sur la *figure 2*. Le paramètre P désigne la durée $M + N$, durée totale de dépassement de $Q_0 + 0,8 Q$. Si W est la largeur du bief, seul q/W intervient dans les calculs, W jouant un rôle sans influence de facteur d'échelle.

La durée, $P = M + N$, correspond à la valeur de $t_2 - t_1$, t_1 et t_2 étant les racines de l'équation (2) :

$$(t/t_m)^2 \exp \left\{ (2/\alpha) [1 - (t/t_m)^\alpha] \right\} = 0,8 \quad (2)$$

La résolution numérique de ces expressions pour un grand nombre de valeurs de α nous a permis d'établir les expressions approchées (3) et (4) :

$$\alpha = 2,86 (M/N)^{3,2} \quad (3)$$

$$t_m = 1,04 (M + N) \alpha^{0,53} \quad (4)$$

Les expressions (3) et (4) nous permettent donc de passer des données facilement repérables, M et N , aux paramètres α et t_m utilisés dans le modèle.

De façon à permettre d'étudier convenablement l'influence des différentes caractéristiques de la crue, on a retenu la gamme suivante de variation des 3 paramètres de l'expression (1) :

$$Q/W : 1,0, 2,0 \text{ et } 4,0 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} ;$$

$$t_m : 5\,400, 10\,800 \text{ et } 21\,600 \text{ s} ;$$

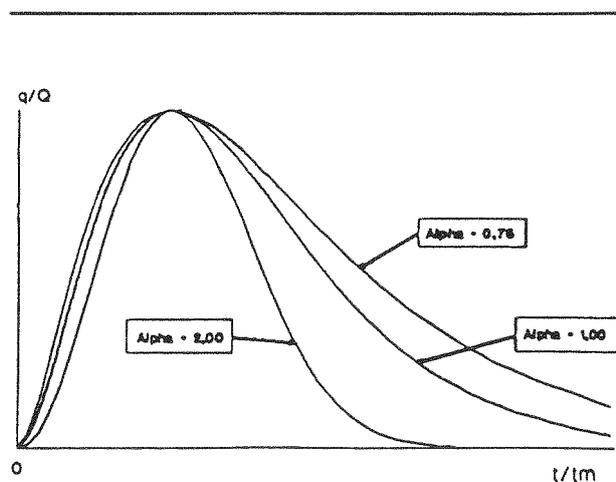
$$\alpha : 0,75, 1,00 \text{ et } 2,00.$$

On a donc obtenu 27 hydrogrammes différents, correspondant à la combinaison de ces 3 paramètres. Ces hydrogrammes concernent l'hydrogramme « H_M » de la *figure 1*. Les hydrogrammes effectivement pris en compte sont les hydrogrammes « H_1 » et « H_2 », peu influencés par les conditions aux limites.

Dans la *figure 3* on présente, à titre d'illustration, les hydrogrammes correspondants aux trois valeurs choisies pour α .

On peut voir que l'on traite des hydrogrammes de formes assez différentes, et que l'on peut donc considérer notre échantillon comme assez diversifié pour représenter des crues réelles.

La forme analytique traduite par l'équation (2) sera calée sur les hydrogrammes fournis par la résolution numérique des équations complètes de SAINT VENANT. Cela est indispensable pour pouvoir enchaîner des propagations sur des biefs successifs.



3. Hydrogrammes adoptés.

Une autre variable que l'on pourrait prendre en compte est le débit de base. Cependant, comme déjà constaté antérieurement (CEMAGREF, 1985), une étude préalable, avec 12 crues sur 4 biefs, soit 48 situations, et des débits de base correspondant à 5, 10 et 20 % du débit de pointe, a mis en évidence l'absence d'influence sensible de cette variable sur les résultats du routage. Le débit de base retenu est de 10 % du débit maximum direct (Q).

2.4. La condition aval

Dans l'étude de la propagation avec les hypothèses complètes de SAINT VENANT, la condition en limite aval joue un rôle indubitable, et il faut donc essayer d'apprécier son effet dans la modélisation.

Pour ce faire, on a effectué la simulation de l'écoulement avec trois conditions aval différentes. Tout d'abord, on simule la propagation dans 324 situations (soit 27 crues et 12 biefs) avec une condition aval qui correspond à la profondeur normale en limite aval (point V) du bief, à 4 km de l'extrémité aval du tronçon central étudié (voir fig. 1). Ensuite on a procédé à des changements de cette condition, par la création d'un rétrécissement de 20 %, puis d'un élargissement de même valeur pour la section aval. On a simulé ainsi 324 situations pour chacune de ces deux modifications de la condition aval, soit au total 972 simulations.

Les résultats de cette analyse ne seront pas exposés dans le cadre restreint du présent document. Nous nous bornerons à dire que la condition aval s'est révélée avoir une influence secondaire sur la propagation d'une pointe de crue et que l'on peut, en général, la négliger, si l'on cherche un ordre de grandeur de l'atténuation et du temps de transfert d'une pointe de crue.

3. Les résultats de la simulation

Après le traitement des différents cas décrits précédemment, on a tenté de dégager les liaisons entre les différentes variables du phénomène étudié. On décrit, dans ce qui suit, les résultats obtenus, d'abord pour la déformation de la crue occasionnée par la propagation et ensuite pour les éléments de base de la propagation.

3.1. Les éléments de l'hydrogramme

Pour permettre de suivre la déformation de l'hydrogramme, on a effectué des régressions sur les paramètres temps de montée et sur une variable homogène à un volume, donnée par le produit PQ , en ayant comme variables explicatives les différentes caractéristiques des cours d'eau et des crues.

Les régressions effectuées nous ont permis d'aboutir à des résultats très simples. En effet, comme on peut le voir, le temps de montée et le produit PQ restent, grossièrement, constants après routage :

$$t_{m2} = t_{m1}^{1,02}, \text{ soit } t_{m2} = t_{m1} \quad (5)$$

où t_{m1} et t_{m2} sont, respectivement, le temps de montée à l'entrée et à la sortie du tronçon central.

$$P_2 Q_2 = (P_1 Q_1)^{1,01}, \text{ soit } P_2 Q_2 = P_1 Q_1 \quad (6)$$

où Q_1 et Q_2 sont les débits de pointe, à l'entrée et à la sortie du tronçon central (1-2) ; P_1 et P_2 sont les durées de dépassement à l'entrée et à la sortie.

Ces résultats seront très intéressants et utiles, en permettant une simplification considérable des calculs à venir, car on considérera que t_m et PQ sont constants au cours de la propagation.

Bien que la forme de la pointe (rapport M/N) n'ait pas d'influence notable sur la propagation de la crue, les hypothèses précédentes montrent que cette forme évolue au cours de la propagation. On peut donc accessoirement évaluer cette déformation. En effet, les relations (5) et (6) jointes aux relations (3) et (4) permettent l'obtention de M_2 et N_2 ; on peut vérifier que les calculs conduisent aux expressions (7) et (8) :

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{(M_1 + N_1)(Q_1/Q_2)}{M_1 + N_1(Q_1/Q_2)^{0,6}} \quad (7)$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{(N_1 + M_1)(Q_1/Q_2)}{N_1 + M_1(Q_1/Q_2)^{0,6}} \quad (8)$$

3.2. Les éléments de la propagation

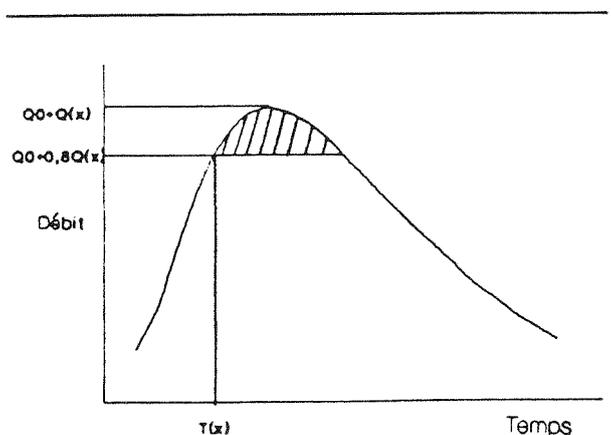
3.2.1. Modélisation proposée

Puisque l'on s'intéresse essentiellement à la pointe de la crue et non pas à tout un hydrogramme, une variable disparaît dans notre description du phénomène et l'on doit pouvoir le représenter par de simples équations différentielles à la place des équations aux dérivées partielles.

Si x représente l'abscisse de la section considérée le long du bief et si l'on désigne par Q le débit maximum à l'abscisse x et T l'instant où débute la pointe de l'hydrogramme en cette section (cf. fig. 4), notre système d'équations sera :

$$dQ/dx = f(K, I, \dots) \quad (9)$$

$$dT/dx = g(K, I, \dots) \quad (10)$$



4. La pointe de la crue à la section d'abscisse x .

Une difficulté apparaît du fait que les dérivées de Q et T ne peuvent être que déduites de rapports tels que $\Delta Q/\Delta x$ et $\Delta T/\Delta x$.

Nous avons choisi de poser a priori le modèle défini par les équations (9) et (10); d'intégrer ce modèle sur le pas d'espace correspondant au tronçon central et de caler les fonctions f et g pour retrouver les résultats de la simulation numérique, à savoir ΔQ et ΔT .

Il reste deux grandes options dans la spécification des fonctions f et g . Si l'on prend comme variables de ces fonctions des éléments invariants le long du bief on obtiendra un modèle rigoureusement indépendant de la longueur choisie pour le tronçon central. Le résultat obtenu conduit à des erreurs de 7% pour le débit maximum aval et de 37% pour le temps de transfert, pour une distance de 5 000 m.

Nous avons préféré un modèle plus précis, bien que moins rigoureux, conduisant à des expressions dont la validité est limitée à un pas d'espace fixe, celui du tronçon central où sont observés les valeurs ΔT et ΔQ .

C'est ce modèle dont nous présentons ci-après les deux composantes : l'atténuation et la durée de propagation de la pointe.

3.2.2. Etude de l'atténuation de la pointe

On peut préciser un peu le modèle donné par (9) avec l'expression (11) :

$$d(Q - Q_0)/dx = -h(K, I, \dots) [(Q - Q_0)^{1+\alpha}] / \alpha \quad (11)$$

ce qui donne par intégration :

$$\frac{1}{(Q_2 - Q_0)^\alpha} - \frac{1}{(Q_1 - Q_0)^\alpha} = (x_2 - x_1) h(K, I, \dots)$$

ou encore :

$$\frac{Q_2 - Q_0}{Q_1 - Q_0} = \frac{1}{[1 + (x_2 - x_1) h(K, I, \dots) (Q_1 - Q_0)^\alpha]^{1/\alpha}} \quad (12)$$

On peut poser $h(K, I, \dots) (Q_1 - Q_0)^\alpha = 1/D_5$,

avec D_5 ayant la dimension d'une longueur.

L'expression (12) devient, en notant que $x_2 - x_1 = L$:

$$\frac{Q_2 - Q_0}{Q_1 - Q_0} = \frac{1}{(1 + L/D_5)^{1/\alpha}}$$

Nous allons abandonner le modèle (11) et modifier le résultat précédent pour construire empiriquement un modèle plus précis mais non généralisable à un pas d'espace quelconque. On peut introduire à cet effet un paramètre β supplémentaire tel que $\beta \in 0,1$ et :

$$\frac{(Q_2 - Q_0) - \beta(Q_2 - Q_0)}{(Q_1 - Q_0) - \beta(Q_2 - Q_0)} = \frac{1}{(1 + L/D_5)^{1/\alpha}}$$

ce qui donne l'expression (13) :

$$Q_2 = Q_0 + \frac{Q_1 - Q_0}{\beta + (1 - \beta)(1 + L/D_5)^{1/\alpha}} \quad (13)$$

Inversement cette expression (13) permet de définir D_5 d'après les observations de Q_1 et de Q_2 , et de caler un modèle explicatif pour D_5 en s'affranchissant des hypothèses de départ, inutiles puisque l'on a choisi de sélectionner un modèle correspondant à un pas d'espace bien défini. Ce modèle s'écrit :

$$D_5 = a_0 K^{a_1} (I + a_3)^{a_2} [P_1(Q_1 - Q_0)/W + a_6]^{a_3} \times [(Q_1 - Q_0)/W]^{a_4} \quad (14)$$

3.2.3. Temps de transfert de la pointe de crue

Reprenons le modèle (10) :

$$dT/dx = g(K, I, \dots)$$

on peut expliciter g de la façon suivante :

$$g(K, I, \dots) = k(K, I, \dots) / [(Q - Q_0)/W]^\sigma$$

et d'après (13), on a :

$$\left(\frac{Q - Q_0}{W}\right)^\sigma = \left(\frac{Q_1 - Q_0}{W}\right)^\sigma \times \frac{1}{\{\beta + (1 - \beta)[1 + (x - x_1)/D_5]^{1/\alpha}\}^\sigma}$$

Ce qui donne :

$$dT/dx = \frac{k(K, I, \dots)}{[(Q_1 - Q_0)/W]^\sigma} \times \{\beta + (1 - \beta)[1 + (x_2 - x_1)/D_5]^{1/\alpha}\}^\sigma$$

En posant

$$\frac{k(K, I, \dots)}{[(Q_1 - Q_0)/W]^\sigma} = 1/C_5$$

il vient :

$$dT/dx = \frac{1}{C_5} \{\beta + (1 - \beta)[1 + (x_2 - x_1)/D_5]^{1/\alpha}\}^\sigma$$

soit :

$$C_5 T = \int_0^L [\beta + (1 - \beta)(1 + x/D_5)^{1/\alpha}]^\sigma dx \quad (15)$$

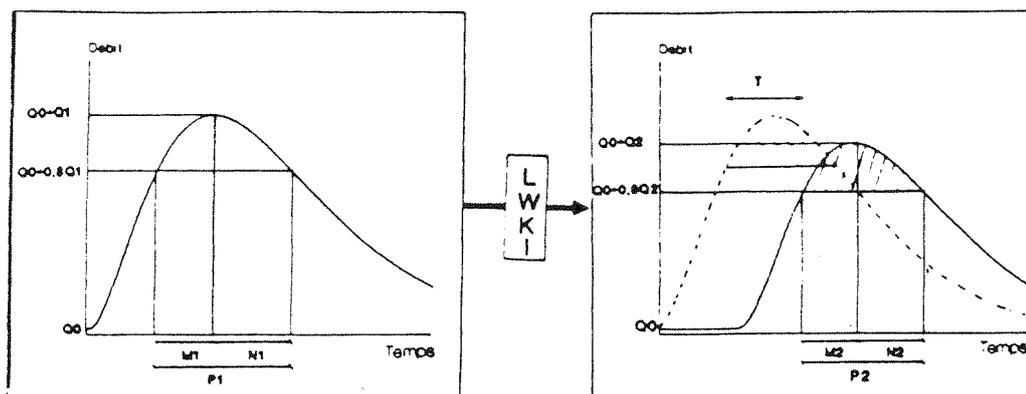
La relation (15) permet de calculer C_5 en fonction de T et donc de caler un modèle explicatif pour C_5 :

$$C_5 = b_0 K^{b_1} (I + b_3)^{b_2} [P_1(Q_1 - Q_0)/W + b_6]^{b_3} \times [(Q_1 - Q_0)/W]^{b_4} \quad (16)$$

avec $b_4 = \sigma$.

4. Explicitation du modèle simplifié de propagation

La simplification résultant de la non-influence de la forme de la crue sur les composantes de la propagation nous autorise à refaire des simulations pour mieux détailler l'influence des paramètres effectivement



5. Le modèle simplifié de propagation.

influent. Nous avons refait les simulations avec le jeu de variables suivantes :

$$\begin{aligned} K &= 15; 25; 35 \text{ et } 45 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}; \\ I &= 0,00005; 0,00015; 0,00045 \text{ et } 0,00135 \text{ m/m}; \\ Q/W &= 1; 2; 4 \text{ et } 8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}; \\ Q_0/W &= 0,2 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}; \\ L &= 5000 \text{ m, pas d'espace fixe du modèle.} \end{aligned}$$

Ces nouvelles simulations nous permettent de caler les modèles (14) et (16). Les coefficients additifs ont été calés par tâtonnement, et les exposants par régression multiple. On a trouvé $\alpha = 2$; $\beta = 0,85$ et :

$$\begin{aligned} a_0 &= 0,95 & a_1 &= 1,27 & a_2 &= 1,59 & a_3 &= 1,64 \\ a_4 &= -1,09 & a_5 &= 10^{-4} & a_6 &= 0 \\ b_0 &= 205 & b_1 &= 0,23 & b_2 &= -0,09 \\ b_3 &= -0,66 & b_4 &= 0,66 & b_5 &= 10^{-4} & b_6 &= 1,1 \times 10^4. \end{aligned}$$

On vient donc d'établir un système simple pour la propagation d'une pointe de crue le long d'un bief de caractéristiques données. La méthode consiste à décomposer le bief en tronçons de 5000 m de longueur, le dernier étant le seul à avoir éventuellement une longueur plus faible. Pour chaque tronçon de longueur $L \leq 5000$ m la propagation se présente comme illustré par la figure 5 :

Les éléments du système sont les suivants :

- crue amont, décrite par Q_1 et P_1 , respectivement le débit de pointe et la durée de la crue pour la partie de l'hydrogramme dépassant 80 % du débit de pointe (et subsidiairement la décomposition de P_1 en M_1 et N_1 , correspondant à la montée et à la décrue, respectivement). Le débit de base, Q_0 , est neutre sur la propagation ;
- les tronçons de cours d'eau, de longueur $L \leq 5000$ m, largeur W , coefficient de STRICKLER K et pente I .

Les trois variables à déterminer, Q_2 , P_2 , et T , sont obtenues par trois équations algébriques, utilisant les variables intermédiaires C_5 et D_5 , dont le calage a donné les expressions suivantes :

$$C_5 = 200 K^{0,23} (I + 10^{-4})^{-0,09} \times [P_1 + (1,1 \times 10^4 W)/(Q_1 - Q_0)]^{-0,66} \quad (17)$$

$$D_5 = 0,95 K^{1,27} (I + 10^{-4})^{1,59} \times P_1^{1,64} [(Q_1 - Q_0)/W]^{0,55}. \quad (18)$$

Les équations algébriques sont alors :

$$Q_2 = Q_0 + \frac{Q_1 - Q_0}{0,85 + 0,15(1 + L/D_5)^{0,5}} \quad (19)$$

$$P_2 = P_1 (Q_1 - Q_0)/(Q_2 - Q_0) \quad (20)$$

$$T = \frac{D_5}{C_5} \{0,72 L/D_5 + 0,21 [(1 + L/D_5)^{1,33} - 1]\}. \quad (21)$$

L'expression (21) découle d'une estimation simplifiée de l'intégrale apparaissant dans (15). Dans ces équations $L = 5000$ m, sauf peut-être pour le tronçon terminal du bief étudié.

Rappelons que dans toutes ces équations les unités sont celles du système S.I. L'erreur standard de ce modèle est de 6 % environ pour Q_2 et 23 % pour T .

On rappelle aussi que la forme de la crue (M/N) n'intervient pas de façon très sensible dans le calcul de Q_2 et de T . Cependant, si on connaît la forme de la crue à l'amont grâce à une identification séparée de M_1 et de N_1 , on peut en déduire la déformation de la crue, tout au long d'un tronçon, et par suite, calculer M_2 et N_2 par les expressions (22) et (23) ci-après :

$$M_2 = \frac{(M_1 + N_1)(Q_1/Q_2)}{M_1 + N_1(Q_1/Q_2)^{0,6}} M_1 \quad (22)$$

$$N_2 = (M_2/M_1)(Q_1/Q_2)^{0,6} N_1. \quad (23)$$

Cette opération est à répéter autant de fois qu'il y a de tronçons de 5 000 m dans le bief étudié.

Le modèle proposé est très simple et d'une approximation suffisante pour dégrossir le problème de la propagation au stade d'un avant-projet.

5. Application numérique

Dans le but d'illustrer l'applicabilité du modèle proposé, on l'a utilisé ci-après sur un cas réel. La rivière Jacui, située au sud du Brésil, présente des éléments qui paraissent a priori favorables à l'étude de la propagation. En effet, d'après (I.P.H., 1983) et (ZAMANILLO et TUCCI, 1985), on dispose d'hydrogrammes correspondant à des lâchures de barrage, observés au long d'un tronçon de 35 600 m, avec des contributions intermédiaires négligeables. On dispose aussi de profils en long et en travers. Les caractéristiques du tronçon à l'étude sont présentées au *tableau 1*.

Pour l'application du modèle, on a travaillé avec 4 événements dont les caractéristiques apparaissent au

Bief	L (m)	W (m)	I	K (m ^{1/3} s ⁻¹)
I	9 000	50	1,69 10 ⁻³	35
II	12 600	60	0,67 10 ⁻³	35
III	3 600	70	1,94 10 ⁻³	40
IV	10 400	80	0,56 10 ⁻³	40

tableau 2. Les résultats obtenus pour l'évaluation du débit aval et du décalage, ainsi que les erreurs commises sont présentés dans le *tableau 2*. Les unités sont toujours celles du S.I.

L'utilisation d'un modèle classique complet nous conduirait certainement à des résultats plus précis, mais on voit que le modèle proposé présente une performance qui peut être acceptable pour un dégrossissage préalable.

Tableau 2. Données utilisées et résultats obtenus

Crue	Données amont			Données aval					
	Q ₀ m ³ s ⁻¹	Q ₁ m ³ s ⁻¹	P ₁ s	Q ₂ (m ³ s ⁻¹)			T (s)		
				observé	calculé	erreur	observé	calculé	erreur
1	140	575	3 500	396	377	- 5 %	14 300	14 100	- 1 %
2	150	428	4 000	298	300	1 %	15 100	16 600	10 %
3	130	621	4 500	452	445	- 2 %	11 300	14 600	29 %
4	75	505	5 700	401	377	- 6 %	10 300	16 200	57 %

6. Conclusion

L'étude effectuée permet donc de faire une pré-estimation rapide de la propagation d'une pointe de crue. La méthode employée repose sur des simulations faites avec le système complet d'équations de BARRÉ DE SAINT VENANT, bien qu'appliqué à une situation schématique.

Les simulations effectuées sur un nombre conséquent de biefs et de crues permettent la généralisation de la méthode, et donc assurent son applicabilité à une gamme importante de situations qui se présentent dans la pratique de l'hydrologie.

Pour des estimations directes, les erreurs du modèle sont acceptables et les estimations sur des comparaisons peuvent être encore plus intéressantes. C'est ainsi que les relations établies permettent de mieux apprécier le rôle des différentes caractéristiques physiques, des cours d'eau et des crues, sur le phénomène de propagation.

Une condition aval très particulière ou une précision demandée plus fine que celle annoncée nécessitent le recours à la modélisation directe.

En particulier, la méthode pourrait être utile pour des études préliminaires d'impacts d'aménagements de cours d'eau. En effet, sachant que les paramètres caractéristiques des cours d'eau apparaissent de façon explicite dans les résultats, l'évaluation de l'impact d'un aménagement peut être dégrossie immédiatement.

Remerciements

Les auteurs sont reconnaissants à Rémy Pochat, directeur scientifique de l'Ecole nationale de Génie rural, des Eaux et des Forêts et directeur du CERGRENE pour ses conseils avisés.

Références

- ABBOT M.B., (1979): *Computational hydraulics. Elements of the theory of free surface flows*; Pitman Publishing limited.
- CEMAGREF, Division hydrologie et hydraulique d'ANTONY (1985): « Atténuation des crues dans un bief large »; *Note d'information technique n° 3*, cahier 57, 3 pages.
- CHOW V.T. (1959): *Open channel hydraulics*; McGraw Hill Book Company, 22^e édition, 1974.
- CUNGE J.A., HOLLY, J.F.M., VERWEY A. (1980): *Practical aspects of computational river hydraulics*; Pitman Publishing limited.
- I.P.H., Instituto de Pesquisas Hidraulicas (1983): *Estudos hidrodinamicos do Rio Jacui*; Rapport technique IPH-UFRGS.
- POCHAT R. (1980): *Hydraulique à surface libre*. Ecole d'été de mécanique des fluides.
- PRIDAL D.B., WESLEY P.J. (1989): « Routing procedure for ungaged channels ». *Journal of water resources planning and management*, vol. 115, n° 1, pages 108 à 121.
- TINGSANCHALI T., LAL N.K. (1988): « Subsidence of flood waves in overbank flow areas ». *Journal of hydraulic research*, vol. 26, n° 5, pages 585 à 597.
- TUCCI C.E.M. (1986), *Modelos matematicos en hidrologia e hidraulica*. Associação brasileira de recursos hidricos.
- ZAMANILLO E., TUCCI C.E.M. (1987): Simulação de escoamento por Muskingum-Cunge com parametros variaveis. *Actes du VII Congrès brésilien de ressources en eau*.

MODELO DIFUSIVO LINEAR PARA O ESTUDO DE PROPAGAÇÃO DE CHEIAS

POR

Marcio B. Baptista¹ e Claude Michel²

RESUMO -- O presente trabalho descreve um modelo de fácil e rápida utilização que objetiva avaliar a Atenuação e o Retardamento do pico de uma onda de cheia. O modelo baseia-se na resolução analítica da equação Difusiva, linearizada, considerando-se como constantes os coeficientes Celeridade e Difusão. Adota-se também uma representação analítica simples do hidrograma à montante. No final do artigo descreve-se a aplicação prática da metodologia proposta em alguns casos reais.

INTRODUÇÃO

O conhecimento das características de propagação de uma onda de cheia é um problema usual na prática da Hidrologia. Frequentemente a questão pode limitar-se ao conhecimento da atenuação do pico da onda de cheia e do tempo de chegada deste pico, e o desenvolvimento de um estudo hidráulico detalhado, com a utilização de um modelo hidrodinâmico completo, não se justifica em diversas situações, em função de duas razões principais:

- Os dados hidráulicos necessários à utilização de um modelo completo são de obtenção longa, difícil e onerosa, sobretudo no que diz respeito à geometria do curso d'água, às características de atrito e às condições de contorno;

- As informações hidrológicas à serem utilizadas são, frequentemente, repletas de incertezas, tornando ilusória a idéia de efetuar um estudo hidráulico comparativamente muito preciso. Com efeito, em geral a contribuição lateral, e mesmo a forma do hidrograma, não são conhecidas com precisão, sendo usual adotar-se uma "Cheia de Projeto", de forma simplificada.

O objetivo desta comunicação é, portanto, propor uma metodologia simples para abordar este problema, prescindindo-se dos dados completos citados anteriormente. O hidrograma de entrada será resumido à dois parâmetros : a *Vazão de Pico*, Q , e uma *Duração*, d , durante a qual a vazão ultrapassa 80% desta vazão máxima. Quanto ao curso d'água, o modelo permite também uma descrição extremamente condensada, com a intervenção de apenas dois parâmetros hidráulicos globais, a *Celeridade*, C , e o *Coefficiente de Difusão* D , além do comprimento do trecho em estudo.

1 Engenheiro, doutorando da École Nationale des Ponts et Chaussées, em estágio na Divisão Hidrologia e Hidráulica do CEMAGREF.

2 Engenheiro e pesquisador da Divisão Hidrologia e Hidráulica do CEMAGREF e do CERGRENE; Professor Assistente da École Nationale de Ponts e Chaussées e da École Nationale du Génie Rural, des Eaux et des Forêts.

O MODELO DIFUSIVO LINEAR

O modelo Difusivo baseia-se na hipótese de considerar as forças de inércia como desprezíveis face às forças de atrito e de gravidade. Desta forma, a equação da quantidade de movimento do sistema de Saint Venant simplifica-se, tornando possível a obtenção de uma única equação para descrever o fenômeno da propagação. Por analogia com a difusão de calor, esta equação é denominada "Equação Difusiva", a qual, para o caso de contribuição lateral nula, é apresentada em (1):

$$\frac{\partial q}{\partial t} + C \frac{\partial q}{\partial x} - D \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

Os coeficientes Celeridade C e Difusão D são variáveis, função da vazão, da profundidade, da abscissa e do tempo.

Conforme Chow (1973), em 1951 Hayami propôs uma simplificação desta equação, considerando como constantes os coeficientes C e D. Esta simplificação, que lineariza a equação (1), permite a obtenção de uma solução analítica (2):

$$q(t, x) = q_0 + \int_0^t q(\theta, 0) k(t-\theta, x) d\theta \quad (2)$$

onde :

$$k(\theta, x) = \frac{x}{2\sqrt{\pi D \theta^{3/2}} \text{EXP}[(x - C\theta)^2 / 4D\theta]} \quad (3)$$

Estas expressões constituem assim o *Modelo Difusivo Linear*, conhecido também como "*Modelo Hayami*".

FUNDAMENTOS TEÓRICOS DA SOLUÇÃO PROPOSTA

A partir da equação (2), observa-se que o hidrograma em um ponto qualquer, à jusante, é obtido pelo produto de convolução do hidrograma à montante, $q(\theta, 0)$, pela Função Núcleo, $k(\theta, x)$. Se o hidrograma à montante for da mesma forma que a Função Núcleo, o resultado da integração é imediato.

Com efeito, considerando-se $q(t, 0)$ proporcional à $k(t, y)$, em estudo anterior de Michel (1982) demonstra-se que, à saída de um trecho de curso d'água de comprimento L, o hidrograma é proporcional à $k(t, y+L)$, com o mesmo fator k. Sendo V o volume da cheia, o hidrograma à entrada do trecho seria dado pela expressão (4):

$$q(t) = V k(t, y) \quad (4)$$

A jusante obtém-se a expressão (5):

$$q'(t) = V k(t, y+L) \quad (5)$$

O interesse de poder representar o hidrograma à entrada do trecho da mesma forma que a Função Núcleo é portanto evidente : a integração torna-se imediata e direta.

Desta forma, torna-se necessário simplificar a descrição do hidrograma real, obtendo-se um hidrograma simplificado de projeto. Foi adotada aqui uma representação através de dois parâmetros: a vazão máxima Q , e uma duração d , correspondente às vazões superiores a 80% desta. Este hidrograma simplificado, que denominaremos em seguida de "Hidrograma de Hayami", é representado na figura 1.

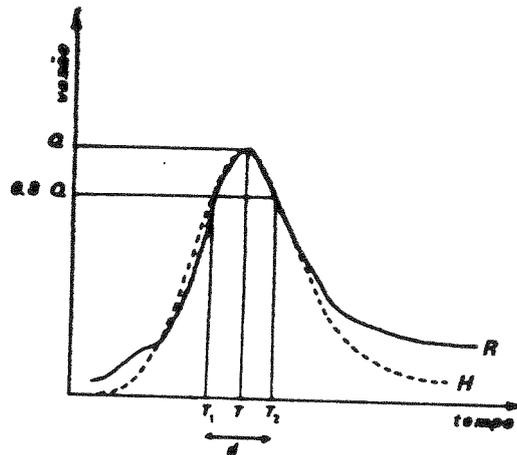


Figura 1. Hidrogramas Real e de Hayami

A escolha da representação do hidrograma pelos dois parâmetros Q e d pode ser considerada como coerente com os objetivos fixados. Com efeito, procura-se representar mais fielmente a parte superior do hidrograma, a região vizinha ao pico da onda, não havendo uma preocupação com a forma geral do hidrograma completo. Privilegia-se assim os aspectos Atenuação e Retardamento, em detrimento da forma da onda, como um todo. Esta escolha é favorável também por outro aspecto, sabendo-se que o raio de curvatura do pico do hidrograma desempenha um papel importante no fenômeno de propagação.

Deve ser salientado aqui que este hidrograma sintético é função, entre outros fatores, do curso d'água em estudo. Com efeito, esta hipótese de adotar o hidrograma à montante da mesma forma que a Função Núcleo significa que este é o resultado da propagação de um impulso instantâneo, de um Dirac, de volume V , emitido à uma distância y , correspondente à um prolongamento fictício do curso d'água à montante, como mostrado na Figura 2.

Em trabalho anterior de Baptista e Michel (1989), foram efetuados estudos teóricos que permitem a definição das características Q e d do hidrograma, assim como da propagação, como será visto à seguir.

A Vazão de Pico "Q"

A vazão de pico do hidrograma de Hayami pode ser obtida pela anulação da derivada da expressão (4). Os cálculos efetuados mostram que esta vazão máxima, Q , é observada para um valor de t igual a T , dado por (6) :

$$Q = \frac{C^2 V}{D} G(B) \quad (6)$$

onde :

$$G(B) = \frac{1}{2} \sqrt{B/3\pi} (B + \sqrt{1 + B^2})^{3/2} \text{EXP}[-3B/2(1 + \sqrt{1 + B^2})] \quad (7)$$

e :

$$B = \frac{1}{2} (1/A - A) \quad (8)$$

ou :

$$A = \frac{1}{B + \sqrt{1 + B^2}} \quad (8')$$

Em que :

$$B = 3D/Cy \quad (9)$$

$$A = CT/y \quad (10)$$

A Duração "d"

Para a definição de d, torna-se necessário a determinação de T_1 e T_2 (Figura 1), raízes da equação (11), em t:

$$k(t,y) = 0.8 k(T,y) \quad (11)$$

Levando a expressão (8) à (3) e adotando a notação $U = t/T$, obtém-se a expressão (12), que permite a obtenção das duas raízes, U_1 e U_2 , para $f(U)=0$:

$$f(U) = \ln(U) + \frac{(1 - U)}{(1 - A^2)} (1/U - A^2) + 2/3 [\ln(0.8)] \quad (12)$$

Os dois valores, T_1 et T_2 , são obtidos numericamente em função de A^2 permitindo assim a obtenção de d, igual à $T_2 - T_1$, simbolicamente representada pela expressão (13) :

$$d = T H(A^2) \quad (13)$$

A Propagação do Hidrograma de Hayami

Definidos os elementos do hidrograma à montante, Q e d, assim como as características do trecho do curso d'água em estudo, comprimento L e parâmetros hidráulicos C e D, o problema consiste na obtenção do hidrograma à jusante, caracterizado pela Vazão de pico Q' , pela Duração d' e pelo Retardamento da onda, Δt .

Na Figura 2 apresenta-se uma representação esquemática da propagação segundo as hipóteses aqui adotadas, salientando-se os elementos de interesse ao presente estudo.

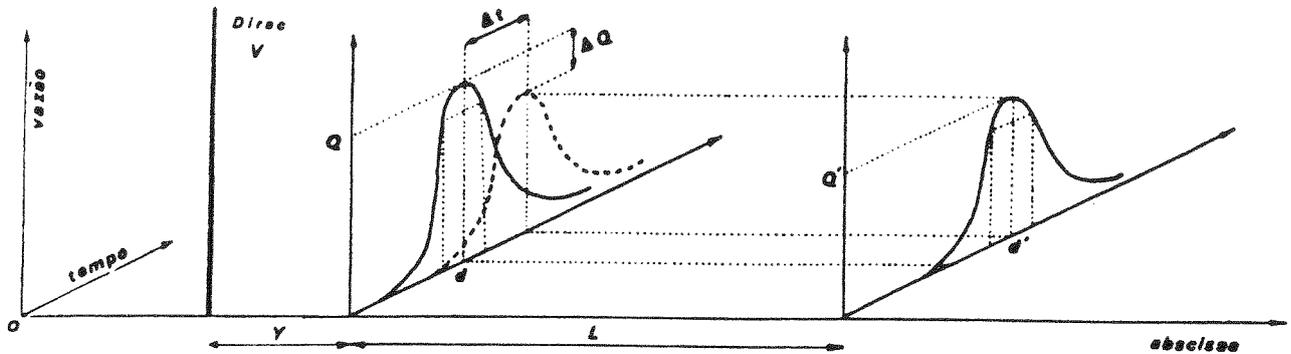


Figura 2. Representação Esquemática da Propagação

Calculando-se os valores de A e B pelas expressões (7) e (8), pode-se obter a expressão (14), à partir da combinação de (8) e (13) :

$$\frac{2A^2 H[A^2]}{1 - A^2} = \delta \quad (14)$$

onde :

$$\delta = C^2 d / 3D \quad (15)$$

A partir da expressão (10), sabendo-se que a abscissa à jusante, y' , é igual à $y+L$, deduz-se :

$$1/B' = 1/B + Q \quad (16)$$

onde :

$$Q = CL/3D \quad (17)$$

Assim, a vazão à jusante, Q' , e portanto a atenuação, pode ser obtida pela expressão (18) :

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{G(B')}{G(B)} \quad (18)$$

Conhecendo-se B' , determina-se A' pela expressão (8'); utilizando a expressão (9) e sabendo-se que o retardamento $\Delta t = T' - T$, obtém-se a equação (19):

$$\frac{\Delta t}{d} = \frac{1}{\delta} (A'/B' - A/B) \quad (19)$$

A duração d' , à jusante, pode ser obtida pela aplicação das relações (9), (10) e (13) :

$$\frac{d'}{d} = \frac{A'}{\delta B'} H(A'^2) \quad (20)$$

METODOLOGIA DE CÁLCULO PROPOSTA

A resolução destes cálculos permite a obtenção dos ábacos 1 e 2, que tornam o estudo da propagação imediato. Com efeito, a construção dos ábacos permite não só a avaliação dos elementos da propagação aos quais nos interessamos, à saber a Atenuação e o Retardamento do pico, como permite também a identificação da Celeridade e do Coeficiente de Difusão .

Para o cálculo da propagação, conhecidas, à priori, as características geométricas e hidráulicas do trecho em estudo, à saber os valores da Celeridade C , do coeficiente de Difusão D e o comprimento L , assim como os valores da vazão máxima Q e da duração à montante, d , calcula-se $\ln(CL/D)$ e $\ln(C^2d/D)$. Define-se assim um ponto no Ábaco 1, o que permite a obtenção da vazão de pico à jusante Q' , no eixo das abscissas, e do retardamento Δt , no eixo das ordenadas.

As mesmas informações levadas ao Ábaco 2 permitem a obtenção da duração d' à jusante, definindo-se assim os elementos do fenómeno de propagação correspondentes aos objetivos fixados.

A Identificação dos Coeficientes C e D

O traçado do Ábaco 1 permite também a resolução do problema inverso, que é a identificação dos coeficientes hidráulicos característicos do trecho, à partir do conhecimento de um evento, à montante e à jusante.

Com efeito, conhecendo-se a vazão de pico e a duração da onda de cheia, à montante (Q e d), e a sua resultante, à jusante (Q' e d'), assim como o Retardamento (Δt) e o comprimento do trecho (L), pode-se calcular $\ln[Q'/(Q-Q')]$ e $\ln[(\Delta t/d)Q'/(Q-Q')]$, o que permite a determinação de um ponto do Ábaco 1. Os valores de $\ln(C^2d/D)$ e de $\ln(CL/D)$ podem ser lidos nas cotas das curvas que se cruzam neste ponto. Assim, calcula-se D/C^2 e D/C e, em seguida, identifica-se C e D . Como pode-se constatar, na região inferior do Ábaco 1, que é caracterizada por $\Delta t/d < 0,8(Q-Q')/Q'$, esta identificação não é possível, indicando assim uma limitação do modelo ou da metodologia proposta.

Esta possibilidade de identificação de C e D é extremamente interessante, sabendo-se que as estimações, à priori, destes parâmetros, em função das características do curso d'água podem não ser fiáveis. Em caso de dispor-se de dados correspondentes à diversos eventos, pode-se ainda melhorar a estimação de C e D , seja pela adoção de valores médios, seja pela tentativa de associar-se os valores de C e D às características das cheias : vazões máximas, níveis d'água, condições de transbordamento, etc.

Possibilidades de Extensão da Metodologia

A metodologia proposta é suficientemente simples e robusta para permitir uma eventual generalização à situações mais complexas que se apresentam na prática da Hidrologia, tais como cursos d'água não homogêneos, cheias múltiplas e rédes hidrográficas. Descreve-se sucintamente à seguir estas diferentes extensões possíveis.

Cursos d'água Heterogêneos -- Trata-se, neste caso, de cursos d'água constituídos de uma sucessão de trechos homogêneos, com C e D constantes no interior de cada trecho.

Nestas condições deve-se estudar separadamente cada trecho considerado homogêneo, adotando-se a metodologia proposta para o primeiro trecho, determinando-se assim os valores de Q' e Δt (Ábaco 1) e d' (Ábaco 2). Em seguida utiliza-se estes valores como dados de montante para o segundo trecho estudado, e assim, sucessivamente até o fim do curso d'água. Obtém-se desta forma, diretamente, a vazão máxima após a propagação, e o retardamento do pico, constituído da soma dos retardamentos relativos à cada trecho.

Cheias Múltiplas -- Um outro problema frequente é a ocorrência de cheias complexas, constituídas de dois ou mais picos.

Tendo em vista a linearidade do modelo, esta situação poderia ser tratada através da decomposição do hidrograma em diversos hidrogramas de Hayami, de forma a obter-se uma cheia de resultante similar ao hidrograma observado. Em seguida, utiliza-se a metodologia proposta para a propagação de cada um destes hidrogramas separadamente. Enfim, efetua-se a soma destes hidrogramas, após propagação, permitindo assim, por recomposição, a obtenção do hidrograma à jusante (Figura 3).

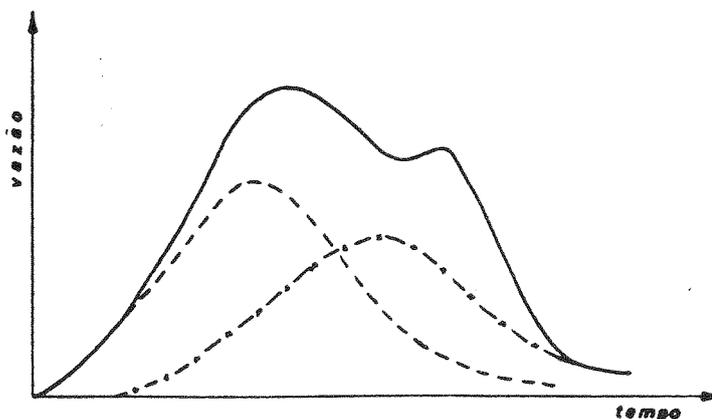


Figura 3. Cheias Múltiplas

Rêde Hidrográfica -- Uma situação mais geral e complexa diz respeito ao estudo da propagação em uma rêde de cursos d'água, com diversos hidrogramas apresentando-se à montante. Para obter-se a cheia à jusante, deve-se efetuar uma combinação dos procedimentos anteriormente citados, como descrito à seguir:

- Decomposição da Rêde hidrográfica em trechos homogêneos;

- Identificação dos coeficientes C e D característicos de cada trecho, seja pela utilização da metodologia citada, em caso de disponibilidade de dados, ou seja através de uma determinação teórica;
- Decomposição dos hidrogramas complexos à montante em hidrogramas de Hayami;
- Propagação de cada hidrograma de Hayami em cada um dos trechos homogêneos;
- Recomposição do hidrograma resultante, à jusante.

A título ilustrativo apresenta-se, na Figura 4, um esquema simplificado desta sistemática de cálculo proposta. Evidentemente a sua utilização pode ser extremamente dificultada em situações reais, em função da complexidade de efetuar-se cada uma das operações citadas. Todavia, alguns casos particulares simples poderiam, eventualmente, ser abordados com a adoção desta metodologia.

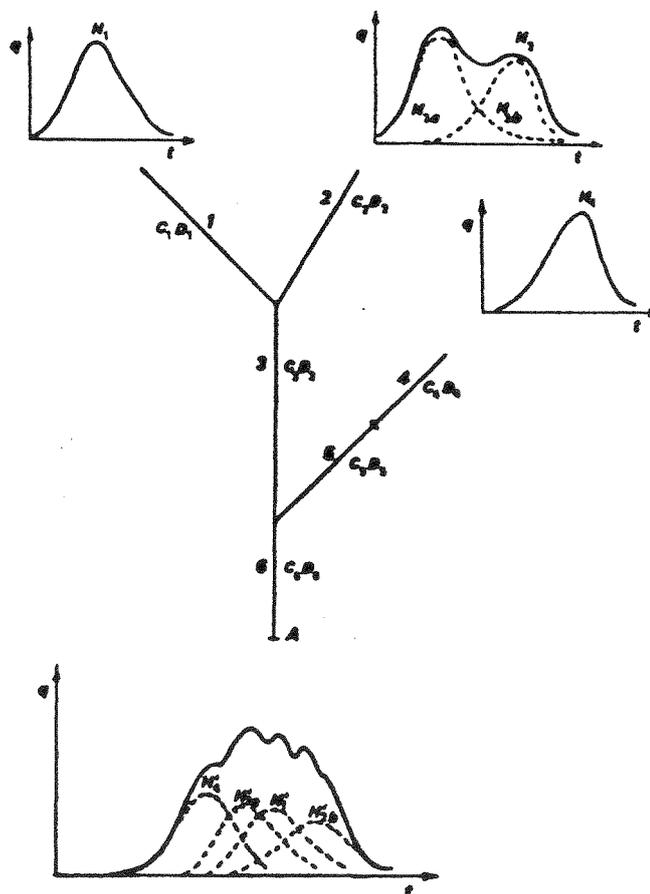


Figura 4. Aplicação à uma Rede Hidrográfica

ESTUDO DE CASOS REAIS

Objetivando verificar a aplicabilidade do modelo proposto de forma concreta, foram estudados alguns casos reais, descritos pelo NERC (1975), pelo IPH (1983) e por Zamanillo e Tucci (1987).

As características de 10 eventos estudados, correspondentes à 3 trechos de cursos d'água, são apresentadas na Tabela 1.

Evento	Curso d'Água	Trecho	Comp. (km)	Data	Montante		Jusante	
					Vazão (m ³ /s)	Duração (h)	Vazão (m ³ /s)	Retard. (h)
1	Jacui	Itauba-Volta Grande	36	17/12/81	575	1,17	421	3,76
2	Jacui	Itauba-Volta Grande	36	28/12/81	428	1,46	298	3,81
3	Jacui	Itauba-Volta Grande	36	22/05/81	621	1,56	452	3,81
4	Jacui	Itauba-Volta Grande	36	25/03/82	505	1,61	401	3,90
5	Wye	Erwood-Belmont	70	17/01/69	370	11,62	310	13,89
6	Wye	Erwood-Belmont	70	08/12/60	1210	10,71	965	20,31
7	Wye	Erwood-Belmont	70	10/01/48	700	9,60	445	20,56
8	Wye	Erwood-Belmont	70	26/11/39	810	9,47	535	20,58
9	Wye	Belmont-Redbrook	81	04/12/60	970	10,15	750	19,92
10	Wye	Belmont-Redbrook	81	09/12/65	610	16,42	520	23,37

Tabela 1. Elementos dos cursos d'água e das cheias estudadas

O primeiro passo para a aplicação da metodologia é a identificação dos coeficientes C e D, que será efetuada com a utilização do Abaco 1, à partir do conhecimento de Q, Q', d, Δt e L.

De forma a testar a validade dos valores identificados de C e D (Tabela 2), para a avaliação da atenuação e do retardamento, será adotado um procedimento similar ao que seria utilizado no caso de uma aplicação real. Assim, para a avaliação da propagação de um evento qualquer, deverão ser adotados valores de C e D correspondentes a todos os eventos disponíveis para o trecho, excetuando-se, evidentemente, a cheia em estudo. Assim, para o estudo da cheia de 1969 do Rio Wye, por exemplo, foram utilizados os valores de C e D ajustados à partir das cheias de 1960, 1939 e 1948; no presente estudo, adotou-se o critério de utilizar a média geométrica dos valores disponíveis.

A introdução destes valores no Abaco 1 permite o cálculo da Atenuação e do Retardamento do pico, conforme apresentado na Tabela 2.

Evento	IDENTIFICAÇÃO		PROPAGAÇÃO			
	Celeridade (m/s)	Difusao (m ² /s)	Atenuação (%)		Retardamento (h)	
			Observada	Calculada	Observado	Calculado
1	2,66	2322	26,78	35,67	3,76	3,82
2	2,61	4359	30,37	24,62	3,81	3,81
3	2,64	4230	27,21	22,94	3,81	3,82
4	2,56	2566	20,29	23,97	3,90	3,78
5	1,39	8434	16,22	25,20	13,89	20,65
6	0,95	3041	20,25	26,75	20,31	18,12
7	0,92	6836	36,43	25,93	20,56	18,02
8	0,92	5541	33,95	27,35	20,58	17,99
9	1,12	4537	22,68	28,33	19,92	23,16
10	0,96	4188	14,75	11,04	23,37	20,03

Tabela 2. Coeficientes Identificados e Valores Calculados

A título de comparação apresenta-se, na Tabela 3, os valores dos erros percentuais das avaliações efetuadas, tanto com a utilização do presente modelo quanto com a utilização de outros modelos adotados nos documentos anteriormente citados.

Os diferentes modelos considerados são os seguintes :

- Muskingun-Cunge Linear : MCL;
- Muskingun-Cunge nao-linear : MCT;
- Difusão com parâmetros variáveis : DPV;
- Difusão Linear Completo : DLC;
- Difusão Linear proposto : DLP.

Evento	Vazão					Retardamento				
	MCL	MCT	DPV	DLC	DLP	MCL	MCT	DPV	DLC	DLP
1	11,9	1,7	-	-	12,2	0,0	0,0	-	-	1,6
2	14,4	1,3	-	-	8,9	0,0	0,0	-	-	0,0
3	10,6	0,2	-	-	11,6	0,0	0,0	-	-	0,3
4	5,0	1,3	-	-	4,3	0,0	0,0	-	-	0,8
5	4,0	-	0,6	3,4	10,7	2,9	-	11,1	3,5	48,7
6	3,7	-	3,2	6,7	8,2	2,0	-	1,0	7,2	10,8
7	12,4	-	6,3	11,4	16,5	1,0	-	3,0	8,6	12,4
8	3,8	-	4,4	5,6	10,0	3,0	-	6,1	4,6	12,6
9	7,5	-	1,0	8,4	7,3	8,6	-	9,8	11,9	16,3
10	0,6	-	0,1	0,1	4,4	2,5	-	8,7	2,5	14,3

Tabela 3. Erros percentuais obtidos com os modelos

Assim, pode-se constatar que os valores obtidos com a presente metodologia são sensivelmente equivalentes aos resultados obtidos com os outros modelos, de utilização significativamente mais complexa e problemática, eventualmente sujeita à problemas numéricos de convergência e estabilidade e, exigindo recursos de cálculo mais poderosos.

CONCLUSÕES

A metodologia proposta constitui-se em uma sistemática extremamente simples de utilização do Modelo Difusivo Linear. Esta simplicidade parece extremamente coerente com o nível de conhecimento e com a fiabilidade dos dados hidrológicos frequentemente disponíveis, sobretudo a um nível de anteprojeto ou de estudo preliminar.

Os níveis de incerteza obtidos com o presente modelo apresentam-se de mesma ordem de grandeza que os obtidos com modelos de utilização mais complexa. De fato, tendo em vista a dificuldade de obter-se registros contínuos de vazões, a metodologia proposta, centrada em valores de C e D correspondentes às características da onda de cheia que são as mais úteis, permite aumentar as possibilidades de obter valores pertinentes com os objetivos fixados.

Desta forma, quando as condições físicas da situação analisada satisfizerem as condições de aplicabilidade do presente modelo, e quando o objetivo do estudo limitar-se à uma avaliação da atenuação e do retardamento, o modelo proposto pode ser útil para a resolução do problema.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho de pesquisa foi efetuado no quadro de uma bolsa de estudos do convênio entre os organismos CNPq (Brasil) e CEFI (França).

Agradecemos ainda o Prof. C. E. M. Tucci pela sua colaboração, através do fornecimento de dados do Rio Jacuí.

REFERENCIAS

- BAPTISTA M. B. e MICHEL C. (1989) - "Une utilisation simple du modele Hayami en Hydrologie", La Houille Blanche n°2, páginas 123-130.
- CHOW V. T. (1973) - Open Channel Hydraulics, McGraw-Hill Book Company, 22° Edição.
- I.P.H. - Instituto de Pesquisas Hidráulicas - UFRGS- (1983) - Estudos Hidrodinâmicos do Rio Jacuí; Relatório Técnico.
- MICHEL C., 1982 - "Utilisation de l'Onde de Crue Diffusante en Hydrologie" Nota Interna CEMAGREF, 9 páginas.
- N.E.R.C. - Natural Environment Research Council (1975) - Flood Studies Report Volume III, Flood Routing Studies.
- ZAMANILLO E., TUCCI C.E. , 1987 - "Simulação de escoamento por Muskingum - Cunge com parâmetros variáveis"; Anais do VII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, páginas 54 à 65.

ANNEXE B

BASE DE CONNAISSANCES POUR LE SYSTEME EXPERT

BASE DE CONNAISSANCES POUR LE SYSTEME EXPERT

La base de connaissances présentée ci-après a été utilisée pour la mise au point du système expert cité au paragraphe 1.4.2. Il faut noter ici les points suivants :

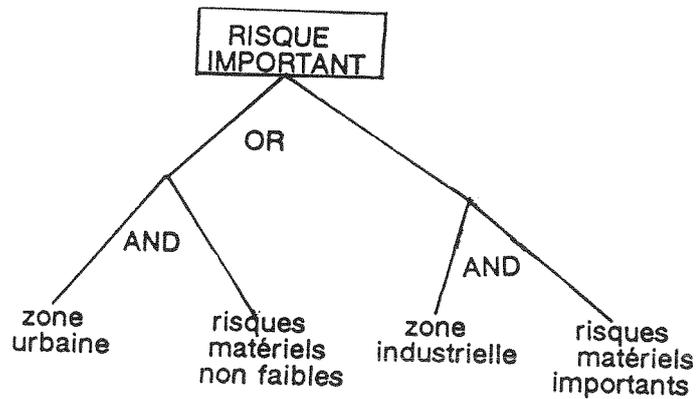
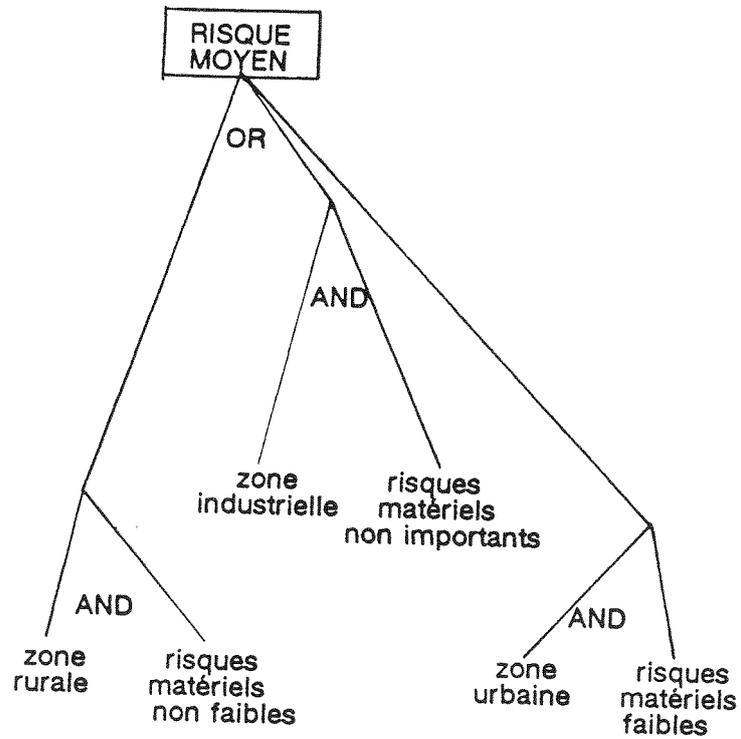
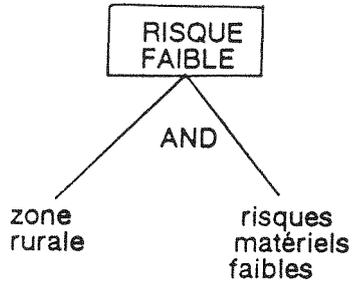
- Le modèle "spécifique" concerne un modèle complet de Saint Venant avec la possibilité de prise en compte des phénomènes complexes : écoulements bidimensionnels, ondes rapides, etc.

- Pour les modèles cinématique, Hayami et diffusant, des critères numériques ont été incorporés pour la vérification de l'applicabilité des modèles.

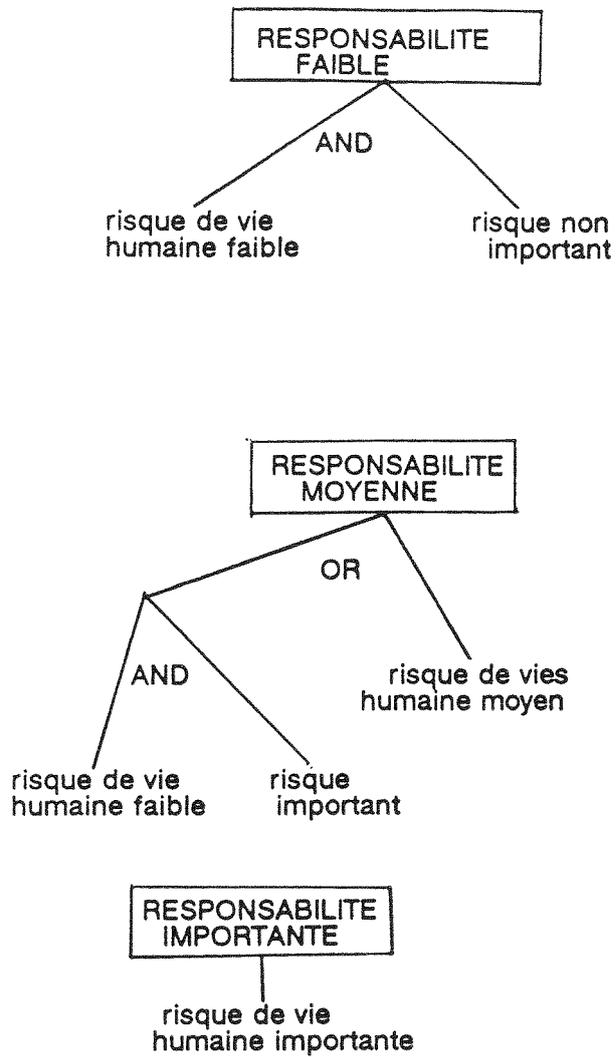
Enfin, les critères adoptés pour la mise au point de cette base de connaissances peuvent apparaître assez arbitraires, mais il faut tenir compte du but de l'étude, qui est la vérification de la faisabilité d'un système expert plutôt que la proposition d'un logiciel vraiment opérationnel.

DEFINITION DE L'IMPORTANCE DU RISQUE

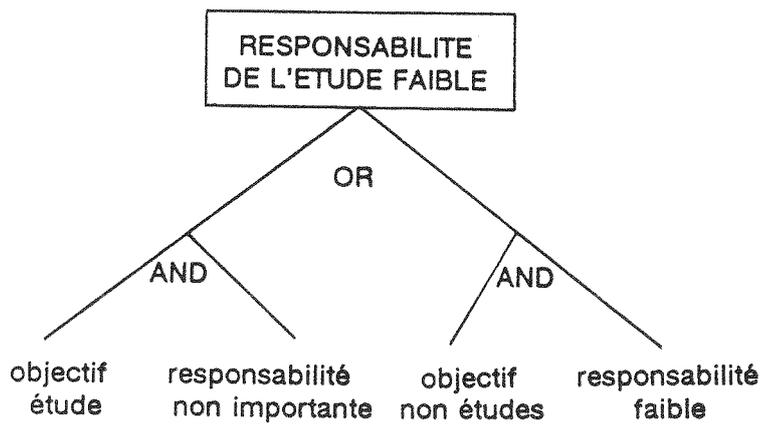
Fonction des risques matériels et du type d'occupation de sol

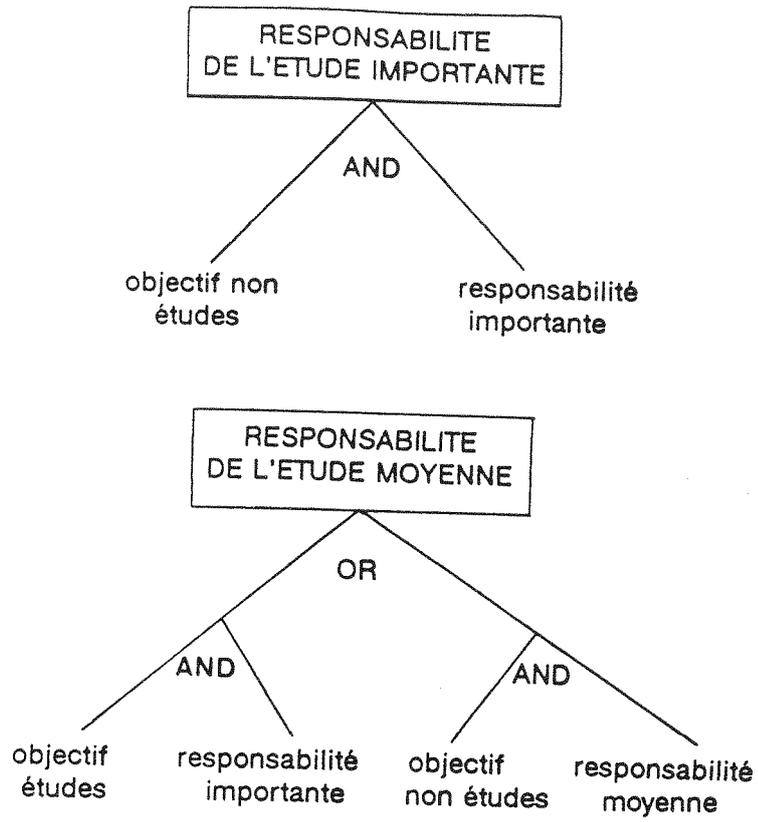


DEFINITION DU NIVEAU DE RESPONSABILITE
fonction du risque matériel et du risque de vies humaines

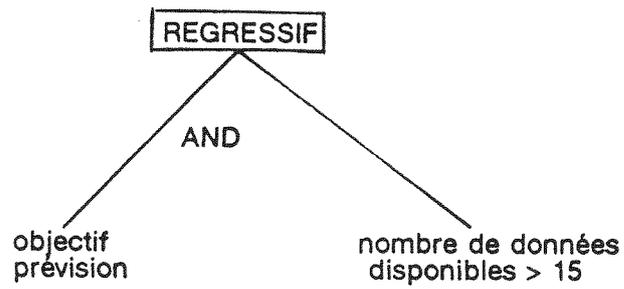


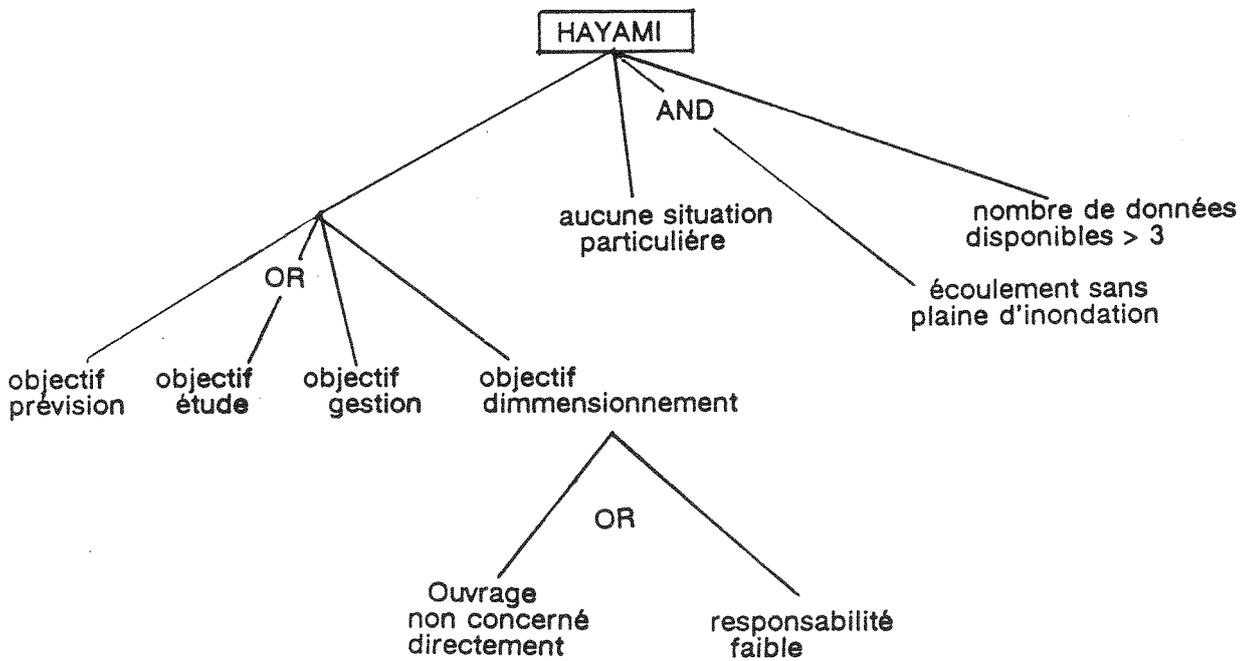
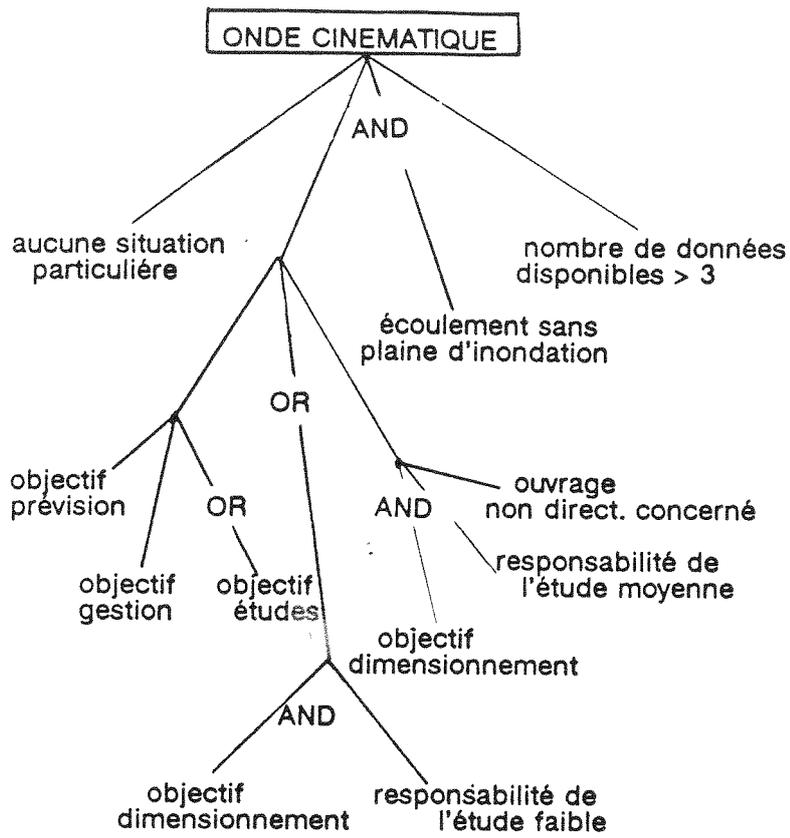
DEFINITION DE LA RESPONSABILITE DE L'ETUDE
fonction du niveau de responsabilité et de l'objectif

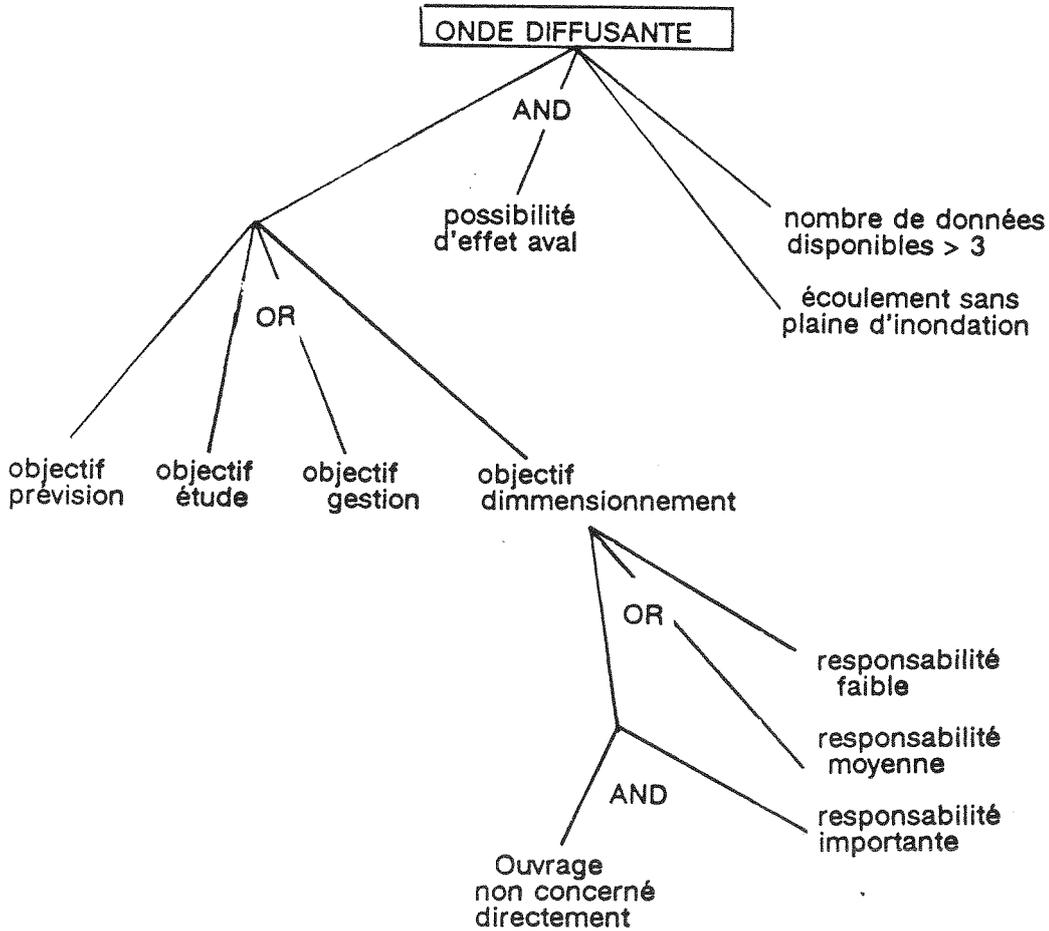
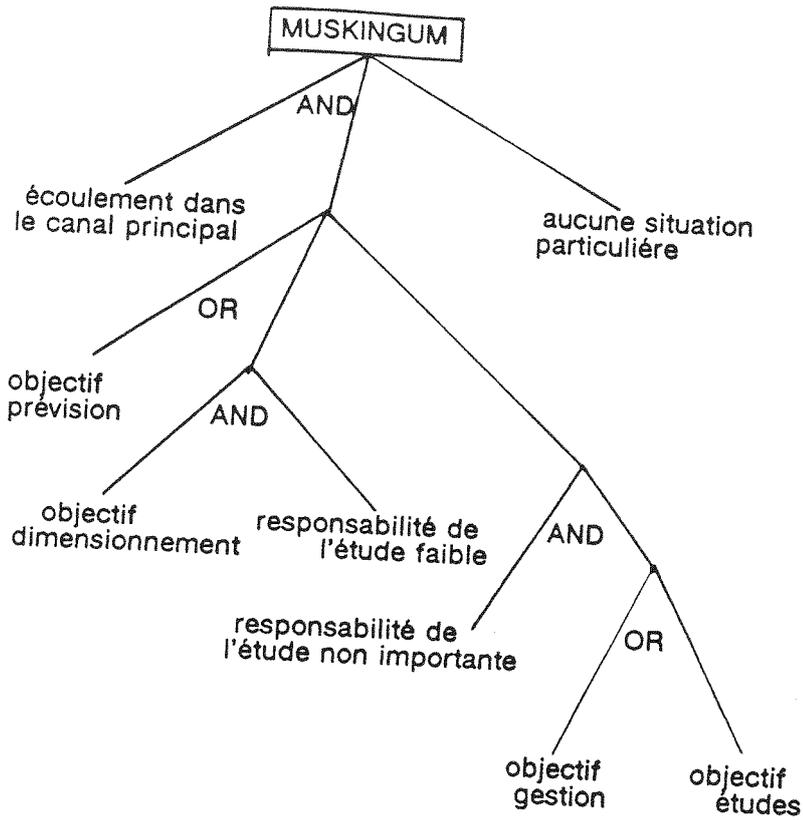


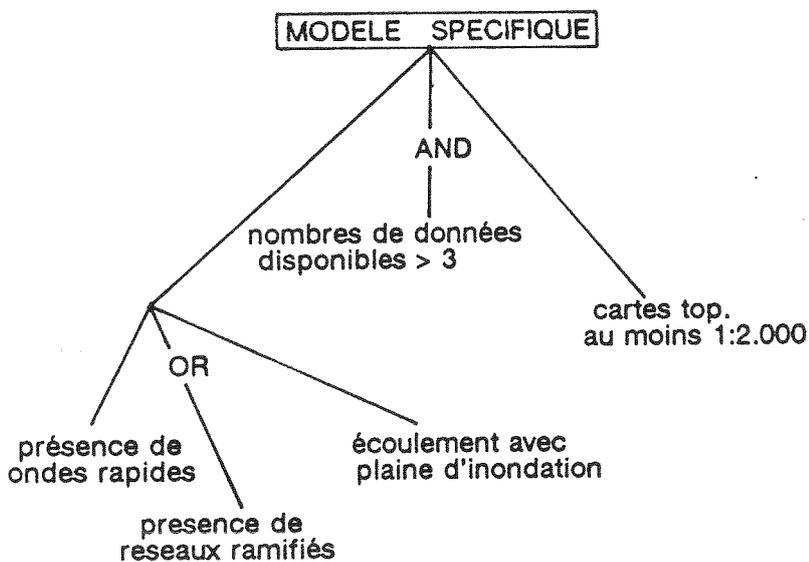
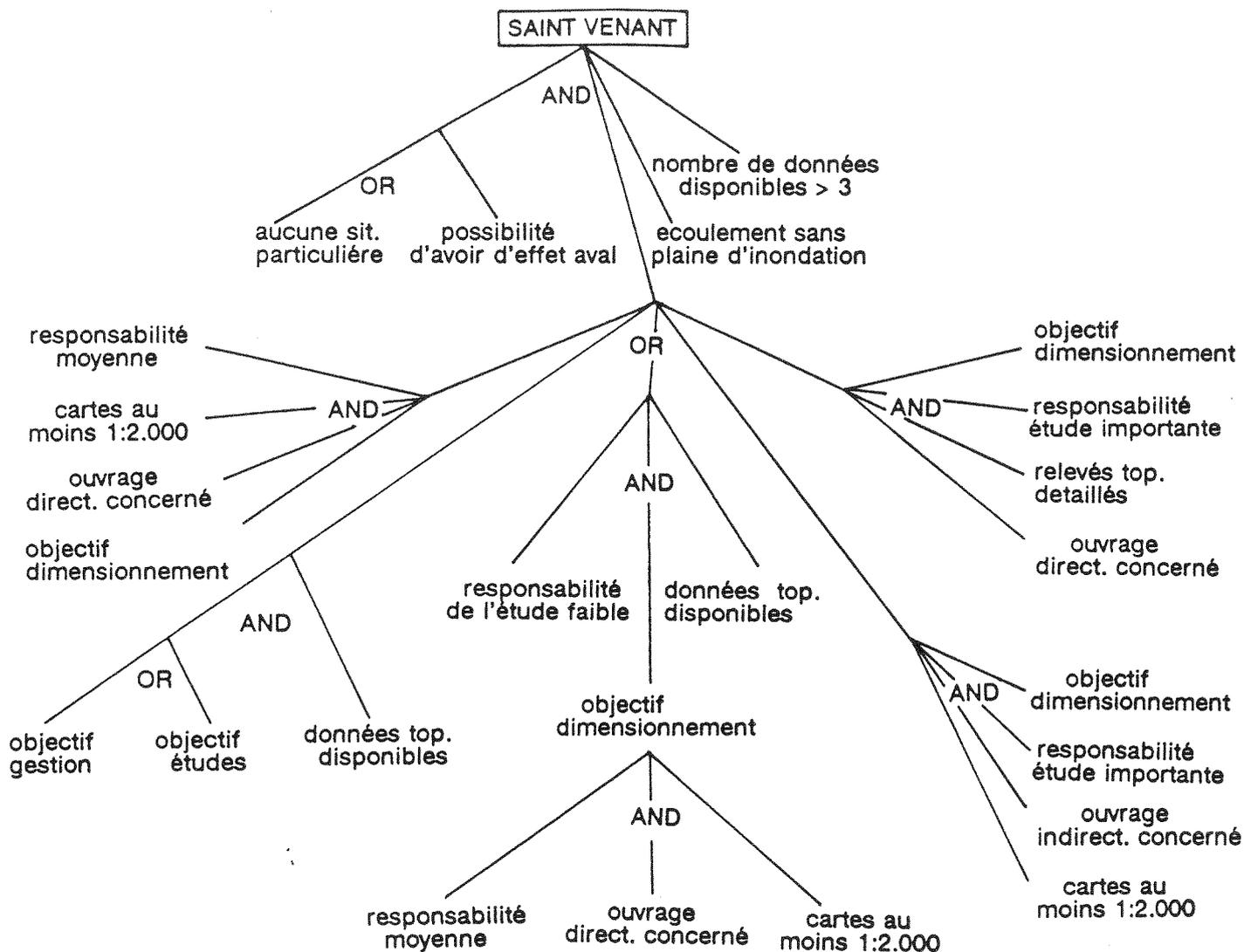


CONDITIONS D'APPLICABILITE DE DIFFERENTS MODELES









ANNEXE C

PROGRAMMES INFORMATIQUES CREES

PROGRAMMES INFORMATIQUES CREEES

Sont présentés ci-après des programmes informatiques, en FORTRAN 77, créés pour l'application des modèles proposés. Les programmes utilisés pour effectuer les régressions et les optimisations ne sont pas présentés, car on les a considérés comme assez connus et facilement disponibles.

Le premier programme, HAYCAL, concerne le modèle Hayami, pouvant être utilisé soit pour identification de C et D, soit pour évaluer la propagation, à partir de la connaissance préalable de C et D.

Le programme PMSG est relatif au modèle simplifié global, décrit au paragraphe 3.4.2; le programme PMS concerne le modèle simplifié à pas d'espace fixé, décrit au paragraphe 3.4.3.

Le programme utilisé pour le routage des crues avec le modèle Saint Venant est aussi présenté, ce qui va nous éviter de faire la présentation des nombreuses données utilisées dans la troisième partie de la thèse (1228 événements). Ainsi, on présente le listing d'une version complète du programme, utilisée dans les études pour la fixation du pas d'espace et du pas de temps. Pour obtenir les versions adoptées dans les autres étapes de l'étude, des modifications, ou plutôt des suppressions et adaptations devront être introduites.

 HAYCAL

 Utilisation du modèle HAYAMI simplifié

```

100 FORMAT(' atténuation(%) :',F8.3,' retard de la pointe(h) :',F6.2)
200 FORMAT(' C = ',F8.3,'(m/s) ; D = ',F12.0,'(m2/s)')
WRITE(*,'(A\)' )' Longueur du troncon(km) ? '
READ(*,*)E
E=E*1000.
WRITE(*,'(A\)' )' Durée en heure ou Q > 80% de QMAX ? '
READ(*,*)V
V=V*3600.
WRITE(*,'(A\)' )' calage (taper 1) ou utilisation (taper 0)? '
READ(*,*)IS
IF(IS.NE.0)GOTO1
WRITE(*,'(A\)' )' C ? '
READ(*,*)C
WRITE(*,'(A\)' )' D ? '
READ(*,*)D
A=D/C/C
B=D/C
CALL APPLIC(V,E,AT,DE,A,B)
AT=AT*100.
DE=DE/3600.
WRITE(*,100)AT,DE
STOP
1 WRITE(*,'(A\)' )' Attenuation en % de la pointe ? '
READ(*,*)ATT
ATT=ATT*0.01
WRITE(*,'(A\)' )' Retard de la pointe en aval(h)? '
READ(*,*)DEC
DEC=DEC*3600.
CALL CHERCHE(V,E,ATT,DEC,A,B)
A=EXP(A)
B=EXP(B)
C=B/A
D=B*C
WRITE(*,200)C,D
END

```

SUBROUTINE APPLIC(V,E,AT,DE,A,B)

```

H=0.80
H=-2./3.*LOG(H)
G=V/3./A
F=E/B/3.
U=0.5
DO 1 I=1,1000
T=1.-H+(1.+H)/U
W1=1./T
CALL FV(U,H,W1)
W2=2./(1.-U)
CALL FV(U,H,W2)

```

```

U1=1./(1.+2.*(W2-W1)/G)
IF(ABS(U1-U).LT.0.000003)GOTO2
U=U1
1 CONTINUE
2 U=SQRT(U1)
X=(1./U-U)/2.
X2=1./(1./X+F)
AT=1.-SK(X2)/SK(X)
DE=3.*A*(1./X2/(X2+SQRT(1.+X2*X2))-1./X/(X+SQRT(1.+X*X)))
END

```

```

FUNCTION SK(X)
IF(X.LT.0.)THEN
SK=0.
RETURN
ENDIF
S=X+SQRT(1.+X*X)
SK=SQRT(X)*S**1.5
SK=SK/EXP(1.5*X/(S+1.-X))
END

```

```

SUBROUTINE FV(U,H,V)
DO 1 I=1,100
C=(1.-U)*(H-LOG(V))-U*(V-1.)+1.-1./V
C=C/((1.-U)/V+U-1./V/V)
VM=V+C
IF(ABS(VM-V).LT.0.000001)GOTO2
V=VM
1 CONTINUE
2 V=VM
END

```

```

SUBROUTINE CHERCHE(V,E,ATT,DEC,A,B)
A=8.5
AO=8.5
B=8.5
BO=8.5
C=9999.
CO=C
IO=2
JO=2
W=0.10
DO 8 IZ=1,2
DO 1 I=1,3
DO 1 J=1,3
1 CALL POINT(W,V,E,ATT,DEC,A,B,C,I,J,AO,BO,CO,IO,JO)
CALL NOUVEAU(AO,BO,CO,IO,JO,A,B,C,I,J)
DO 2 K=1,10000
IF(I.EQ.2.AND.J.EQ.2)GOTO 7
IF(I.EQ.2)THEN
DO 3 I1=1,3
3 CALL POINT(W,V,E,ATT,DEC,A,B,C,I1,J,AO,BO,CO,IO,JO)
CALL NOUVEAU(AO,BO,CO,IO,JO,A,B,C,I,J)
GOTO 2

```

```

ENDIF
IF(J.EQ.2)THEN
DO 4 J1=1,3
4 CALL POINT(W,V,E,ATT,DEC,A,B,C,I,J1,A0,B0,C0,IO,J0)
CALL NOUVEAU(A0,B0,C0,IO,J0,A,B,C,I,J)
GOTO 2
ENDIF
DO 5 I1=1,3
5 CALL POINT(W,V,E,ATT,DEC,A,B,C,I1,J,A0,B0,C0,IO,J0)
DO 6 J1=1,3
6 CALL POINT(W,V,E,ATT,DEC,A,B,C,I,J1,A0,B0,C0,IO,J0)
CALL NOUVEAU(A0,B0,C0,IO,J0,A,B,C,I,J)
2 CONTINUE
7 W=W/10.
8 CONTINUE
END

```

```

SUBROUTINE POINT(W,V,E,ATT,DEC,A,B,C,I,J,A0,B0,C0,IO,J0)
A1=A+FLOAT(I-2)*W
B1=B+FLOAT(J-2)*W
AE=EXP(A1)
BE=EXP(B1)
CALL APPLIC(V,E,AT1,DE1,AE,BE)
C1=(1.-AT1/ATT)**2+(1.-DE1/DEC)**2
IF(C1.LT.C0.AND.C1.LT.C)THEN
A0=A1
B0=B1
C0=C1
IO=I
JO=J
ENDIF
END

```

```

SUBROUTINE NOUVEAU(A0,B0,C0,IO,J0,A,B,C,I,J)
IF(C0.LT.C)THEN
A=A0
B=B0
I=IO
J=JO
C=C0
ELSE
I=2
J=2
ENDIF
END

```

Programme PMS

calcul de la propagation avec le modèle simplifié à pas d'espace fixé

DIMENSION SL(50),SW(50),SI(50),XL(50,4),sk(50)
CHARACTER NOM*56

```

110 FORMAT(/,' ----- Bief n ° = ',I5)
120 FORMAT(//,' **** ROUTAGE AVEC SAINT VENANT SIMPLIFIE ****',//)
130 FORMAT('-----')
40 FORMAT(' *** Données Amont *** ',/)
50 FORMAT(' - Débit de Pointe (m3/s) : ',F9.3)
60 FORMAT(' - Durée Montée (h) : ',F9.3)
70 FORMAT(' - Durée Décruée (h) : ',F9.3)
80 FORMAT(/,' *** Données du Tronçon ***',/)
90 FORMAT(' - Rugosité Moyenne : ',F9.3)
100 FORMAT(' Bief Longueur Largeur Pente ')
110 FORMAT(' ',I5,2F14.2,F12.6)
120 FORMAT(//,' *** Resultats du Routage ***',/)
130 FORMAT(' - Décalage (s) : ',2F9.0,/)
140 FORMAT(4F8.0)
150 FORMAT(/,' - Géometrie des Biefs',/)

```

OPEN(107,FILE='CON')

INTRODUCTION DES DONNEES

```

WRITE(107,'(A\)' )' DONNEES DU HYDROGRAMME AMONT'
WRITE(107,'(A\)' )' -----'
WRITE(107,'(A\)' )'--- Débit de Pointe Amont (m3/s) = '
READ(*,*)Q1X
WRITE(107,'(A\)' )' Débit de Base (m3/s) = '
READ(*,*)Q0
WRITE(107,'(A\)' )' Durée de crue (s) = '
READ(*,*)Dur1
WRITE(107,'(A\)' )' DONNEES DU COURS D EAU '
WRITE(107,'(A\)' )' -----'
WRITE(107,'(A\)' )'--- Nombre de Biefs = '
READ(*,*)N
WRITE(107,'(A\)' )' Données Biefs : Ecran (0) Fichier (1) = '
READ(*,*)KE
IF(KE.NE.0)GO TO 4
WRITE(107,'(A\)' )' Nom du Fichier a créer '
READ(*, '(A)' )NOM

OPEN(100,FILE=NOM,STATUS='NEW',FORM='FORMATTED')

```

```

DO 1 I=1,N
WRITE(107,110)I
WRITE(107,'(A\)' )' - Longueur (m) = '
READ(*,*)SL(I)
WRITE(107,'(A\)' )' - Largeur (m) = '
READ(*,*)SW(I)
WRITE(107,'(A\)' )' - Pente Moyenne (m) = '
READ(*,*)SI(I)
si(i)=si(i)*100000.

```

```

WRITE(107,'(A\)' )' - Rugosite Moyenne du Tronçon      = '
READ(*,*)SK(i)
write(100,240)sl(i),sw(i),si(i),sk(i)
1 CONTINUE
GOTO 6

4 CONTINUE
WRITE(107,'(A\)' )' Nom du Fichier a exploiter          '
READ(*,'(A\)' )NOM
OPEN(100,FILE=NOM,STATUS='OLD')

DO3 M=1,N
READ(100,240)(XL(M,I),I=1,4)
SL(M)=XL(M,1)
SW(M)=XL(M,2)
SI(M)=XL(M,3)
Sk(M)=XL(M,4)
3 CONTINUE
GOTO 6

5 CONTINUE
WRITE(107,'(A\)' )' DONNEES DU HYDROGRAMME AMONT '
WRITE(107,'(A\)' )' -----'
WRITE(107,'(A\)' )' --- Débit de Pointe Amont      (m3/s)      = '
READ(*,*)Q1X
WRITE(107,'(A\)' )' Débit de Base                  (m3/s)      = '
READ(*,*)Q0
WRITE(107,'(A\)' )' Durée de crue                  (s)         = '
READ(*,*)Dur1

```

CALCULS

```

6 CONTINUE
Q1=Q1X
DEC=0.

DO 2 K=1,N
CL=SL(K)
CW=SW(K)
CI=SI(K)/100000.
ck=sk(k)
CEL=cK**.23/((CI+.0001)**.09)/((dur1+(11000.*cw)/(Q1-q0))**.66)
CEL=205.*cel
DST=.95*cK**1.27*(CI+.0001)**1.59*DUR1**1.64*((q1-q0)/cw)**.55
Q2=q0+(q1-q0)/(.85+.15*(1.+CL/DST)**.5)
DECP=(dst/cel)*(.72*cl/dst+.21*((1.+cl/dst)**1.33-1.))
Dur2=dur1*(q1-q0)/(q2-q0)
Q1=Q2
DEC=DEC+DECP
dur1=dur2
2 CONTINUE

WRITE(107,130)
WRITE(107,220)
WRITE(107,150)Q1
WRITE(107,230)DEC
WRITE(107,'(A\)' )' Autre situation ? oui : 1 non : 0 - '
READ(*,*)JKL
IF (JKL.EQ.1)GOTO 5
END

```

Programme PMSG

Propagation avec le modèle simplifié global

DIMENSION SL(50),SW(50),SI(50),XL(50,4),sk(50)

CHARACTER NOM*56

```

110 FORMAT(/,' ----- Bief n ° = ',I5)
120 FORMAT(//,' **** ROUTAGE AVEC SAINT VENANT SIMPLIFIE ****',//)
130 FORMAT(' -----')
140 FORMAT(' *** Données Amont *** ',/)
150 FORMAT(' - Débit de Pointe (m3/s) : ',F9.3)
160 FORMAT(' - Durée Montée (h) : ',F9.3)
170 FORMAT(' - Durée Décruée (h) : ',F9.3)
180 FORMAT(/,' *** Données du Tronçon ***',/)
190 FORMAT(' - Rugosité Moyenne : ',F9.3)
200 FORMAT(' Bief Longueur Largeur Pente ')
210 FORMAT(' ',I5,2F14.2,F12.6)
220 FORMAT(//,' *** Resultats du Routage ***',/)
230 FORMAT(' - Décalage (s) : ',2F9.0,/)
240 FORMAT(4F8.0)
250 FORMAT(/,' - Géometrie des Biefs',/)

```

OPEN(107,FILE='COM')

INTRODUCTION DES DONNEES

```

WRITE(107,'(A\)' )' DONNEES DU HYDROGRAMME AMONT'
WRITE(107,'(A\)' )' -----'
WRITE(107,'(A\)' )'--- Débit de Pointe Amont (m3/s) = '
READ(*,*)Q1X
WRITE(107,'(A\)' )' Débit de Base (m3/s) = '
READ(*,*)Q0
WRITE(107,'(A\)' )' Durée de crue (s) = '
READ(*,*)Dur1
WRITE(107,'(A\)' )' DONNEES DU COURS D EAU '
WRITE(107,'(A\)' )' -----'
WRITE(107,'(A\)' )'--- Nombre de Biefs = '
READ(*,*)N

```

```

WRITE(107,'(A\)' )' Données Biefs : Ecran (0) Fichier (1) = '
READ(*,*)KE
IF(KE.NE.0)GO TO 4
WRITE(107,'(A\)' )' Nom du Fichier a créer '
READ(*, '(A\)' )NOM

```

OPEN(100,FILE=NOM,STATUS='NEW',FORM='FORMATTED')

```

DO 1 I=1,N
WRITE(107,110)I
WRITE(107,'(A\)' )' - Longueur (m) = '
READ(*,*)SL(I)
WRITE(107,'(A\)' )' - Largeur (m) = '
READ(*,*)SW(I)
WRITE(107,'(A\)' )' - Pente Moyenne (m) = '
READ(*,*)SI(I)
si(i)=si(i)*100000.

```

```

WRITE(107,'(A\)' )' - Rugosite Moyenne du Tronçon      = '
READ(*,*)SK(i)
write(100,240)sl(i),sw(i),si(i),sk(i)
1 CONTINUE
GOTO 6

4 CONTINUE
WRITE(107,'(A\)' )' Nom du Fichier a exploiter
READ(*,'(A)' )NOM
OPEN(100,FILE=NOM,STATUS='OLD')

DO3 M=1,N
READ(100,240)(XL(M,I),I=1,4)
SL(M)=XL(M,1)
SW(M)=XL(M,2)
SI(M)=XL(M,3)
Sk(M)=XL(M,4)
3 CONTINUE
GOTO 6

5 CONTINUE
WRITE(107,'(A\)' )' DONNEES DU HYDROGRAMME AMONT'
WRITE(107,'(A\)' )' -----
WRITE(107,'(A\)' )' --- Débit de Pointe Amont      (m3/s)      = '
READ(*,*)Q1X
WRITE(107,'(A\)' )' Débit de Base                  (m3/s)      = '
READ(*,*)Q0
WRITE(107,'(A\)' )' Durée de crue                  (s)        = '
READ(*,*)Dur1

-----
CALCULS
-----

6 CONTINUE
Q1=Q1X
DEC=0.

DO 2 K=1,N
CL=SL(K)
CW=SW(K)
CI=SI(K)/100000.
ck=sk(k)
CEL=5.8*(ck**.54)*((CI+.001)**.68)*((DUR1*(Q1-Q0)/CW)**.14)
DST=418.*ck**.81*((CI+.0001)**.102)*((DUR1*(q1-q0)/cw+5000)**.96)
Q2=q0+(q1-q0)/exp(CL/DST)
DECP=cl/cel
Dur2=dur1*(q1-q0)/(q2-q0)
q1=q2
DEC=DEC+DECP
dur1=dur2
2 CONTINUE

WRITE(107,130)
WRITE(107,220)
WRITE(107,150)Q1
WRITE(107,230)DEC

WRITE(107,'(A\)' )' Autre situation ? oui : 1   non : 0   - '
READ(*,*)JKL
IF (JKL.EQ.1)GOTO 5
END

```

 VENANT

Routage aec le modèle Saint Venant complet

ARGE

DIMENSION QI(999),QF(999),Y(100),Q(100),XQX(100),X(100)
 DIMENSION D(100),E(100),F(100),R(100),S(100),T(100)

```

10 FORMAT(//,1H , '*****')
15 FORMAT(1H , '*****')
20 FORMAT(1H , '***** MODELE ST VENANT ***** ')
30 FORMAT(1H ,15,5F9.4)
35 FORMAT(/,1H , ' MAX F2 :',F8.4,2I10,/)
40 FORMAT(1H , ' ECOULEMENT RAPIDE ',2I10)
60 FORMAT(1H , ' DEBIT INITIAL - PERMANENT (M2/S) = ',F12.2,/)
70 FORMAT(1H , ' COEFFICIENT STRICKLER = ',F10.0)
80 FORMAT(1H , ' PENTE (%) = ',F15.5)
90 FORMAT(//,1H , '*** ETUDE DE LA CONDITION AVAL ** E (%) = ',F5.2)
95 FORMAT(1H , ' Identification : ',I10,/)

```

```

OPEN(107,FILE='CON')
OPEN(108,FILE='VEN.RES',STATUS='NEW',FORM='FORMATTED')
OPEN(109,FILE='VEN.DAT',STATUS='NEW',FORM='FORMATTED')

```

LECTURE DES DONNEES

```

WRITE(107,'(A\)' )' DEBIT INITIAL - PERMANENT (M2/S) = '
READ(*,*)QO
WRITE(107,'(A\)' )' IDENTIFICATION DU BIEF = '
READ(*,*)IDB
WRITE(107,'(A\)' )' ALPHA AMONT = '
READ(*,*)ALPM
WRITE(107,'(A\)' )' TEMPS DE MONTEE (H) = '
READ(*,*)TM
TM=TM*3600.
WRITE(107,'(A\)' )' DEBIT DE POINTE AMONT (M2/S) = '
READ(*,*)QX
WRITE(107,'(A\)' )' COEF. STRICKLER = '
READ(*,*)SK
WRITE(107,'(A\)' )' PENTE (M/M) = '
READ(*,*)SI
WRITE(107,'(A\)' )' RETRECISSEMENT (%) = '
READ(*,*)P
WRITE(107,'(A\)' )' PAS D ESPACE (M) = '
READ(*,*)DX
WRITE(107,'(A\)' )' NOMBRE PAS D ESPACE = '
READ(*,*)N
WRITE(107,'(A\)' )' N° PAS D ESPACE POUR QI (AMONT) = '
READ(*,*)NH
WRITE(107,'(A\)' )' N° PAS D ESPACE POUR QF (AVAL) = '
READ(*,*)NI
WRITE(107,'(A\)' )' PAS DE TEMPS (S) = '
READ(*,*)DT
WRITE(107,'(A\)' )' FICHER DE DONNEES ? ( 1 = OUI ) = '
READ(*,*)NDAT
WRITE(107,'(A\)' )' DESSIN ? ( 1 = OUI ) = '
READ(*,*)NDS
WRITE(107,'(A\)' )' LSI = '
READ(*,*)LSI

```

```
WRITE(108,10)
WRITE(108,20)
WRITE(108,15)
WRITE(108,90)P
```

```
INITIALISATION
```

```
P=1.+P/100.
F2MAX=0.
NTG=0
Q0=QX*.1
```

```
X(1)=0.
DO 25 I=2,N-6
X(I)=X(I-1)+DX
```

```
25 CONTINUE
```

```
DXV=DX
```

```
DO 26 I=N-5,N
DXV=.692*DXV
X(I)=X(I-1)+DXV
```

```
26 CONTINUE
```

```
M=N+INT((TM*10.)/DT)+1
IS=M/999+1
NR=0
NTM=0
NTV=0
CL=(NI-NH)*DX
```

```
IF(N.GT.500)THEN
WRITE(107,'(A\)' )' NOMBRE DE PAS D ESPACE TROP GRAND'
GOTO 9
ENDIF
```

```
WRITE(108,95)NTG
WRITE(108,70)SK
WRITE(108,80)SI
WRITE(108,60)Q0
```

```
*****
```

```
ROUTAGE
```

```
-----
0 REGIME PERMANENT
```

```
CALL PERMA(Q0,P,SK,SI,X,N,Y)
```

```
QI(1)=Q0
```

```
QF(1)=Q0
```

```
DO 1 I=1,N
```

```
Q(I)=Q0
```

```
1 XQX(I)=Q0
```

```
DO 2 J=1,M-1
```

```
JS=J/IS
```

```
JS1=JS+1
```

```
TT=FLOAT(J)*DT
```

```
-----
```

```

C   CONDITION AMONT
   CALL LOIMONT(TT,DT,TM,QX,R(1),S(1),T(1),ALPM)

-----
C   BALAYAGE AMONT >> AVAL
   CALL BALAMAV(SK,SI,N,X,DT,D,E,F,R,S,T,Y,Q)
   CALL DEVAL(TT,P,SK,SI,Y(N),Q(N),R(N),S(N),T(N),Y2,Q2)
   DQ=Q2-Q(N)
   DY=Y2-Y(N)
   Q(N)=Q2
   Y(N)=Y2
   IF(LSI.GE.1)WRITE(108,30)J,Y(N),Q(N),R(N),S(N),T(N)
   IF(Q(N).GT.XQX(N))XQX(N)=Q(N)

-----
C   BALAYAGE AVAL >> AMONT
   DO 4 I=1,N-1
   DY=D(N-I)*DQ+E(N-I)*DY+F(N-I)
   DQ=(T(N-I)-S(N-I)*DY)/R(N-I)
   Y(N-I)=Y(N-I)+DY
   Q(N-I)=Q(N-I)+DQ
   MONTE=0
   IF(XQX(N-I).LT.Q(N-I))THEN
   XQX(N-I)=Q(N-I)
   MONTE=1
   ENDIF
   IF(I.EQ.(N-NH).AND.MONTE.EQ.1)T1=TT
   IF(I.EQ.(N-NI).AND.MONTE.EQ.1)T2=TT
   IF(I.EQ.(N-NH).AND.J.EQ.JS*IS)QI(JS1)=Q(N-I)
   IF(I.EQ.(N-NI).AND.J.EQ.JS*IS)QF(JS1)=Q(N-I)

   TEST ECOULEMENT RAPIDE
   F2=Q(N-I)*Q(N-I)/9.8/Y(N-I)**3

   IF(F2.GT.F2MAX)THEN
   F2MAX=F2
   JF2MAX=J
   IF2MAX=I
   ENDIF

   IF(F2.GT.1.)THEN
   WRITE(108,35)F2MAX,JF2MAX,IF2MAX
   WRITE(107,'(A)\')' TORRENTIEL '
   WRITE(108,40)J,I
   GOTO 9
   ENDIF
   IF(I.EQ.(N-NH).AND.Q(N-I).LT.Q0*2.)NTM=NTM+1
   IF(I.EQ.(N-NI).AND.Q(N-I).LT.Q0*2.)NTV=NTV+1
   IF(I.EQ.(N-NI).AND.Q(N-I).LT.XQX(N-I)/2.)GOTO11
4  CONTINUE
   NR=NR+1
2  CONTINUE
11 CONTINUE

   TOM=NTM*DT
   TOV=NTV*DT
   WRITE(108,35)F2MAX,JF2MAX,IF2MAX
   CALL HYDRO(QI,QF,NR,DT,Q0,NDS,NDAT,CL,TOM,TOV,ALPM,TM,SK,SI,NTG)

9  STOP
   END

```

SUBROUTINE BALAMAV(SK,SI,N,X,DT,D,E,F,R,S,T,Y,Q)

```

DIMENSION D(1),E(1),F(1),R(1),S(1),T(1)
DIMENSION Y(1),Q(1),X(1)
DO 3 I=2,N
YM=Y(I-1)
YV=Y(I)
QM=Q(I-1)
QV=Q(I)
DX=X(I)-X(I-1)
DJM=QM*QM/SK/SK/YM**(10./3.)
DJV=QV*QV/SK/SK/YV**(10./3.)
A1=1.-3.*DT/DX*QM/YM+7.35*DT*(YM+YV)*DJM/QM
A2=1.5*DT/DX*(QM/YM)**2-14.7*DT/DX*YM
A2=A2+7.35*DT*((DJM+DJV)/2-SI-5./3.)*(YM+YV)*DJM/YM
A3=-1.-3.*DT/DX*QV/YV-7.35*DT*(YM+YV)*DJV/QV
A4=1.5*DT/DX*(QV/YV)**2-14.7*DT/DX*YV
A4=A4-7.35*DT*((DJM+DJV)/2-SI-5./3.)*(YM+YV)*DJV/YV
A5=-2.*DT/DX*(QV*QV/YV-QM*QM/YM)-9.8*DT/DX*(YV*YV-YM*YM)
A5=A5-4.9*DT*(YM+YV)*(DJM+DJV-2.*SI)
A6=2./3.*DX/DT
A7=(QV-QM)*4./3.
Z=A1*A6+A2
A=(A2+A3*A6)/Z
B=(A2+A4)*A6/Z
C=(A5*A6+A7*A2)/Z
D(I-1)=(A3-A1)/Z
E(I-1)=(A4-A1*A6)/Z
F(I-1)=(A5-A1*A7)/Z
R(I)=R(I-1)*A+S(I-1)*D(I-1)
S(I)=R(I-1)*B+S(I-1)*E(I-1)
T(I)=T(I-1)-R(I-1)*C-S(I-1)*F(I-1)
Z=SQRT(R(I)*R(I)+S(I)*S(I))
R(I)=R(I)/Z
S(I)=S(I)/Z
T(I)=T(I)/Z
3 CONTINUE
RETURN
END

```

SUBROUTINE DEVAL(D,P,SK,SI,Y1,Q1,R,S,T,Y2,Q2)

```

Q=Q1
B=T+R*Q1+S*Y1
EPS=0.0001
DO 1 I=1,10
CALL LOIVAL(D,P,SK,SI,Q,Y)
QP=Q+EPS
CALL LOIVAL(D,P,SK,SI,QP,YP)
DELTAQ=(R*Q+S*Y-B)/(R*(Q-QP)+S*(Y-YP))*EPS
Q=Q+DELTAQ
IF (ABS(DELTAQ).LT.EPS)GOTO2
1 CONTINUE
2 Q2=Q
CALL LOIVAL(D,P,SK,SI,Q,Y2)
RETURN
END

```

SUBROUTINE PERMA(Q0,P,SK,SI,X,N,Y)

```

DIMENSION Y(1),X(1)
F2MAX=0.
IF2MAX=0
45 FORMAT(1H , ' ECOULEMENT RAPIDE AU REGIME PERMANENT ' )
55 FORMAT(1H , ' F2max : ', 1F8.4, 1I5)
CALL LOIVAL(D,P,SK,SI,Q0,Y(N))

```

```

F2=Q0**2/9.8/Y(N)**3
DX=X(N)-X(N-1)
Z=(Q0/SK)**2/Y(N)**(10./3.)
G=(SI-Z)/(1.-F2)
YN=(Q0*Q0/SK/SK/SI)**0.3
DN=YN-Y(N)

```

```

IF(ABS(Y(N)/YN-1.)>.001)GOTO2
DO 3 I=1,N-1
Y(I)=YN
3 CONTINUE
RETURN

```

```

2 DO 1 I=1,N-1
Y0=Y(N+1-I)
F2=Q0**2/9.8/Y0**3
DX=X(N+1-I)-X(N-I)

```

```

IF(F2>.F2MAX)THEN
F2MAX=F2
IF2MAX=I
ENDIF

```

```

IF(F2>1.)THEN
WRITE(107,55)F2MAX,IF2MAX
WRITE(107,45)
WRITE(108,45)
RETURN
ENDIF

```

```

Z=(Q0/SK)**2/Y0**2*(10./3.)
G0=(SI-Z)/(1.-F2)
IF(G0<0.)G0=0.
Y1=Y0-G0/2.*DX
IF((YN-Y1)*DN<0.)Y1=YN
F2=F2*(Y0/Y1)**3

```

```

IF(F2>1.)THEN
WRITE(108,45)
WRITE(107,45)
RETURN
ENDIF

```

```

Z=Z*(Y0/Y1)**(10./3.)
G1=(SI-Z)/(1.-F2)
IF(G1<0.)G1=0.
Y2=Y1-G1/2.*DX
IF((YN-Y2)*DN<0.)Y2=YN
F2=F2*(Y1/Y2)**3

```

```

IF(F2>1.)THEN
WRITE(108,45)
WRITE(107,45)
RETURN
ENDIF
Z=Z*(Y1/Y2)**(10./3.)

```

```

G2=(SI-Z)/(1.-F2)
IF(G2*G.LE.0.)G2=0.
Y3=Y2-G2*DX
IF((YM-Y3)*DN.LE.0.)Y3=YM
F2=F2*(Y2/Y3)**3

IF(F2.GE.1.)THEN
WRITE(108,45)
WRITE(107,45)
RETURN
ENDIF
Z=Z*(Y2/Y3)**(10./3.)
G3=(SI-Z)/(1.-F2)
IF(G3*G.LE.0.)G3=0.
DY=DX/6.*(G0+2.*(G1+G2)+G3)
Y(N-I)=Y(N+1-I)-DY
IF((YN-Y(N-I))*DN.LE.0.)Y(N-I)=YM
1 CONTINUE
WRITE(107,55)F2MAX,IF2MAX
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE LOIVAL(D,P,SK,SI,Q,Y)

```

```

QP=P*Q
Y=(QP*QP/SK/SK/SI)**.3
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE LOIMONT(TT,DT,TM,QX,R,S,T,ALPM)

```

```

R=1.
S=0.
IF(TT.EQ.DT)AQ=0.
QN=QX*(TT/TM)**2*EXP((2./ALPM)*(1.-(TT/TM)**ALPM))
T=QN-AQ
AQ=QN
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE FONDS(M,X,QVO,N,DT,QVC,QO,V,QXV,G)

```

```

DIMENSION X(*),QVO(*),QVC(*)
DIMENSION Z(6),Y(6)
100 FORMAT('/' Suivi de l'optimisation :', ' Paramètres
* Critere ')
200 FORMAT(7F8.2)
WRITE(*,100)
CALL FONC(M,X,QVO,DT,G,QVC,QO,V,QXV,N)
DO 5 L=1,N
Z(L)=X(L)
5 CONTINUE
DX=0.32
IA=0
IAM=0
DO 1 ITER=1,300
IF(DX.LT.0.01)RETURN
DO 6 I=1,N
DO 8 K=1,N

```

```

Y(K)=X(K)
8 CONTINUE
DO 7 J=1,2
FJ=2.*(FLOAT(J)-1.5)
Y(I)=X(I)+FJ*DX
CALL FONC(M,Y,QVO,DT,F,QVC,QO,V,QXV,N)
IF(F.LT.G) THEN
DO 9 L=1,N
9 Z(L)=Y(L)
X(I)=Y(I)
IA=I
ENDIF
7 CONTINUE
6 CONTINUE
IF (IA.NE.0) THEN
DO 10 L=1,N
10 X(L)=Z(L)
IAM=IAM+1
IF (IAM.GT.N) THEN
DX=DX*2.
IAM=0
ENDIF
WRITE(*,200)(Z(L),L=1,N),G
ELSE
DX=DX/2.
IAM=0
ENDIF
IA=0
1 CONTINUE
WRITE(*,'(A)')' il n'' y a pas d''optimum ,corrigez les entrées ou
+ changez de valeurs initiales'
END

```

```
*****
```

```
SUBROUTINE FONC(M,X,QVO,DT,CRIT,QVC,QO,V,QXV,N)
```

```
*****
```

```
DIMENSION QVO(*),X(*),QVC(*)
```

```
TO=EXP(X(1))
```

```
ALP=X(2)
```

```
TXV=EXP(X(3))
```

```
IF(N.EQ.3)THEN
```

```
CALL FIAK(ALP,FIM)
```

```
QXV=V/(TXV*FIM)
```

```
ELSE
```

```
QXV=EXP(X(4))-QO
```

```
ENDIF
```

```
CRIT=0.
```

```
DO 1 I=1,M
```

```
TT=I*DT
```

```
IF(TT.GE.TO)THEN
```

```
QVCC=((((TT-TO)/TXV)**2.)*EXP((2./ALP)*(1-((TT-TO)/TXV)**ALP))
```

```
QVC(I)=QXV*QVCC+QO
```

```
ELSE
```

```
QVC(I)=QO
```

```
ENDIF
```

```
CRIT=CRIT+(QVO(I)-QVC(I))**2
```

```
1 CONTINUE
```

```
QXV=QXV+QO
```

```
RETURN
```

```
END
```

SUBROUTINE FIAK(ALP,FI)

```

DIMENSION T(5),P(5)
DATA T/-0.90618,-0.53847,0.,0.53847,0.90618/
DATA P/0.23693,0.47863,0.56889,0.47863,0.23693/
N=100
FN=FLOAT(N)
X=0.
FI=0.
DX=EXP(2./ALP)/FN
DO 1 K=1,N
DO 2 L=1,5
XL=X+(1.+T(L))/2.*DX
V=V+P(L)*(1.-(ALP/2.)*LOG(XL))**((3-ALP)/ALP)
2 CONTINUE
X=X+DX
1 CONTINUE
V=V*DX/2.
FI=V/2.
END

```

SUBROUTINE DUREE(ALP,D1,D2)

```

X0=0.
X1=1.

DO 1 I=1,1000
X2=(X0+X1)/2.
IF(FH(X2,ALP).GT.0.8)THEN
X1=X2
ELSE
X0=X2
ENDIF
IF(ABS(X1-X0).LE.0.0001)THEN
D1=1.-X1
GOTO 2
ENDIF
1 CONTINUE

2 X3=1.
X4=1.5
DO 3 I=1,1000
IF(FH(X4,ALP).LT.0.8)GOTO 4
X4=2.*X4
3 CONTINUE

4 DO 5 I=1,1000
X5=(X3+X4)/2.
IF(FH(X5,ALP).GT.0.8)THEN
X3=X5
ELSE
X4=X5
ENDIF
IF(ABS(X4-X3).LE.0.0001)THEN
D2=X3-1.
RETURN
ENDIF
5 CONTINUE
END

```

FUNCTION FH(X,ALP)

FH=X**X*EXP(2./ALP*(1.-X**ALP))

END

SUBROUTINE HYDRO(QVM,QVO,M,DT,Q0,NS,ND,CL,TM,TV,ALPM,TMT,SK,SI,NG)

DIMENSION QVO(999),QVM(999),X(6),QVC(999),TTT(999)

DIMENSION F(3),G(3),QVC3(999),QVC4(999),YG(20)

CHARACTER TEX*80

```

110 FORMAT(1H , ' PARAMETRE           NASH 4           NASH 3 ')
120 FORMAT(1H , '                   (Entree)           (Sortie)')
130 FORMAT(1H , '-----!')
140 FORMAT(1H , ' Qx (m2/s) ',F10.3,', ',F10.3)
150 FORMAT(1H , ' Tm (h) ',F10.3,', ',F10.3)
160 FORMAT(1H , ' Alpha ',F10.3,', ',F10.3)
170 FORMAT(1H , ' Duree (h) ')
180 FORMAT(1H , ' - Montee ',F10.3,', ',F10.3)
190 FORMAT(1H , ' - Decrue ',F10.3,', ',F10.3)
200 FORMAT(1H , ' - Total ',F10.3,', ',F10.3)
210 FORMAT(1H , ' Critere (%) ',F10.3)
220 FORMAT(1H , ' Att. (%/km) ',F10.3)
230 FORMAT(1H , ' Vit. (m/s) ',F10.3)
240 FORMAT(1H , ' CRITERE N3V < CRITERE N4V *****',/)
250 FORMAT(3F4.0,11F5.0,F6.0,F5.0)
260 FORMAT(/' Evenement n° ',I5)
270 FORMAT(5I10)

```

WRITE(*,260)NG

SQT=0.

DO 1 K=1,M

TTT(K)=K*DT

SQT=SQT+QVO(K)**2

1 CONTINUE

HYDROGRAMME AMONT - NASH 4

N=4

X(1)=LOG(TM)

X(2)=ALPM

X(3)=LOG(TMT*1.1)

X(4)=LOG(10.*Q0)

V=0.

CALL HYD(M,X,QVM,N,DT,QVC,Q0,V,QXV,CRIT,TN)

T0=EXP(X(1))

ALPV=X(2)

TXV=EXP(X(3))

CALL DUREE(ALPV,DURM,DURD)

DURM=TXV*DURM

DURD=TXV*DURD

DURT=DURM+DURD

CALL FIAK(ALPV,FIV)

ELEMENTS DE L HYDROGRAMME AVAL

NASH CONSERVATION DU VOLUME - NASH 3

```

X(1)=LOG(TV)
X(2)=ALPV*.8
X(3)=LOG(TXV*1.1)
N=3
CALL HYD(M,X,QVO,N,DT,QVC3,Q0,V,QXV3,CRIT3,TN3)
T03=EXP(X(1))
ALPV3=X(2)
TXV3=EXP(X(3))
CALL DUREE(ALPV3,DURM3,DURD3)
DURM3=TXV3*DURM3
DURD3=TXV3*DURD3
DURT3=DURM3+DURD3

```

```

-----
ELEMENTS DE L HYDROGRAMME AVAL
NASH SANS CONSERVATION DU VOLUME - NASH 4

```

```

N=4
X(1)=LOG(T03)
X(2)=ALPV3
X(3)=LOG(TXV3)
X(4)=LOG(QXV3)
CALL HYD(M,X,QVO,N,DT,QVC4,Q0,V,QN4V,CRIT4,TN4)
T04=EXP(X(1))
ALPV4=X(2)
TXV4=EXP(X(3))
QXV4=EXP(X(4))

```

```

SCRIT=CRIT3-CRIT4
IF(SCRIT.LT.0.)THEN
SCRIT=ABS(SCRIT)
WRITE(108,240)
ENDIF

```

```

FQR=100.*(1.-SQRT(SCRIT/SQT))
ATEN=(1-(QXV3/QXV))*100000./CL
VIT=CL/(TN3-TN)

```

```

TXV=TXV/3600.
TXV3=TXV3/3600.
DURM=DURM/3600.
DURD=DURD/3600.
DURT=DURT/3600.
DURM3=DURM3/3600.
DURD3=DURD3/3600.
DURT3=DURT3/3600.

```

```

-----
SORTIE DES ELEMENTS DU ROUTAGE

```

```

WRITE(108,130)
WRITE(108,110)
WRITE(108,120)
WRITE(108,130)
WRITE(108,140)QXV,QXV3
WRITE(108,150)TXV,TXV3
WRITE(108,160)ALPV,ALPV3
WRITE(108,170)
WRITE(108,180)DURM,DURM3
WRITE(108,190)DURD,DURD3
WRITE(108,200)DURT,DURT3
WRITE(108,130)
WRITE(108,210)FQR
WRITE(108,220)ATEN

```

```
WRITE(108,230)VIT
WRITE(108,130)
```

```
YG(1)=FLOAT(NG)
YG(2)=SI*100000.
YG(3)=SK
YG(4)=Q0*1000.
YG(5)=QXV*1000.
YG(6)=TXV*1000.
YG(7)=ALPV*1000.
YG(8)=DURM*1000.
YG(9)=DURD*1000.
YG(10)=QXV3*1000.
YG(11)=TXV3*1000.
YG(12)=ALPV3*1000.
YG(13)=DURM3*1000.
YG(14)=DURD3*1000.
YG(15)=ATEN*1000.
YG(16)=VIT*1000.
```

```
WRITE(109,250)XG,SK,SI,Q0,QXV,TXV,ALPV,DURM,DURD,QXV3,TXV3,ALPV3,DUR
+URM3,DURD3,ATEN,VIT
WRITE(109,250)(YG(JKL),JKL=1,16)
```

```
RETURN
END
```

```
*****
```

```
SUBROUTINE HYD(M,X,QVO,N,DT,QVCC,Q0,V,QNN,CRIT,TNN)
```

```
*****
```

```
DIMENSION X(*),QVO(*),QVCC(*)
CALL FONDS(M,X,QVO,N,DT,QVCC,Q0,V,QXV,CRIT)
TO=EXP(X(1))
ALPV=X(2)
TXV=EXP(X(3))
CALL FIAK(ALPV,FIT)
V=FIT*(QXV-Q0)*TXV
CALL FIAK(ALPV,FIV)
V=FIV*(QXV-Q0)*TXV
QNN=QXV
TNN=TO+TXV
RETURN
END
```

ANNEXE D

RESULTATS INTERMEDIAIRES OBTENUS

RESULTATS INTERMEDIAIRES OBTENUS

On présente ici quelques résultats intermédiaires, qui auraient alourdi le texte principal, mais qui pourraient éventuellement, intéresser le lecteur. Ainsi sont présentés les points suivants :

- Application du modèle Hayami avec P correspondant à 50% du débit de pointe.
- Résultats des régressions sur D/C et D/C^2 avec l'échantillon complet.
- Résultats des régressions avec Q_0/Q .

Valeurs de l'atténuation et du retard de la pointe de crue calculées
avec durées correspondantes à 50% du débit de pointe

Cours d'eau	Bief	Date	Atténuation			Retard de la Pointe		
			Obs. (%)	Calc. (%)	Erreur (%)	Obs. (h)	Calc. (h)	Erreur (%)
La Seine	Troyes-Mery	23/03/58	5,70	1,16	79,7	38,40	21,76	43,3
La Seine	Bar-Mery	14/01/55	12,50	8,05	35,7	53,28	96,00	80,1
Wye River	Erwood-Belmont	17/01/69	16,22	7,75	52,2	13,89	20,90	50,5
Wye River	Erwood-Belmont	08/12/60	20,25	15,31	24,4	20,31	18,35	9,6
Wye River	Erwood-Belmont	10/01/48	36,43	13,44	63,1	20,56	18,19	11,5
Wye River	Erwood-Belmont	26/11/39	33,95	11,53	66,1	20,58	18,20	11,5
Wye River	Belmont-Redbrook	04/12/60	22,68	7,56	66,6	19,92	23,50	18,0
Wye River	Belmont-Redbrook	09/12/65	14,75	7,42	49,7	23,37	20,19	13,6
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	17/12/81	31,13	11,96	63,1	3,76	4,01	6,6
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	28/12/81	30,37	18,12	40,4	3,81	4,01	5,2
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	23/05/81	27,21	8,70	68,0	3,81	4,00	5,1
Rio Jacui	Itauba-Volta Grande	25/03/82	20,59	9,26	55,0	3,90	3,99	2,3
ERREUR MOYENNE					55,3			21,4

Régressions sur D/C^2 avec l'échantillon complet

Expressions	R^2	S
$D/C^2 = e^{a_0} I^{a_1} L^{a_2} (Q/W)^{a_3} K^{a_4} P^{a_5}$	0.607	0.636
$D/C^2 = e^{a_0} I^{a_1} L^{a_2} (Q/W)^{a_3} K^{a_4}$	0.591	0.640
$D/C^2 = e^{a_0} I^{a_1} L^{a_2} (Q/W)^{a_3}$	0.572	0.648
$D/C^2 = e^{a_0} I^{a_1} L^{a_2}$	0.558	0.652
$D/C^2 = e^{a_0} (I + 0,001)^{a_1} L^{a_2} (Q/W)^{a_3} K^{a_4} P^{a_5}$	0.648	0.601
$D/C^2 = e^{a_0} (I + 0,001)^{a_1} L^{a_2}$	0.575	0.640
$D/C^2 = e^{a_0} I^{a_1} K^{a_2}$	0.383	0.770
$D/C^2 = e^{a_0} K^{a_1}$	0.001	0.970
$D/C^2 = e^{a_0} I^{a_1}$	0.355	0.779
$D/C^2 = e^{a_0} (I + 0,001)^{a_1} K^{a_2}$	0.429	0.741
$D/C^2 = e^{a_0} (I + 0,001)^{a_1} K^{a_2}$	0.403	0.749
$D/C^2 = e^{a_0} I^{a_1} (Q/W)^{a_2} K^{a_3}$	0.392	0.773

Régressions sur D/C avec l'échantillon complet

Expressions	R^2	S
$D/C = e^{a_0} I^{a_1} L^{a_2} (Q/W)^{a_3} K^{a_4} P^{a_5}$	0.663	0.522
$D/C = e^{a_0} I^{a_1} L^{a_2} (Q/W)^{a_3} K^{a_4}$	0.661	0.516
$D/C = e^{a_0} I^{a_1} L^{a_2} (Q/W)^{a_3}$	0.661	0.511
$D/C = e^{a_0} I^{a_1} L^{a_2}$	0.436	0.652
$D/C = e^{a_0} I^{a_1} (Q/W)^{a_2}$	0.576	0.565
$D/C = e^{a_0} (I + 0,001)^{a_1} L^{a_2} (Q/W)^{a_3} K^{a_4} P^{a_5}$	0.681	0.506
$D/C = e^{a_0} (I + 0,001)^{a_1} L^{a_2} (Q/W)^{a_3}$	0.681	0.496
$D/C = e^{a_0} (I + 0,001)^{a_1} L^{a_2}$	0.375	0.687
$D/C = e^{a_0} (I + 0,001)^{a_1} (Q/W)^{a_2}$	0.612	0.541
$D/C = e^{a_0} I^{a_1} K^{a_2}$	0.367	0.690
$D/C = e^{a_0} K^{a_1}$	0.021	0.850
$D/C = e^{a_0} I^{a_1}$	0.365	0.684
$D/C = e^{a_0} (I + 0,001)^{a_1} K^{a_2}$	0.327	0.712
$D/C = e^{a_0} (I + 0,001)^{a_1} (Q/W)^{a_2}$	0.327	0.705
$D/C = e^{a_0} I^{a_1} (Q/W)^{a_2} K^{a_3}$	0.579	0.570

REGRESSIONS AVEC q_0

Atténuation

$$\frac{q_1 - q_2}{q_2 L} = a_0 \left(\frac{q_0}{q_1} \right)^{a_1} \left(\frac{q_1}{W} \right)^{a_2} \alpha^{a_3} t_m^{a_4}$$

$$R^2 = 0,701 \quad S = 0,230$$

Coefficient	Valeur	Rapport de Student
a_0	-3,30	17,8
a_1	-0,03	0,5
a_2	-0,14	2,4
a_3	0,26	3,4
a_4	-0,77	13,3

Vitesse de Propagation

$$\frac{L}{T} = a_0 \left(\frac{q_0}{q_1} \right)^{a_1} \left(\frac{q_1}{W} \right)^{a_2} \alpha^{a_3} t_m^{a_4}$$

$$R^2 = 0,263 \quad S = 0,234$$

Coefficient	Valeur	Rapport de Student
a_0	-0,28	1,5
a_1	-0,14	2,5
a_2	0,26	4,3
a_3	0,23	2,9
a_4	-0,12	2,1

